

# APPENDICE C

## Dispositivi elettrici a semiconduttore

### C.1 Materiali semiconduttori

In elettronica risulta utile poter controllare con la tensione applicata ad una coppia di morsetti di ingresso (o con la relativa corrente) la corrente che attraversa una coppia di morsetti di uscita. A tale scopo occorre disporre di materiali non isolanti, in modo che possano essere percorsi da corrente, ma neanche fortemente conduttori, in modo da poter gestire il flusso di cariche che li attraversano. Pertanto è necessario adoperare materiali dei quali si possa controllare la conducibilità. Questi materiali sono denominati *semiconduttori*.

**Esempio:** La conducibilità del rame è circa  $6 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$  mentre quella del quarzo è compresa tra  $10^{-17} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$  e  $10^{-18} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ , pertanto la corrente che fluisce attraverso un cubetto di rame, per effetto di un'opportuna differenza di potenziale, è circa  $10^{25} \div 10^{26}$  volte maggiore della corrente che attraversa un uguale cubetto di quarzo sotto le stesse condizioni.

I materiali semiconduttori presentano valori di conducibilità intermedi tra i due valori estremi, relativi ai buoni conduttori, come il rame, ed i buoni isolanti, come il quarzo. I materiali semiconduttori più usati nella tecnologia elettronica sono il silicio, il germanio e l'arseniuro di gallio.

Il termine semiconduttore fu introdotto nel 1782 da A. Volta per descrivere una classe di materiali con caratteristiche intermedie tra i conduttori e gli isolanti, tuttavia la prima osservazione documentata di un effetto dovuto al fenomeno della semiconduttività si deve a M. Faraday il quale, nel 1833, notò che alcuni composti non metallici, come il solfuro d'argento ( $\text{Ag}_2\text{S}$ ), tendono a diventare migliori conduttori di elettricità alle alte temperature, a differenza di quanto avviene nei comuni metalli. A parte una generica classificazione delle proprietà conduttive di differenti materiali, questi studi non condussero a particolari progressi per i successivi quaranta anni. Importanti sviluppi si ebbero tra il 1873 e il 1879, quando Karl Ferdinand Braun osservò le proprietà rettificatrici del solfuro di piombo, comunemente detto *galena*, cioè la forte dipendenza della resistività dalla direzione del flusso della corrente, e Willoughby Smith scoprì il fenomeno della fotoconduzione, ovvero la variazione della conducibilità elettrica indotta dalla luce; infine, con la scoperta dell'effetto Hall<sup>1</sup>, nel 1879, si rese disponibile un potente metodo di indagine sperimentale del processo della conduzione elettrica. Questi fenomeni vennero originariamente considerati quali specifiche prerogative di pochi elementi, quali il germanio, il silicio e l'antimonio (Ge, Si, Sb), o di composti come il solfuro di piombo, l'ossido di rame e il carburo di silicio ( $\text{PbS}$ ,  $\text{Cu}_2\text{O}$ ,  $\text{SiC}$ ), tuttavia la dipendenza del comportamento elettrico da fattori diversi, come la composizione chimica, la presenza di impurezze, i trattamenti termici subiti, ecc. ne rese complesso lo studio sistematico. L'applicazione della meccanica quantistica allo studio dei solidi, attraverso la teoria delle bande di livelli elettronici, dovuta ad Alan Herries Wilson nel 1931, stabilì le basi per la comprensione della natura dei processi attraverso i quali si manifestano le proprietà elettriche ed ottiche dei materiali semiconduttori. Gli importanti lavori condotti al Bell Laboratory di Murray Hill, USA, principalmente condotti da John Bardeen, Walter Houser Brattain e William Bradford Shockley alla metà del 20° secolo, condussero a nuovi criteri utili per classificare questi materiali, oltre che ad importanti invenzioni tecnologiche, quali il transistor a giunzione nel 1948.

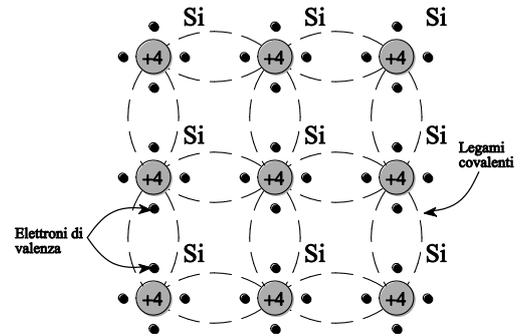
---

<sup>1</sup> Si veda il 3° Capitolo.

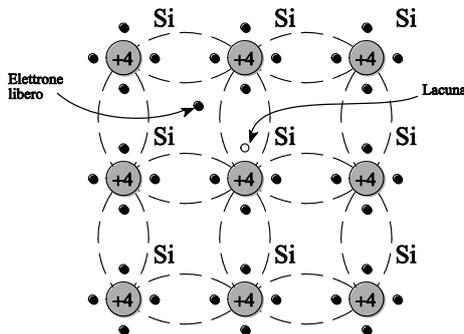
L'approccio seguito in questo ambito per l'esame del funzionamento di alcuni dispositivi a semiconduttore prescindereà dalla meccanica quantistica in quanto esula dal contesto di questa trattazione.

### C.1.1 Conduzione nei materiali semiconduttori

Sia il silicio che il germanio sono elementi *tetravalenti*, ossia posseggono quattro elettroni sull'orbita atomica più esterna, detti *elettroni di valenza*. In figura è mostrata una rappresentazione bidimensionale del reticolo cristallino del silicio (o del germanio). Per motivi di carattere energetico risulta favorita la configurazione in cui ogni atomo completa la sua orbita esterna con otto elettroni, ciò può essere ottenuto nel silicio attraverso la condivisione di ciascun elettrone di valenza con quattro atomi adiacenti per formare un *legame covalente*.



A temperature prossime allo zero assoluto il cristallo si comporta secondo lo schema di figura: non essendoci portatori di carica liberi, il materiale agisce da isolante; alla temperatura d'ambiente, tuttavia, per effetto dell'agitazione termica alcuni legami possono essere rotti, come mostrato nella figura, e la conduzione si rende possibile. L'energia necessaria per rompere un legame covalente è di circa  $1.1\text{ eV}$  per il silicio e  $0.72\text{ eV}$  per il germanio.



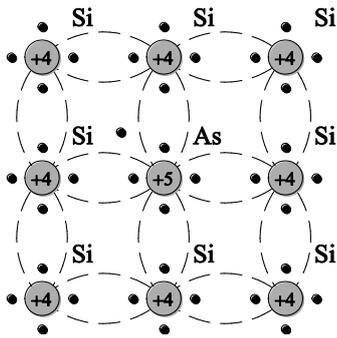
Alla rottura del legame si formano un elettrone libero e una vacanza, detta *lacuna*, nel posto occupato dall'elettrone prima della rottura del legame. Entrambi, costituendo portatori di carica, contribuiscono alla conduzione elettrica del cristallo. La lacuna può essere riempita da un elettrone di valenza di un atomo contiguo che si svincola dal suo legame covalente; tale elettrone lascia una nuova lacuna nel posto liberato così, questo effetto corrisponde in pratica al moto della lacuna nella direzione opposta a quella dell'elettrone.

Pertanto, nei materiali semiconduttori si hanno due tipi di portatori, gli elettroni e le lacune; in un semiconduttore privo di impurezze il numero di elettroni è pari a quello delle lacune ed in tale circostanza il semiconduttore è detto *intrinseco*. Il numero medio di portatori di carica per unità di volume si chiama *concentrazione* e si indica con  $n$  per gli elettroni e con  $p$  per le lacune. Per effetto dell'agitazione termica, in un semiconduttore intrinseco si generano continuamente coppie elettrone–lacuna e il tasso di produzione di coppie è pari a quello delle ricombinazioni, pertanto in un conduttore intrinseco risulta  $n = p$ . Il comune valore della concentrazione di elettroni o lacune in un semiconduttore intrinseco è detto *concentrazione intrinseca*  $n_i$ , tale grandezza soddisfa la relazione di proporzionalità:

$$n_i \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}},$$

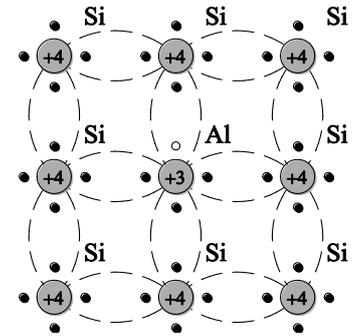
in cui  $T$  è la temperatura assoluta e  $E_g$  è l'energia necessaria alla rottura del legame covalente. Questa espressione conferma che per temperature prossime allo zero, non essendoci portatori di carica disponibili, il semiconduttore agisce da isolante.

### C.1.2 Semiconduttori drogati



Aggiungendo al silicio (o germanio) puro piccole quantità di impurezze pentavalenti, alcuni degli atomi del reticolo vengono sostituiti da quelli delle impurezze; di questi, quattro dei cinque elettroni di valenza formano legami covalenti con gli atomi circostanti mentre il quinto elettrone risulta debolmente legato all'atomo, in quanto sono sufficienti  $0.05\text{ eV}$  per il silicio e  $0.01\text{ eV}$  per il germanio affinché tale elettrone si renda libero e disponibile per la conduzione. Generalmente per questo tipo di drogaggio si adoperano impurezze pentavalenti come arsenico, fosforo o antimonio e sono denominate impurezze *donatrici*. L'atomo pentavalente donatore, dopo aver ceduto l'elettrone, resta immobilizzato nel reticolo e non contribuisce alla conduzione. Il drogaggio di un semiconduttore con impurezze donatrici, oltre a far aumentare il numero di elettroni liberi, fa diminuire il numero di lacune libere al di sotto del valore che si ha nel semiconduttore intrinseco; ciò in quanto, in presenza di un maggior numero di elettroni, aumenta la probabilità che questi si ricombinino con le lacune prodotte per causa termica. Il semiconduttore così drogato è detto di tipo *n*.

Aggiungendo al semiconduttore intrinseco impurezze trivalenti, dette *accettrici*, come alluminio, boro, indio o gallio, solo tre dei legami covalenti si formano con gli atomi circostanti, per cui l'assenza del quarto legame corrisponde alla presenza di una lacuna in tale posizione. L'atomo accettore può, quindi, catturare un elettrone rimanendo immobilizzato nel sito e non contribuendo alla conduzione. In questo tipo di drogaggio, oltre ad aumentare il numero di lacune disponibili alla conduzione, diminuisce il numero di elettroni, poiché aumenta la probabilità che questi si ricombinino con le lacune presenti. Il semiconduttore così drogato è detto di tipo *p*.



### C.1.3 Corrente di deriva e corrente di diffusione

Supponiamo di applicare un campo elettrico  $\vec{E}$  ad una barretta di semiconduttore drogato uniformemente; sotto la sua azione le cariche si sposteranno ordinatamente, determinando una corrente, detta *corrente di deriva*, la cui densità vale, in generale:

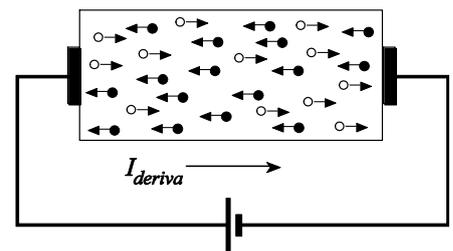
$$\vec{J}_{deriva} = -ne\vec{v}_n + pe\vec{v}_p = (-n\vec{v}_n + p\vec{v}_p)e, \quad (C.1)$$

dove  $e$  è la carica dell'elettrone e  $\vec{v}_n$  e  $\vec{v}_p$  sono, rispettivamente, la velocità di deriva degli elettroni e delle lacune; tali velocità risultano proporzionali al campo elettrico applicato secondo le relazioni:

$$\vec{v}_n = -\mu_n\vec{E},$$

$$\vec{v}_p = \mu_p\vec{E},$$

in cui i coefficienti di proporzionalità  $\mu_n$  e  $\mu_p$  si chiamano *mobilità*. Sostituendo queste espressioni nella (C.1) si ottiene:



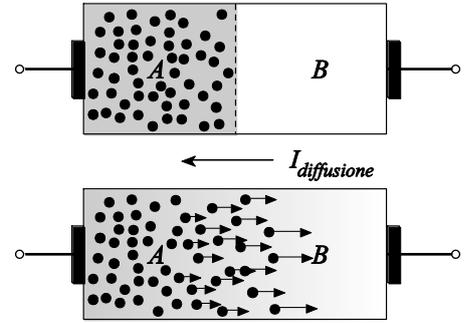
$$\vec{J}_{deriva} = (n\mu_n + p\mu_p)e\vec{E},$$

quindi, dalla (3.10) segue che la conducibilità del semiconduttore vale:

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p)e.$$

Poiché gli elettroni sono sostanzialmente liberi di muoversi all'interno del materiale mentre le lacune sono vincolate a spostarsi lungo gli assi cristallografici, in generale risulta  $\mu_n > \mu_p$ .

Consideriamo la barretta di semiconduttore drogato di figura e supponiamo che in un certo istante la concentrazione di cariche al suo interno non sia uniforme, ad esempio sia maggiore nella regione A rispetto alla regione B. In tale condizione si originerà un moto delle cariche, e quindi una corrente, che le porterà nella regione a minore concentrazione. Questo effetto, di natura statistica, è sostanzialmente analogo a quello che si verifica in un gas elettricamente neutro, contenuto in un involucro in cui esista un gradiente di concentrazione. La corrente che si determina per questo effetto è detta *corrente di diffusione* e si arresta quando la concentrazione di cariche all'interno del semiconduttore è diventata uniforme. In generale, la densità di corrente di diffusione dovuta sia alle lacune che agli elettroni è data dall'espressione



$$\vec{J}_{diffusione} = e(D_n\vec{\nabla}n - D_p\vec{\nabla}p),$$

in cui  $D_n$  e  $D_p$  sono dette *costanti di diffusione* rispettivamente, per gli elettroni e per le lacune. Tali costanti sono legate alla mobilità, attraverso la relazione trovata da Albert Einstein nel 1905 nell'ambito di uno studio sul moto browniano e riscoperta indipendentemente l'anno successivo dal fisico austriaco Marian Smoluchowski:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = V_T,$$

in cui  $V_T$ , detto *equivalente in tensione della temperatura*, vale:

$$V_T \equiv \frac{kT}{e}. \quad (C.2)$$

Qualora il campo elettrico sia applicato ad una barretta in cui la concentrazione di cariche non è uniforme, le due correnti, quella di deriva e quella di diffusione, convivono senza influenzarsi reciprocamente. Tuttavia, mentre la corrente di deriva permarrà fino alla rimozione del campo elettrico, quella di diffusione tenderà ad arrestarsi rapidamente, siccome le cariche si muovono molto rapidamente per questo effetto, ad una velocità dell'ordine di quella della luce nel vuoto.

## C.2 Diodo a semiconduttore

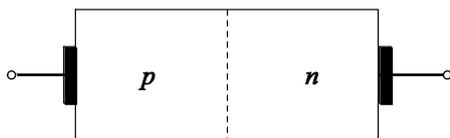
Per *diodo* si intende un dispositivo caratterizzato da una caratteristica corrente–tensione asimmetrica ed una resistività fortemente dipendente dalla direzione della corrente. Questa caratteristica di funzionamento è ottenuta attraverso due tecnologie alle quali corrispondono il diodo a vuoto, già descritto nel Cap. 3, e il diodo a semiconduttore.

Nel 1898, a partire dalla sua scoperta della conduzione asimmetrica in alcuni materiali, K. F. Braun brevettò il primo diodo rettificatore a cristallo. Tale componente era costituito da un sottile filo metallico posto a contatto superficiale con un materiale semiconduttore, PbS. Il dispositivo così composto, denominato *diodo a baffo di gatto*, venne successivamente adoperato quale rivelatore di segnali, nei primi ricevitori radio da Jagadish Chandra Bose e Greenleaf Whittier Pickard alla fine del 19° secolo. La stabilità di funzionamento del diodo a vuoto fece tuttavia preferire tale componente al diodo a semiconduttore, fino a quando, a partire dalla metà del 20° secolo, si resero disponibili delle tecnologie a basso costo per la purificazione dei semiconduttori.



Karl Ferdinand Braun

### C.2.1 Giunzione pn



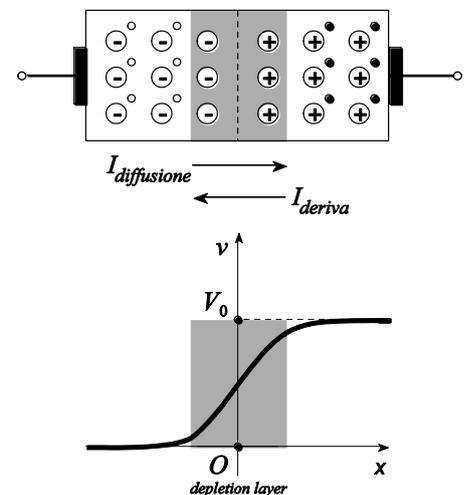
Supponiamo di inserire impurità di tipo *p* ad un estremo ed impurità di tipo *n* all’altro estremo di una sbarretta di silicio puro. La superficie di separazione all’interno della sbarretta tra un tipo di drogaggio e l’altro è detta *giunzione pn*.

Per effetto della concentrazione non uniforme di elettroni e lacune, all’atto di formazione della giunzione si origina una corrente di diffusione costituita da lacune della zona *p* che si spostano nella zona *n* e di elettroni che dalla zona *n* si spostano in quella *p*. A causa di questo spostamento alcune lacune provenienti dalla zona *p*, giunte nella zona *n* si ricombinano con gli elettroni di tale zona; viceversa, alcuni elettroni dalla zona *n*, giunti nella zona *p*, si ricombinano con le lacune presenti in tale regione. Ciò determina a cavallo della giunzione una regione priva di cariche libere che prende il nome di *depletion layer* o *regione di carica spaziale*. Tale regione è stata originata sia dal flusso dei portatori di una regione in quella opposta, sia dalla ricombinazione dei portatori provenienti dalla regione opposta.

La presenza di questa regione di carica localizzata origina un campo elettrico e quindi una differenza di potenziale  $V_0$  che ostacola l’ulteriore diffusione delle cariche mobili attraverso la giunzione. In particolare, solo quelle di carica  $q$  dotate di energia superiore a  $qV_0$  possono attraversare la giunzione.

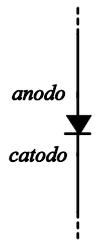
Il *gradino di potenziale* così costituito, agevola tuttavia il passaggio, attraverso la giunzione, delle cariche minoritarie presenti nelle due regioni, in particolare, elettroni nella zona *p* e lacune in quella *n*. Così in corrispondenza della giunzione coesistono una corrente di diffusione ed una di deriva, di opposte direzioni. Alla formazione della giunzione *pn*, al crescere di  $V_0$  si riduce la corrente di diffusione che è originariamente preponderante, sino a raggiungere il valore della corrente di deriva, quando si raggiunge la condizione di equilibrio.

Per adoperare il dispositivo così realizzato, detto *diodo a semiconduttore*, occorre metallizzare le estremità allo scopo di collegarlo all’interno di un circuito; i contatti realizzati devono



risultare di tipo ohmico, ovvero tali che la caduta di tensione ai loro capi sia indipendente sia dal verso che dall'intensità della corrente che li attraversa. Per motivi di carattere energetico, la differenza di potenziale che si origina ai capi dei contatti metallo–semiconduttore è tale da compensare esattamente la differenza di potenziale  $V_0$  presente sulla giunzione per cui la differenza di potenziale fra i terminali metallici a circuito aperto risulta nulla<sup>2</sup>.

In figura è rappresentato il simbolo elettrico del diodo a semiconduttore, il terminale collegato alla zona  $p$  della giunzione è chiamato comunemente *anodo* e il terminale collegato alla zona  $n$ , *catodo*.



## C.2.2 Polarizzazione della giunzione $pn$

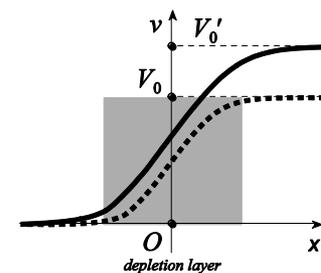
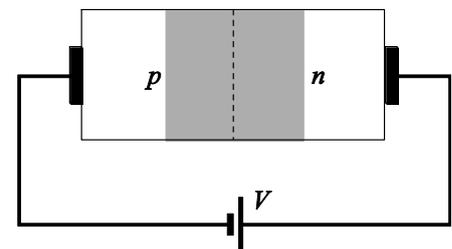
Per *polarizzazione* della giunzione  $pn$  si intende l'applicazione ai terminali metallici del diodo di una differenza di potenziale  $V$ , attraverso un opportuno generatore di forza elettromotrice; tale differenza di potenziale risulta localizzata ai capi della giunzione, così la differenza di potenziale presente sulla giunzione diventa:

$$V'_0 = V + V_0.$$

Se  $V$  ha una polarità concorde con  $V_0$  l'altezza del gradino di potenziale aumenta e la giunzione è detta *polarizzata inversamente*; se  $V$  ha polarità opposta a quella di  $V_0$ , il gradino di potenziale diminuisce e la giunzione è detta *polarizzata direttamente*.

In polarizzazione inversa il polo negativo del generatore di forza elettromotrice  $V$  è collegato all'anodo del diodo e quello positivo al catodo. In tale circostanza le lacune della zona  $p$  vengono attratte dal polo negativo del generatore e gli elettroni liberi della zona  $n$  dal polo positivo. In queste condizioni aumenta l'altezza del gradino di potenziale ed alla corrente di diffusione prevale quella di deriva, inoltre si allarga il depletion layer. Al crescere, in valore assoluto, di  $V$  la corrente di diffusione si annulla e resta la sola corrente di deriva,  $I_S$ , indipendente da  $V$  in quanto dovuta alle sole cariche minoritarie. Per tale motivo  $I_S$ , che è dell'ordine del  $nA$  nel silicio e del  $\mu A$  nel germanio, dipende fortemente dalla temperatura, crescendo con essa in modo, approssimativamente, esponenziale.

Per valori elevati della tensione  $V$  si manifesta il fenomeno del *breakdown*, cioè la corrente  $I_S$  cresce rapidamente a tensione pressoché costante; tale effetto può determinare la rottura del dispositivo qualora non si intervenga dall'esterno limitando la corrente. Il fenomeno è dovuto a due cause, l'*effetto Zener* o l'*effetto valanga* o entrambi. L'effetto Zener, prevalente al di sotto della decina di volt, è determinato dalla generazione di cariche minoritarie a causa dell'elevato campo elettrico presente che provoca la rottura di nuovi legami covalenti; l'effetto valanga prevale al di sopra della decina di volt ed è determinato dagli urti degli elettroni, che hanno acquisito un'elevata velocità a causa del campo elettrico, con gli

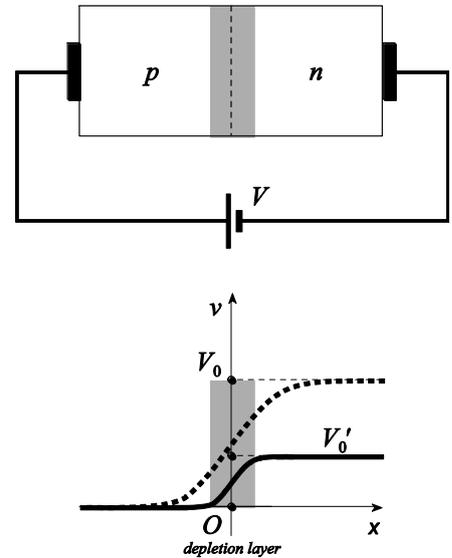


Diodo a baffo di gatto

<sup>2</sup> La giustificazione analitica del fenomeno viene fornita dalla meccanica quantistica.

atomi del reticolo cristallino, provocando la rottura dei legami covalenti e il conseguente aumento delle cariche disponibili per la conduzione.

In polarizzazione diretta il polo positivo del generatore di forza elettromotrice  $V$  è collegato all’anodo del diodo e quello negativo al catodo. In tale circostanza gli elettroni provenienti dal polo negativo del generatore penetrano nella zona  $n$  e diffondono nella zona  $p$ ; analogamente, dalla zona  $p$  escono elettroni diretti verso il polo positivo del generatore che ha determinato la rottura di legami covalenti e la formazione di nuove lacune. In queste condizioni diminuisce l’altezza del gradino di potenziale ed alla corrente di deriva  $I_S$  prevale quella di conduzione  $I_D$ , costituita da lacune che passano dalla zona  $p$  a quella  $n$  dove si ricombinano ed elettroni dalla zona  $n$  a quella  $p$  in cui si ricombinano.



### C.2.3 Caratteristica del diodo

All’equilibrio, in assenza di alcuna tensione di polarizzazione, la corrente di deriva  $I_S$  bilancia esattamente la corrente  $I_D$  dovuta alla diffusione dei portatori maggioritari, così la corrente  $i$  attraverso il diodo vale<sup>3</sup>:

$$i = I_D - I_S = 0. \tag{C.3}$$

La corrente di diffusione dipende dalla differenza di potenziale  $v$  applicata al diodo attraverso la relazione:

$$I_D = K e^{\frac{v}{\eta V_T}},$$

in cui  $K$  è una costante e  $\eta$  è un parametro, detto *coefficiente di emissione*, e vale circa 1 per il germanio e circa 2 per il silicio. Dalla relazione (C.3) segue che, all’equilibrio, se  $v$  è nulla, si ha:

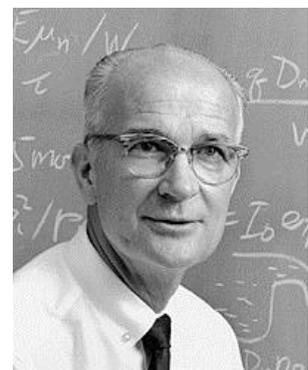
$$0 = i = I_D - I_S = K - I_S,$$

per cui  $K = I_S$ , così, in generale, l’equazione caratteristica del diodo è:

$$i = I_S \left( e^{\frac{v}{\eta V_T}} - 1 \right). \tag{C.4}$$

Tale equazione venne proposta da W. Shockley nel 1950 in un compendio sulla fisica dei semiconduttori.

In figura è mostrato l’andamento della corrente attraverso il diodo al variare della differenza di potenziale ad esso applicata; è possibile distinguere tre regioni di funzionamento, in relazione al valore della



William Shockley

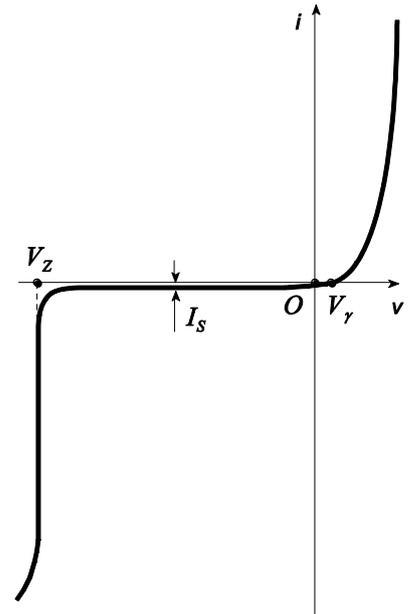
<sup>3</sup> Si osservi che tale corrente, avendo il verso convenzionale della cariche positive, ha il verso delle lacune nel diodo.

tensione di polarizzazione  $v$ :

- $v > 0$  regione di polarizzazione diretta;
- $v < 0$  regione di polarizzazione inversa;
- $v < -V_Z$  regione di breakdown.

Nella regione di polarizzazione diretta si osserva che la corrente diventa significativamente superiore a  $I_S$  quando la differenza di potenziale  $v$  è superiore ad un certo valore di soglia  $V_\gamma$  pari a  $0.2 V$  per il germanio e  $0.6 V$  per il silicio. Siccome a temperatura d'ambiente  $V_T$  vale circa  $25 mV$ , per  $v > V_\gamma$  risulta  $e^{\frac{v}{V_T}} \gg 1$ , così in tale regione la (C.4) si approssima come:

$$i \approx I_S e^{\frac{v}{V_T}}.$$



In corrispondenza di correnti elevate, in polarizzazione diretta, il coefficiente di emissione  $\eta$  tende all'unità e, di conseguenza, l'espressione approssimata della (C.4) diviene:

$$i \approx I_S e^{\frac{v}{V_T}}.$$

Nella regione di polarizzazione inversa, dove  $v < 0$ , se  $|v| \gg V_T$ , il termine esponenziale nella (C.4) risulta trascurabile rispetto all'unità, così risulta:

$$i \approx -I_S,$$

dalla quale segue che in tale regione di funzionamento la corrente attraverso il diodo resta praticamente indipendente dalla differenza di potenziale  $v$  e pari a  $I_S$ , comunemente denominata *corrente inversa di saturazione*, dell'ordine del  $nA$  per i diodi al silicio e del  $\mu A$  per quelli al germanio. La regione di breakdown, non descritta nella (C.4), ha origine per tensioni inferiori alla tensione di Zener  $V_Z$  e, in tale regione, la corrente aumenta notevolmente in corrispondenza di piccole variazioni della tensione.

La corrente inversa di saturazione  $I_S$  aumenta con la temperatura e, in particolare, raddoppia per ogni aumento della temperatura di  $10^\circ C$ ; ciò è principalmente dovuto al fatto che attraverso l'aumento della temperatura, col crescere dell'agitazione termica, possono rompersi ulteriori legami covalenti, rendendo disponibili per la conduzione nuove coppie elettrone-lacuna. Tale caratteristica è espressa dalla relazione:

$$I_S(T) = I_S(T_0) 2^{\frac{T-T_0}{10^\circ C}},$$

dove  $T_0$  è una temperatura di riferimento espressa in gradi centigradi e  $I_S(T_0)$  rappresenta la corrente inversa di saturazione a questa temperatura di riferimento. Dalla (C.4) è possibile inoltre stabilire la dipendenza dalla temperatura della tensione  $v$  ai capi della giunzione; infatti, invertendo la (C.4), dalla (C.2) si ha:

$$v = \eta V_T \ln \left( 1 + \frac{i}{I_S} \right) = \frac{\eta k T}{e} \ln \left( 1 + \frac{i}{I_S} \right) \approx \frac{\eta k T}{e} \ln \left( \frac{i}{I_S} \right),$$

avendo assunto  $i \gg I_S$ . Derivando  $v$  rispetto alla temperatura, si ha:

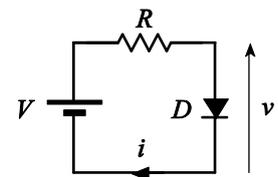
$$\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{\eta k}{e} \ln \left( \frac{i}{I_S} \right) + \eta V_T \frac{1}{i} \left( -\frac{i}{I_S^2} \right) \frac{\partial I_S}{\partial T} = \frac{v}{T} - \frac{\eta V_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T},$$

da cui segue che, fissato il valore della corrente  $i$ , la tensione ai capi del diodo diminuisce al crescere della temperatura e, in particolare si trova che diminuisce di circa  $2.5 \text{ mV}$  per ogni aumento di  $1^\circ\text{C}$ .

### C.2.4 Analisi di circuiti con diodi

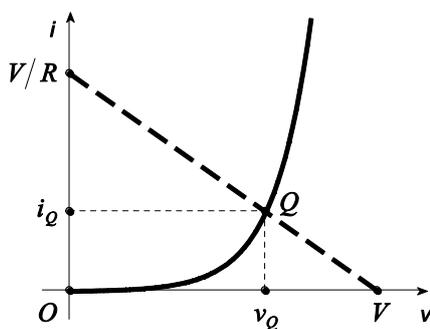
Consideriamo il circuito di figura, applicando la legge di Kirchhoff per le tensioni si trova:

$$V = v + Ri,$$

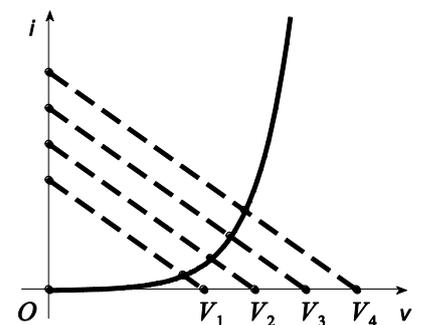


da cui segue:

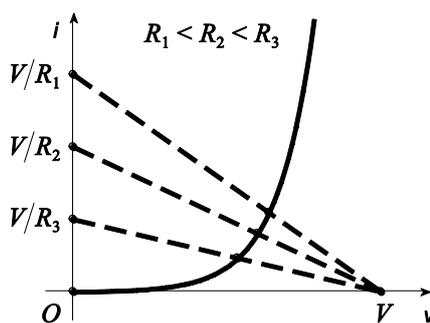
$$i = -\frac{1}{R}v + \frac{V}{R}. \tag{C.5}$$



D'altra parte, dalla relazione di Shockley (C.4) si evince che la corrente  $i$  dipende dalla tensione  $v$  che, a sua volta, attraverso la relazione precedente, dipende dalla stessa  $i$ . La determinazione della corrente  $i$  attraverso il diodo di figura può essere svolta in due maniere, o graficamente o con un metodo approssimato.



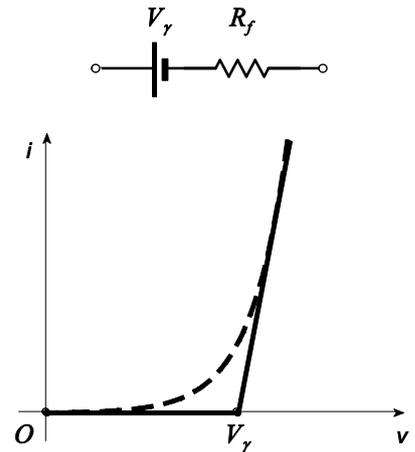
Il metodo grafico, detto della *retta di carico*, già descritto nel Cap. 3, consiste nel valutare l'intersezione grafica tra la (C.4) e la (C.5); il punto di intersezione



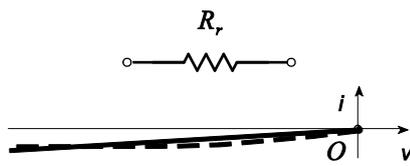
$Q$  di coordinate  $(v_Q, i_Q)$  è detto *punto di funzionamento* del diodo nel circuito considerato. Questo procedimento, per altro, si presta ad una rapida determinazione degli effetti del cambiamento delle caratteristiche del circuito in esame. In particolare, se varia la forza elettromotrice  $V$ , la retta di carico trasla parallelamente a se stessa, mentre se cambia il valore della resistenza  $R$  la retta di carico ruota attorno al punto di coordinate  $(V, 0)$ . Dall'analisi del comportamento del circuito al variare di  $V$ , col metodo della retta di carico, si evince

facilmente che per piccole variazioni di  $V$  la parte di caratteristica compresa tra due punti di funzionamento adiacenti può ritenersi approssimativamente lineare. Tuttavia, tale proprietà cessa ovviamente di valere in corrispondenza di ampie variazioni della forza elettromotrice  $V$ .

Per grandi escursioni della forza elettromotrice  $V$ , o della corrente  $i$  attraverso il diodo, è possibile schematizzare questo componente facendo uso di una approssimazione a tratti della (C.4). Pertanto, per  $v > V_\gamma$ , condizione in cui il diodo è detto *in conduzione*, tale componente si schematizza con una resistenza  $R_f$ , solitamente dell'ordine della decina di ohm, con in serie un

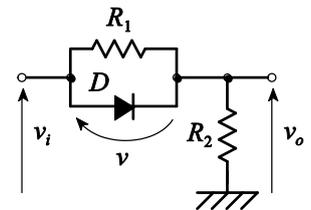


generatore di forza elettromotrice, di intensità pari alla tensione di soglia  $V_\gamma$  e col polo positivo rivolto verso l'anodo del diodo. Per  $v < V_\gamma$ , quando il diodo è considerato *interdetto*, questo componente si schematizza con una resistenza  $R_r$  dell'ordine del megaohm e, pertanto, generalmente assunta infinita.



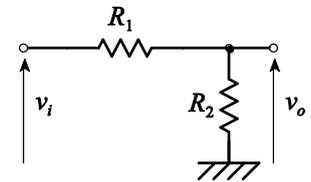
**Esempio:** Stabiliamo la caratteristica  $v_o - v_i$  del circuito di figura<sup>4</sup>, assumendo che la resistenza  $R_f$  sia trascurabile e che la resistenza  $R_r$  sia infinita. In assenza del diodo, la differenza di potenziale  $v$  ai suoi capi è:

$$v = v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2};$$



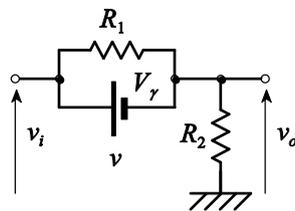
siccome il diodo è interdetto per  $v < V_\gamma$  ed in conduzione per  $v > V_\gamma$ , risulta:

$$\begin{cases} v < V_\gamma \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) & \Rightarrow \quad D \text{ interdetto,} \\ v > V_\gamma \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) & \Rightarrow \quad D \text{ in conduzione.} \end{cases}$$



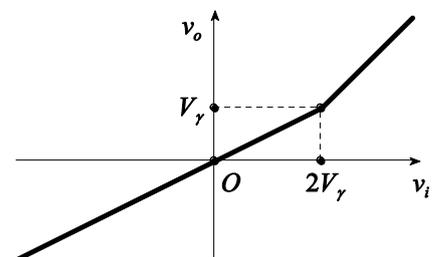
Quando il diodo è interdetto il circuito equivalente è quello mostrato in figura in cui viene sostituito da un circuito aperto, così in tale circostanza:

$$v_o = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2};$$



mentre, se è in conduzione viene schematizzato con un generatore di forza elettromotrice  $V_\gamma$ , così:

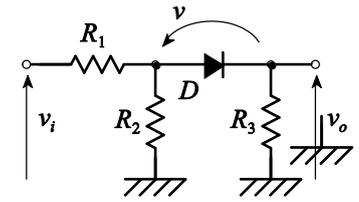
$$v_o = v_i - V_\gamma.$$



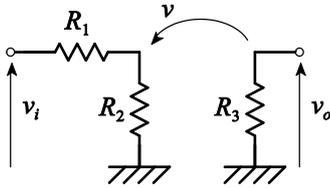
In figura è mostrata la caratteristica  $v_o - v_i$  nel caso particolare in cui le resistenze  $R_1$  e  $R_2$  siano uguali.

<sup>4</sup> Da questo punto in poi, quando le differenze di potenziale in un circuito, come ad esempio  $v_o$  e  $v_i$  in questo caso, sono riferite ad un comune terminale che, convenzionalmente si denominerà *massa*, tale terminale verrà omesso nello schema. La connessione di componenti della rete a tale terminale viene indicata attraverso il simbolo di figura.

**Esempio:** Stabiliamo la caratteristica  $v_o - v_i$  del circuito di figura, assumendo che la resistenza  $R_f$  sia trascurabile e che la resistenza  $R_r$  sia infinita. Se il diodo è interdetto, per  $v < V_\gamma$ , in cui



$$v = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

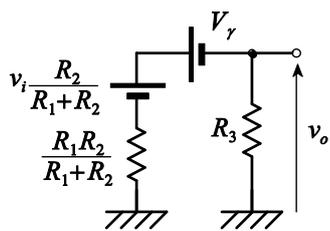
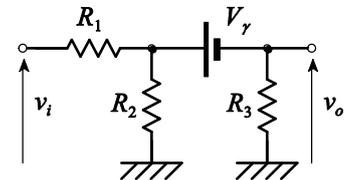


il circuito può essere schematizzato come indicato in figura. Pertanto i due stati di funzionamento del diodo sono:

$$\begin{cases} v_i < V_\gamma \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) & \Rightarrow D \text{ interdetto,} \\ v_i > V_\gamma \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) & \Rightarrow D \text{ in conduzione.} \end{cases}$$

Quando il diodo è interdetto la resistenza  $R_3$  non è percorsa da corrente, per cui risulta:

$$v_o = 0,$$

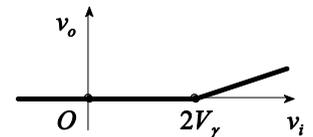


invece, quando il diodo conduce, il circuito diviene quello di figura. Applicando il teorema di Thévenin a sinistra del diodo, il circuito si modifica come mostrato nello schema e da questo si deduce:

$$v_o = \left( v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_\gamma \right) \frac{R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}.$$

Per rappresentare la caratteristica  $v_o - v_i$  assumiamo, per semplicità, che tutte le resistenze abbiano lo stesso valore, allora dalla relazione precedente, si ha:

$$v_o = \frac{1}{3} v_i - \frac{2}{3} V_\gamma.$$



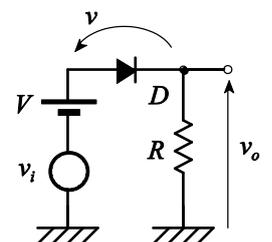
### C.2.5 Modello del diodo per piccoli segnali

Il modello del diodo secondo il quale la caratteristica espressa dalla (C.4) è approssimata con una spezzata, risulta inadeguato per la descrizione del funzionamento di tale dispositivo quando l'ampiezza del segnale ad esso applicato è piccola rispetto al suo valor medio. Sebbene in principio si possa comunque ricorrere alla (C.4) per la descrizione, risulta opportuno poter linearizzare localmente tale relazione.

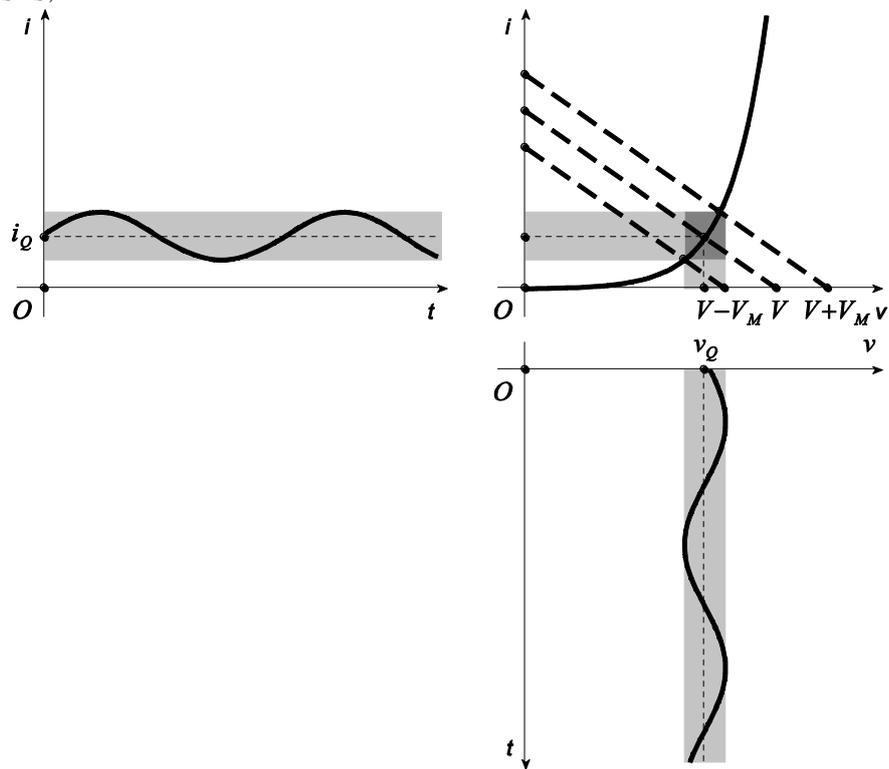
**Esempio:** Consideriamo il circuito di figura, in cui

$$v_i = V_M \sin \omega t,$$

con  $V_M \ll V$  e  $V > V_\gamma$ . Per effetto del generatore di forza elettromotrice  $V$  il diodo opera in conduzione e l'applicazione del generatore sinusoidale  $v_i$  non determina l'uscita del diodo da tale regime di funzionamento. Dalla costruzione grafica della figura alla pagina successiva risulta evidente che, relativamente ad una piccola regione della caratteristica intorno al punto



di funzionamento  $(v_Q, i_Q)$ , tale caratteristica possa ritenersi lineare.



L'esempio precedente mette in luce che, limitatamente agli effetti determinati dal solo generatore sinusoidale, il diodo possa essere schematizzato come una resistenza, di valore pari all'inverso della pendenza della caratteristica, calcolato nel punto di funzionamento. Questa grandezza, denominata *resistenza differenziale* del diodo vale:

$$r_d \equiv \frac{1}{g_d},$$

dove  $g_d$  è la *conduttanza differenziale*, pari a:

$$g_d \equiv \left. \frac{\partial i}{\partial v} \right|_{(v_Q, i_Q)},$$

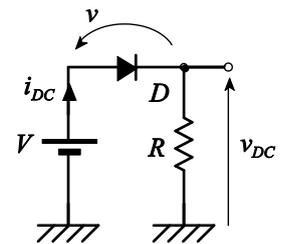
in cui  $(v_Q, i_Q)$  rappresenta il punto di funzionamento del diodo. Adoperando la (C.4) si ha:

$$g_d = \left. \frac{\partial}{\partial v} I_S \left( e^{\frac{v}{\eta V_T}} - 1 \right) \right|_{(v_Q, i_Q)} = \frac{I_S e^{\frac{v_Q}{\eta V_T}}}{\eta V_T} \approx \frac{i_Q}{\eta V_T},$$

essendo il diodo in conduzione e  $i_Q \approx I_S e^{\frac{v_Q}{\eta V_T}}$  siccome  $i_Q \gg I_S$ ; pertanto:

$$r_d = \frac{1}{g_d} = \frac{\eta V_T}{i_Q}. \quad (\text{C.6})$$

**Esempio:** Consideriamo il circuito dell'esempio precedente in cui la batteria eroga una forza elettromotrice di  $20\text{ V}$ , l'ampiezza  $V_M$  della forza elettromotrice erogata dal generatore sinusoidale  $v_i$  vale  $120\text{ mV}$ , la resistenza  $R$  è di  $1.5\text{ k}\Omega$  e il diodo, al silicio, presenta una resistenza in conduzione  $R_f$  pari a  $10\ \Omega$ . Stabiliamo l'espressione di  $v_o$  nell'ipotesi che il componente operi alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$ . Applichiamo il principio di sovrapposizione, considerando il contributo alla tensione  $v_o$  dovuto a ciascun generatore. Se il generatore  $v_i$  è sostituito con un cortocircuito, la corrente  $i_{DC}$  vale:

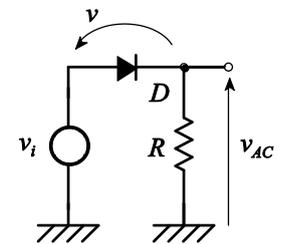


$$i_{DC} = \frac{V - V_\gamma}{R + R_f} \approx 12.8\text{ mA},$$

così

$$v_{DC} = Ri_{DC} \approx 19.3\text{ V}.$$

Assumiamo ora che il generatore  $V$  sia sostituito con un cortocircuito; la resistenza differenziale del diodo in corrispondenza della corrente  $i_{DC}$  vale:



$$r_d = \frac{\eta V_T}{i_{DC}} \approx 3.9\ \Omega,$$

dove  $\eta \approx 2$  e  $V_T \approx 25\text{ mV}$  alla temperatura specificata, pertanto il valore massimo della tensione alternata  $v_{AC}$  presente ai capi della resistenza  $R$  vale:

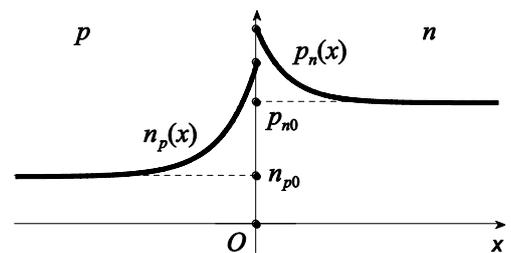
$$V_{oM} = V_M \frac{R}{R + r_d} \approx 119.7\text{ mV}.$$

Sommando i due contributi  $v_{DC}$  e  $v_{AC}$  si ottiene l'espressione della tensione  $v_o$ :

$$v_o = v_{DC} + v_{AC} = v_{DC} + V_{oM} \sin \omega t \approx 19.3\text{ V} + 119.7\text{ mV} \sin \omega t.$$

Nell'esempio precedente si è assunto in maniera implicita che la frequenza del generatore sinusoidale fosse sufficientemente bassa dal poter ritenere trascurabili gli effetti di accumulo di carica sulla giunzione. Tuttavia, ad alta frequenza tali effetti diventano manifesti, per cui si richiede l'aggiunta di opportuni elementi capacitivi al modello per piccolo segnale del diodo, in modo da poterne tenere conto.

In polarizzazione diretta la capacità equivalente è detta *capacità di diffusione* e la sua presenza schematizza il fatto che in questo modo di funzionamento esiste una iniezione di cariche minoritarie in ciascuna regione del diodo, provenienti dalla regione opposta; in particolare vi saranno lacune in prossimità del lato del diodo drogato di tipo  $n$  ed elettroni in prossimità del lato drogato di tipo  $p$ . Gli eccessi di carica, corrispondenti alle concentrazioni indicate con  $p_n(x)$  e con  $n_p(x)$ , rispettivamente nelle regioni drogate di tipo  $n$  e  $p$ , diminuiscono rapidamente allontanandosi dalla giunzione a causa delle ricombinazioni, per cui, a grandi distanze dalla giunzione, le concentrazioni di portatori minoritari sono pari



a quelle che si avrebbero a circuito aperto,  $p_{n0}$  e  $n_{p0}$ , rispettivamente nelle regioni di tipo  $n$  e  $p$ . Per effetto di una variazione  $\Delta V$  della tensione applicata al diodo, si ha una variazione  $\Delta Q$  della carica in eccesso; si definisce capacità di diffusione  $C_D$  il limite:

$$C_D \equiv \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Big|_{(v_Q, i_Q)} = \frac{dQ}{dV} \Big|_{(v_Q, i_Q)},$$

in cui, al solito,  $(v_Q, i_Q)$  indica il punto di funzionamento del diodo. Si prova che:

$$C_D = \frac{\tau i_Q}{\eta V_T},$$

dove  $\tau$  è il tempo di vita medio dei portatori prima che subiscano una ricombinazione, così, dalla (C.6) segue:

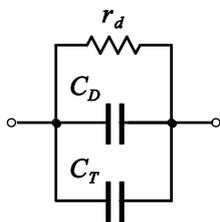
$$C_D = \frac{\tau}{r_d}.$$

Questa relazione, permette di riguardare  $\tau$  come una costante di tempo di diffusione  $r_d C_D$ .

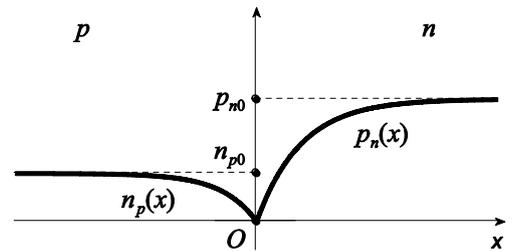
In polarizzazione inversa, la capacità equivalente è detta *capacità di transizione* e rappresenta la variazione della carica immagazzinata nella regione di carica spaziale a causa della variazione della tensione inversa applicata alla giunzione. Se  $W$  indica l'ampiezza della regione di carica spaziale e  $A$  l'area della giunzione, la capacità di transizione  $C_T$  vale:

$$C_T \equiv \frac{\varepsilon A}{W},$$

dove  $\varepsilon$  è la costante dielettrica del semiconduttore.



Quindi, per quanto concerne il comportamento ad alta frequenza, il diodo viene schematizzato tenendo conto sia della capacità di diffusione che di quella di transizione, così come mostrato in figura. In polarizzazione diretta prevale l'effetto di  $C_D$  su quello di  $C_T$  mentre, al contrario, in polarizzazione inversa, sebbene sia sempre presente un piccolo flusso di portatori, la capacità di diffusione corrispondente assume un valore molto più piccolo rispetto alla capacità di transizione.



### C.3 Applicazioni dei diodi

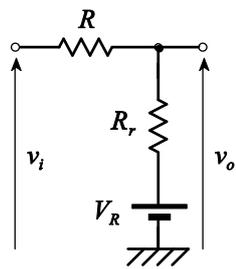
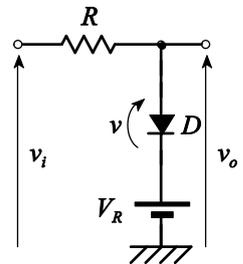
Le applicazioni dei diodi sono tutte legate alla specifica caratteristica di tali componenti, parzialmente descritta dall'equazione di Shockley (C.4). Lo studio di tali applicazioni, salvo per

casi specifici, sarà tuttavia svolto facendo uso della caratteristica lineare a tratti introdotta nel paragrafo C.2.4.

### C.3.1 Slicer

In generale, sono detti *slicer* i circuiti in grado di modificare una grandezza, quale una tensione o una corrente, applicata al loro ingresso, privandola di una sua parte.

Consideriamo il circuito di figura, affinché il diodo risulti interdetto deve risultare  $v < V_\gamma$ ; in tale condizione, essendo nulla la caduta di tensione ai capi della resistenza  $R$ , deve essere:



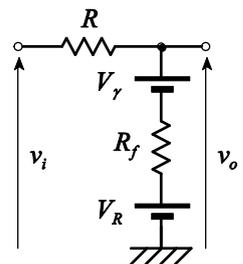
$$v = v_i - V_R,$$

per cui risulta:

$$\begin{cases} v_i < V_R + V_\gamma & \Rightarrow & D \text{ interdetto,} \\ v_i > V_R + V_\gamma & \Rightarrow & D \text{ in conduzione.} \end{cases}$$

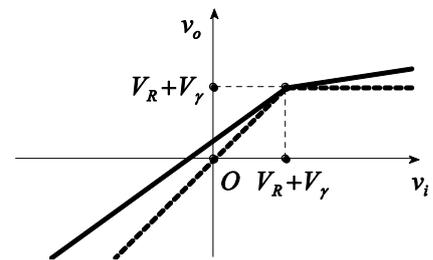
Nel primo caso, quando il diodo è interdetto, attraverso l'applicazione del principio di sovrapposizione, si deduce:

$$v_o = \frac{\frac{v_i}{R} + \frac{V_R}{R_r}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_r}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_r}} v_i + \frac{R}{R + R_r} V_R;$$



nel secondo caso, quando il diodo è in conduzione, si ha:

$$v_o = \frac{\frac{v_i}{R} + \frac{V_R + V_\gamma}{R_f}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_f}} = \frac{R_f}{R + R_f} v_i + \frac{R}{R + R_f} (V_R + V_\gamma).$$

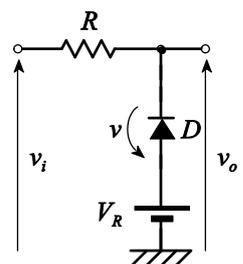


In figura è mostrata la caratteristica  $v_o - v_i$  anche nel caso, in tratteggio, in cui risulta  $R_r \gg R$  e Consideriamo il circuito di figura, nell'ipotesi in cui il diodo sia interdetto risulta:

$$v = V_R - v_i,$$

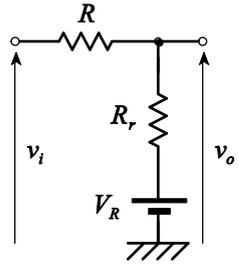
per cui i due stati di funzionamento si hanno per:

$$\begin{cases} v_i > V_R - V_\gamma & \Rightarrow & D \text{ interdetto,} \\ v_i < V_R - V_\gamma & \Rightarrow & D \text{ in conduzione.} \end{cases}$$

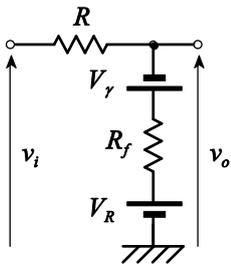


Nel primo caso si ha:

$$v_o = \frac{\frac{v_i + V_R}{\frac{R}{R} + \frac{1}{R_f}}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_f}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_f}} v_i + \frac{R}{R + R_f} V_R,$$

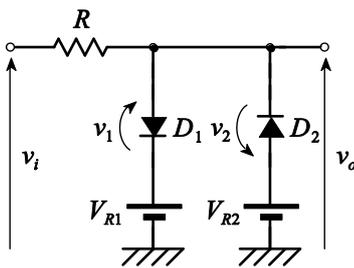
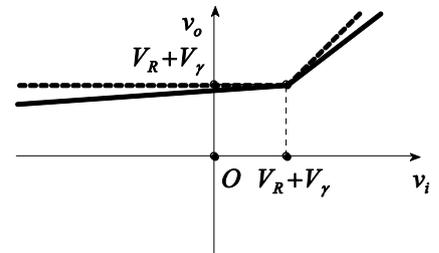


nel secondo:



$$v_o = \frac{\frac{v_i + V_R - V_\gamma}{\frac{R}{R} + \frac{1}{R_f}}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_f}} = \frac{R_f}{R + R_f} v_i + \frac{R}{R + R_f} (V_R - V_\gamma).$$

In figura è mostrata la caratteristica  $v_o - v_i$  anche nel caso, in tratteggio, in cui risulta  $R_f \gg R$  e Consideriamo infine il circuito di figura; il diodo  $D_1$  è interdetto per  $v_1 < V_{\gamma 1}$  e, siccome  $v_1 = v_i - V_{R1}$ , si ha:



$$\begin{cases} v_i < V_{R1} + V_{\gamma 1} \Rightarrow D_1 \text{ interdetto,} \\ v_i > V_{R1} + V_{\gamma 1} \Rightarrow D_1 \text{ in conduzione;} \end{cases}$$

$v_2 < V_{\gamma 2}$  e, siccome  $v_2 = V_{R2} - v_i$ , si ha:

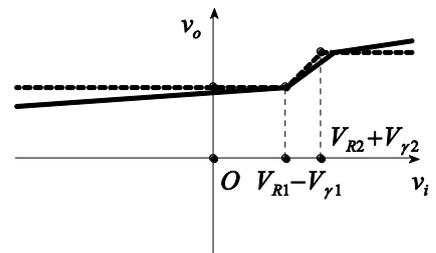
$$\begin{cases} v_i > V_{R2} - V_{\gamma 2} \Rightarrow D_2 \text{ interdetto,} \\ v_i < V_{R2} - V_{\gamma 2} \Rightarrow D_2 \text{ in conduzione;} \end{cases}$$

$v_o - v_i$  Per ottenere un funzionamento dello slicer quanto più prossimo a quello ideale, deve risultare:

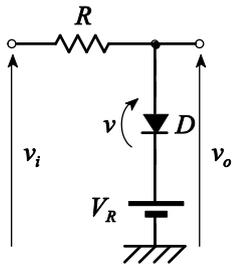
$$R_f \ll R \ll R_r.$$

Tale condizione è soddisfatta<sup>5</sup> se

$$R \equiv \sqrt{R_r R_f}.$$

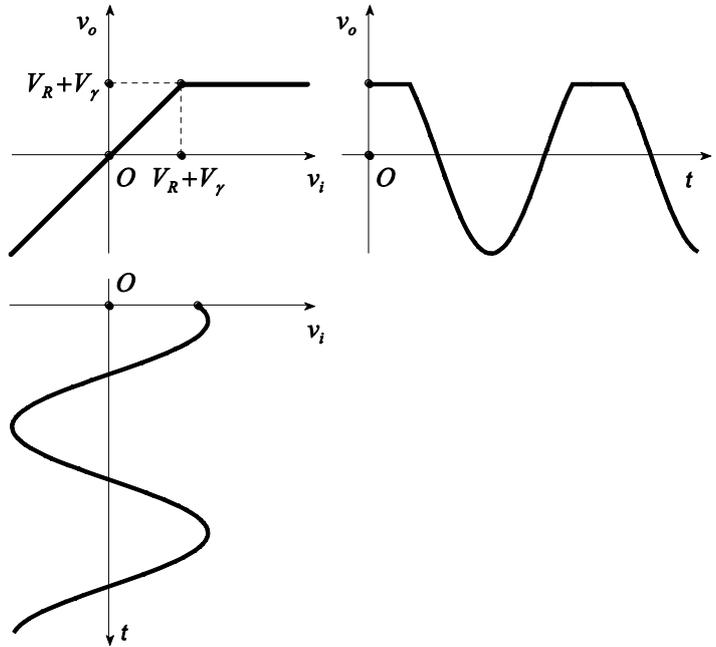


<sup>5</sup> Infatti, posto  $R \equiv \kappa R_f$  e  $R_r \equiv \kappa R$ , con  $\kappa \gg 1$ , ricavando  $\kappa$  da una delle due relazioni e sostituendola nell'altra, si ottiene l'espressione indicata.



**Esempio:** La risposta dello slicer dello schema di figura ad uno stimolo, ad esempio di tipo sinusoidale, si ottiene facilmente attraverso la costruzione grafica mostrata in figura. Per semplicità si è considerata la condizione ideale in cui  $R_f \gg R$  e

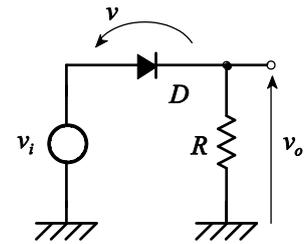
$R_f \ll R$ . Si dispongono affiancati alla caratteristica  $v_o - v_i$  gli assi contenenti le medesime grandezze, rispettivamente quello della tensione di ingresso  $v_i$  e quello della tensione di uscita  $v_o$ , quindi si proietta punto per punto la tensione di ingresso sulla caratteristica come indicato nella figura. Tale metodo può essere adoperato per la costruzione della risposta  $v_o$  di una qualsiasi rete ad un generico stimolo  $v_i$  una volta che sia nota la caratteristica  $v_o - v_i$ .



### C.3.2 Circuiti raddrizzatori

Consideriamo il circuito di figura con:

$$v_i = V_M \sin(\omega t) \tag{C.7}$$



ed assumiamo per semplicità che la tensione di soglia  $V_\gamma$  del diodo sia nulla, allora la corrente  $i$  nel circuito durante un periodo  $2\pi/\omega$  vale:

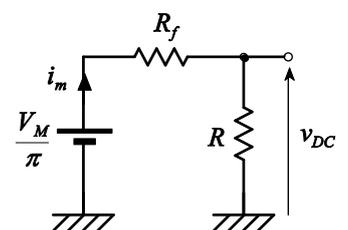
$$i = \begin{cases} \frac{v_i}{R + R_f} & 0 \leq \omega t < \pi, \\ \frac{v_i}{R + R_r} & \pi \leq \omega t < 2\pi. \end{cases}$$

Il valor medio di tale corrente è:

$$\begin{aligned} i_m \equiv \langle i \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i dt = \frac{V_M}{2\pi(R + R_f)} \int_0^\pi \sin(\omega t) dt + \frac{V_M}{2\pi(R + R_r)} \int_\pi^{2\pi} \sin(\omega t) dt = \\ &= \frac{V_M}{\pi} \left( \frac{1}{R + R_f} + \frac{1}{R + R_r} \right) \approx \frac{V_M}{\pi} \frac{1}{R + R_f}, \end{aligned} \tag{C.8}$$

assumendo per ipotesi che sia  $R_r \gg R$ . Attraverso tale relazione è possibile scrivere:

$$\frac{V_M}{\pi} = i_m R + i_m R_f,$$



che consente di schematizzare il circuito come indicato in figura, in cui

$$v_{DC} \equiv i_m R$$

che, dalla relazione (C.8), vale:

$$v_{DC} = \frac{V_M}{\pi} - i_m R_f \approx \frac{V_M}{\pi} - \frac{V_M}{\pi} \frac{R_f}{R + R_f} = \frac{V_M}{\pi} \frac{R}{R + R_f} \approx \frac{V_M}{\pi}$$

nell'ipotesi in cui  $R \gg R_f$ . La differenza di potenziale  $v$  ai capi del diodo è

$$v = v_i - Ri,$$

quindi:

$$v = \begin{cases} v_i - v_i \frac{R}{R + R_f} \approx 0 & 0 \leq \omega t < \pi, \\ v_i - v_i \frac{R}{R + R_f} \approx v_i & \pi \leq \omega t < 2\pi, \end{cases}$$

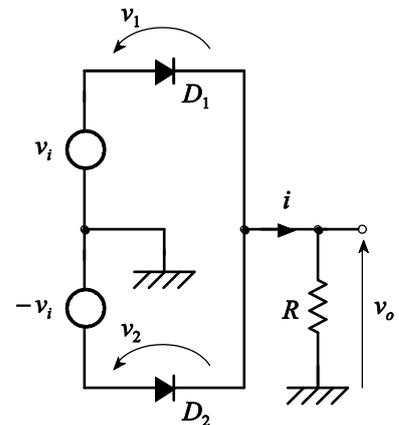
pertanto, dalla (C.7) segue che il diodo deve essere in grado di sopportare una differenza di potenziale inversa pari a  $V_M$ .

Consideriamo il circuito di figura, a differenza del caso precedente, la resistenza  $R$  è sempre percorsa da corrente, anche per  $v_i < 0$ ; in particolare, la corrente attraverso tale carico vale:

$$i = \begin{cases} \frac{v_i}{R + R_f} & 0 \leq \omega t < \pi, \\ -\frac{v_i}{R + R_f} & \pi \leq \omega t < 2\pi, \end{cases}$$

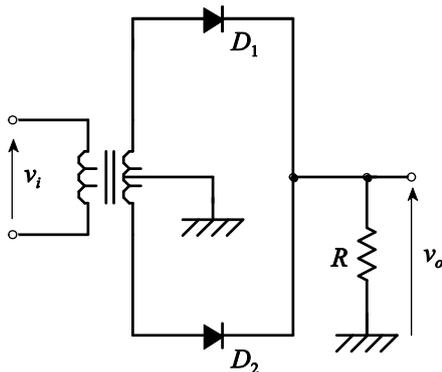
cioè, dalla relazione (C.7):

$$i = \frac{|v_i|}{R + R_f} = \frac{V_M}{R + R_f} |\sin(\omega t)|.$$



Il valor medio della corrente attraverso  $R$  vale:

$$\begin{aligned} i_m \equiv \langle i \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i dt = \frac{V_M}{2\pi(R + R_f)} \int_0^{2\pi} |\sin(\omega t)| dt = \\ &= \frac{2V_M}{\pi} \frac{1}{R + R_f}, \end{aligned}$$



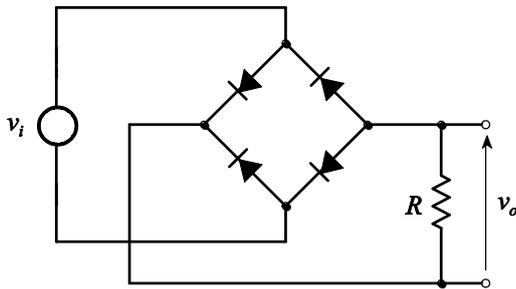
ovvero è doppia rispetto a quella del caso precedente (C.8). Per ottenere tale circuito si adopera un trasformatore con il

secondario dotato di una presa a metà avvolgimento, anche detto *trasformatore a presa centrale*, così come indicato nello schema di figura. Le differenze di potenziale ai capi dei diodi soddisfano le relazioni:

$$2v_i - v_1 - v_2 = 0,$$

d'altra parte, siccome i diodi sono alternativamente, in conduzione o interdetti, se, in particolare  $D_1$  è in conduzione e, di conseguenza  $v_1 \approx 0$ , mentre  $D_2$  è interdetto, dalla relazione precedente si ha:

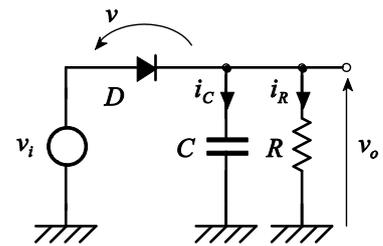
$$v_2 \approx 2v_i,$$



pertanto, in questo caso i diodi devono poter sopportare una tensione inversa pari a  $2V_M$ .

Il dispositivo così ottenuto è detto *raddrizzatore a doppia semionda* in quanto consente il raddrizzamento di due semionde anziché di una sola, come il precedente. Un'implementazione alternativa del raddrizzatore a doppia semionda, inventata dall'ingegnere polacco Karol Pollak nel 1895 e resa nota dal fisico Leo Graetz nel 1897, è mostrata in figura.

**Esempio:** (*Filtraggio*) I dispositivi testé descritti consentono di ottenere, a partire da un generatore di forza elettromotrice sinusoidale di frequenza  $f$ , una corrente pulsata di frequenza  $f$ , nel caso del raddrizzatore ad una semionda, e  $2f$ , nel caso del raddrizzatore a doppia semionda. Affinché tale corrente possa essere resa assimilabile a quella prodotta da un generatore di forza elettromotrice continua è opportuno che il blocco di raddrizzamento sia seguito da uno stadio di filtraggio. Consideriamo il circuito di figura e supponiamo inizialmente che la resistenza  $R$  sia infinita; allora, se il condensatore  $C$  è inizialmente scarico, durante il fronte di salita della tensione di ingresso  $v_i$  si caricherà con costante di tempo  $R_f C$  e, per i tempi successivi conserverà tale carica. Sempre nell'ipotesi che la resistenza  $R$  sia infinita, dalla relazione (C.7) segue:



$$v = v_i - v_o = v_i - V_M = V_M \sin(\omega t) - V_M = V_M [\sin(\omega t) - 1],$$

essendo  $V_M$  la tensione a cui si porta il condensatore dopo la carica. Da tale relazione segue che il diodo deve essere dimensionato in maniera tale da poter sopportare una differenza di potenziale inversa di  $2V_M$ . Supponiamo che  $R$  sia finita e assumiamo che risulti  $R_f \ll R$ , allora, quando il diodo è in conduzione si ha:

$$i = i_C + i_R = C \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R};$$

d'altra parte, poiché il diodo conduce,  $v_o$  coincide con  $v_i$ , per cui, dalla (C.7) risulta:

$$\begin{aligned} i &= C \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R} = C \frac{d}{dt} V_M \sin(\omega t) + \frac{1}{R} V_M \sin(\omega t) = V_M \left[ \omega C \cos(\omega t) + \frac{1}{R} \sin(\omega t) \right] = \\ &= V_M \left[ \frac{1}{Z} \sin \phi \cos(\omega t) + \frac{1}{Z} \cos \phi \sin(\omega t) \right]; \end{aligned}$$

dove si è posto:

$$Z \equiv \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}},$$

$$\tan \phi \equiv \omega RC. \quad (\text{C.9})$$

Pertanto, la corrente attraverso il diodo vale:

$$i = \frac{V_M}{Z} \sin(\omega t + \phi) = I_M \sin(\omega t + \phi), \quad (\text{C.10})$$

avendo posto:

$$I_M \equiv \frac{V_M}{Z}.$$

Le espressioni precedenti mostrano che, fissato il valore della resistenza  $R$ , al crescere della capacità di  $C$  aumenta anche la corrente di picco attraverso il diodo. In un periodo, il diodo cessa di condurre al tempo  $t_1$  in corrispondenza del quale la tensione  $v_i$  diventa inferiore a quella presente ai capi del condensatore e riprende a condurre al tempo  $t_2$  in cui la tensione  $v_i$  ridiventa maggiore di quella sul condensatore. L'istante di tempo  $t_1$  si trova annullando l'espressione della corrente (C.10), cioè, posto:

$$I_M \sin(\omega t_1 + \phi) \equiv 0$$

segue  $\omega t_1 + \phi = n\pi$ ; in un semiciclo  $n = 1$ , allora, dalla (C.9) segue:

$$\omega t_1 = \pi - \phi = \pi - \text{atan}(\omega RC);$$

al tempo  $t_1$  la tensione  $v_o$  ai capi di  $R$  vale:

$$v_o(t_1) = V_M \sin(\omega t_1) = V_M \sin(\pi - \phi) = V_M \sin \phi. \quad (\text{C.11})$$

A partire dall'istante  $t_1$  il condensatore si scarica sulla resistenza con legge esponenziale:

$$v_o = A e^{-t/RC},$$

in particolare, al tempo  $t_1$ , dalla (C.11) risulta:

$$A e^{-t_1/RC} = v_o(t_1) = V_M \sin \phi,$$

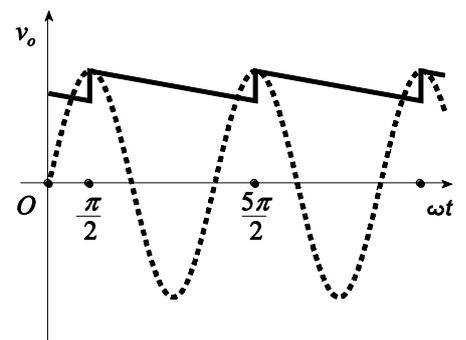
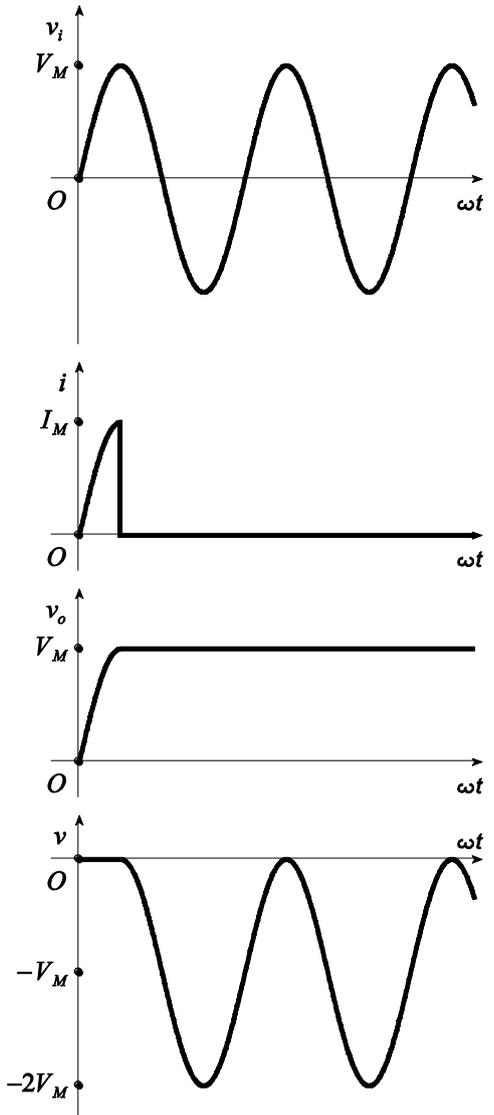
così l'espressione della differenza di potenziale ai capi della resistenza per  $t > t_1$  è:

$$v_o = V_M \sin \phi e^{-(t-t_1)/RC}.$$

La scarica procede fino al tempo  $t_2$  in cui la tensione  $v_i$  supera il valore fornito dall'espressione precedente allo stesso tempo:

$$V_M \sin(\omega t_2) = V_M \sin \phi e^{-(t_2-t_1)/RC};$$

da tale relazione, noto  $t_1$  è possibile dedurre  $t_2$ . Introducendo alcune ragionevoli approssimazioni è possibile risolvere il problema in maniera analitica. Assumiamo pertanto:



$$\omega RC \gg 1,$$

in modo che la costante di tempo di scarica risulti molto maggiore del periodo di  $v_i$ , ed assumiamo, inoltre, che il tempo di carica del condensatore sia molto inferiore del periodo di  $v_i$ . Allora  $\phi \approx \pi/2$  e la legge di scarica diventa:

$$v_o \approx V_M \left( 1 - \frac{t-t_1}{RC} \right) \approx V_M \left( 1 - \frac{t}{RC} + \frac{\pi}{2\omega RC} \right),$$

essendo  $\omega t_1 \approx \pi/2$ . La tensione a cui si porta il condensatore immediatamente prima della carica si stabilisce valutando l'espressione precedente in corrispondenza del tempo  $t$  tale che  $\omega t \equiv 5\pi/2$ :

$$v_o \approx V_M \left( 1 - \frac{5\pi}{2\omega RC} + \frac{\pi}{2\omega RC} \right) = V_M \left( 1 - \frac{2\pi}{\omega RC} \right) = V_M \left( 1 - \frac{1}{f RC} \right) = V_M - \frac{V_M}{f RC} = V_M - v_r,$$

in cui

$$v_r \equiv \frac{V_M}{f RC}, \tag{C.12}$$

detta *tensione di ripple*, rappresenta la diminuzione della tensione sul condensatore in un periodo. Il valor medio della tensione sul condensatore vale:

$$v_{DC} = V_M - \frac{v_r}{2};$$

dalla relazione (C.12) segue:

$$v_{DC} = V_M \left( 1 - \frac{T}{2RC} \right),$$

dove  $T = 1/f$  è il periodo della tensione in ingresso (C.7). Nel caso di un raddrizzatore a doppia semionda il tempo durante il quale il diodo è interdetto e il condensatore si scarica è  $T/2$ , così, dalla relazione (C.12) si ha:

$$v_r = \frac{V_M}{2f RC},$$

ed il valor medio della tensione sul condensatore vale:

$$v_{DC} = V_M \left( 1 - \frac{T}{4RC} \right),$$

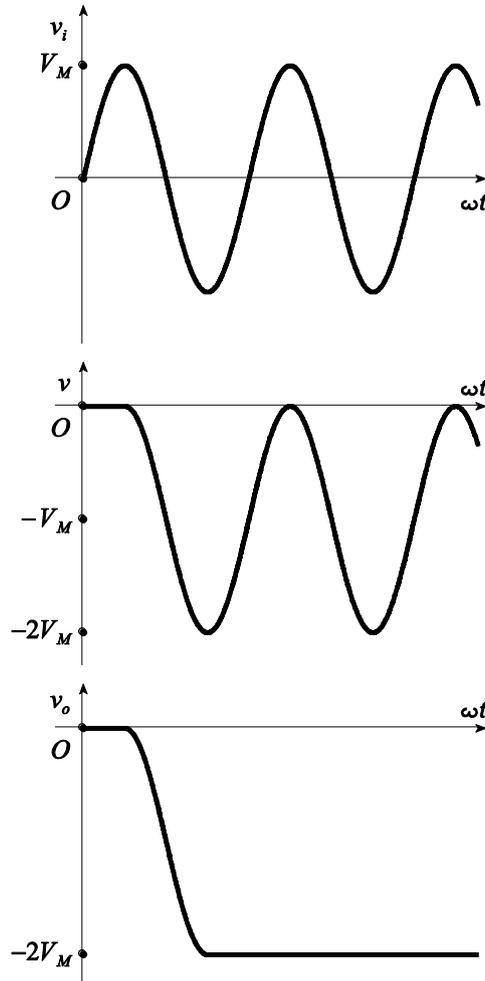
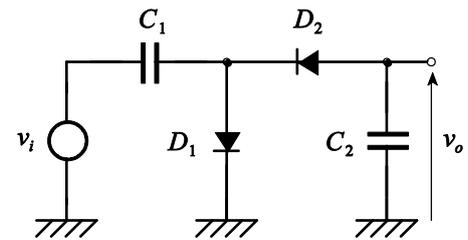
cioè, in questo caso la tensione di ripple è la metà di quella del rettificatore a singola semionda.

### C.3.3 Generatore di Cockcroft e Walton

Il *generatore di Cockcroft e Walton*, o *moltiplicatore di tensione*, è un dispositivo elettrico in grado di produrre un'elevata tensione continua a partire da una bassa tensione alternata.

Il suo nome deriva da quello dei fisici inglesi John Douglas Cockcroft e Ernest Thomas Sinton Walton che, nel 1932, usarono tale dispositivo per accelerare protoni facendogli raggiungere un'energia sufficientemente elevata da penetrare la barriera coulombiana dei nuclei più leggeri e poter studiare le reazioni nucleari indotte da particelle cariche energetiche. In particolare, il primo acceleratore che adoperava questo generatore portava i protoni ad una energia di circa 400 keV, utilizzando una sorgente nella quale i protoni venivano generati ionizzando atomi di idrogeno per mezzo

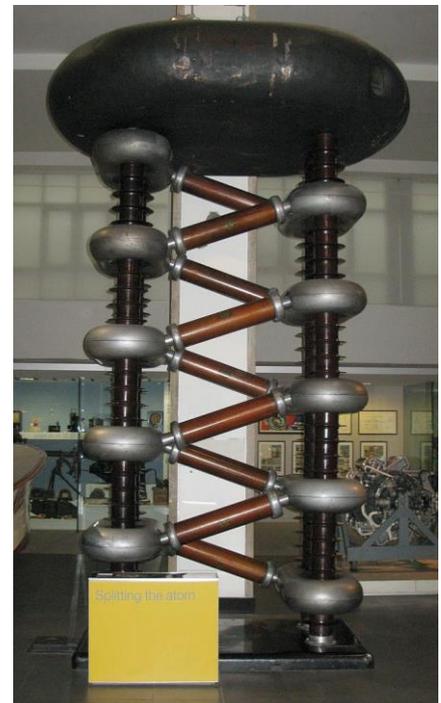
di una scarica elettrica in un'atmosfera dello stesso gas. Con questo acceleratore fu ottenuta la prima trasmutazioni del nucleo con la reazione  $p + \text{Li} \rightarrow 2\text{He}$ . Il circuito duplicatore di tensione fu inventato dal fisico svizzero Heinrich Greinacher nel 1914 che successivamente, nel 1920, lo generalizzò nella configurazione poi adoperata da Cockcroft e Walton.



Consideriamo il raddrizzatore a singola semionda seguito dallo stadio di filtraggio dello schema dell'esempio precedente; nell'ipotesi in cui la resistenza  $R$  sia infinita, quando al suo ingresso agisce l'eccitazione (C.7), la tensione ai capi del diodo risulta sinusoidale con ampiezza  $V_M$ , pari a quella della eccitazione di ingresso, e valore medio  $-V_M$ . Se in parallelo al diodo si dispone la serie di un condensatore  $C_2$  e un diodo  $D_2$ , così come mostrato in figura, il condensatore  $C_2$  si carica ad una tensione pari al doppio  $2V_M$  dell'ampiezza della tensione in ingresso.

La rete così costituita funziona pertanto da duplicatore di tensione ed è tanto più efficace quanto più è grande la sua resistenza di carico.

Il funzionamento del duplicatore risulta più complesso di quanto descritto in quanto i condensatori  $C_1$  e  $C_2$  non operano in maniera indipendente. Assumendo che entrambi i condensatori risultino inizialmente scarichi, nella pratica accade quanto segue. Nell'intervallo di tempo in cui  $\omega t$  è compreso tra  $0$  e  $\pi/2$ , la tensione di ingresso è positiva rispetto massa, il diodo  $D_1$  è in conduzione mentre  $D_2$  è interdetto; ne segue che il condensatore  $C_1$  prende a caricarsi raggiungendo la tensione  $V_M$  mentre la tensione di uscita  $v_o$  resta nulla. Per  $\omega t$  compreso tra  $\pi/2$  e  $3\pi/2$  il diodo  $D_1$  è interdetto e  $D_2$  conduce; assumendo che il carico applicato all'uscita del duplicatore abbia resistenza infinita, nell'ipotesi in cui  $C_1 \gg C_2$ , il condensatore  $C_1$  non può scaricarsi, per cui la tensione ai suoi capi resta pari a  $V_M$ , così la tensione di uscita segue la tensione di ingresso, traslata della tensione  $V_M$  di carica del condensatore  $C_1$ , ma col segno cambiato, raggiungendo il valore di  $-2V_M$  quando  $\omega t$  risulta pari a  $3\pi/2$ . Nell'intervallo compreso tra  $3\pi/2$  e  $2\pi$  entrambi i diodi sono interdetti e le differenze di potenziale ai capi dei condensatori  $C_1$  e  $C_2$  si mantengono, rispettivamente pari, in valore assoluto, a  $V_M$  e  $2V_M$ . In questa descrizione si è supposto che il condensatore  $C_1$  agisca come un generatore di tensione ideale erogando, in particolare, la tensione  $V_M$  a partire dall'istante in cui  $\omega t$  vale  $\pi/2$ , contribuendo alla carica di  $C_2$ . In realtà, soprattutto se la condizione  $C_1 \gg C_2$  non è rispettata, ha comunque luogo una redistribuzione della carica tra i due condensatori, per cui il raggiungimento delle condizioni di regime richiede alcuni periodi della tensione di ingresso  $v_i$ .

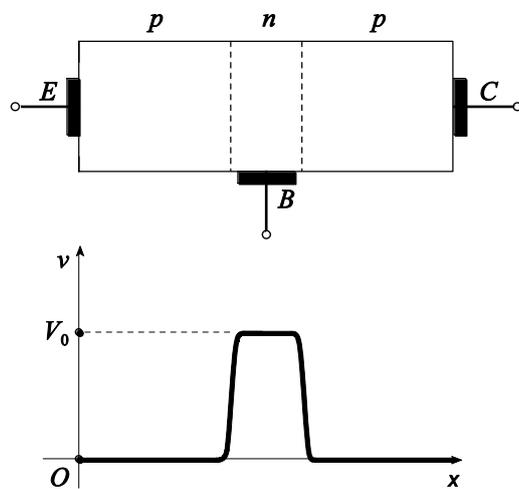
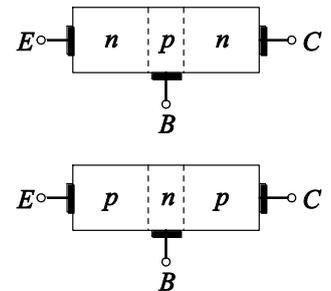


Generatore di Cockcroft e Walton, i condensatori sono rappresentati dai contenitori metallici disposti lungo i supporti verticali, i diodi sono disposti sulle diagonali (National Science Museum, Londra).

Per estensione si possono realizzare moltiplicatori di tensione di grado maggiore; la sola limitazioni riguarda il carico, che deve assorbire una corrente trascurabile affinché la capacità in uscita non si scarichi sensibilmente.

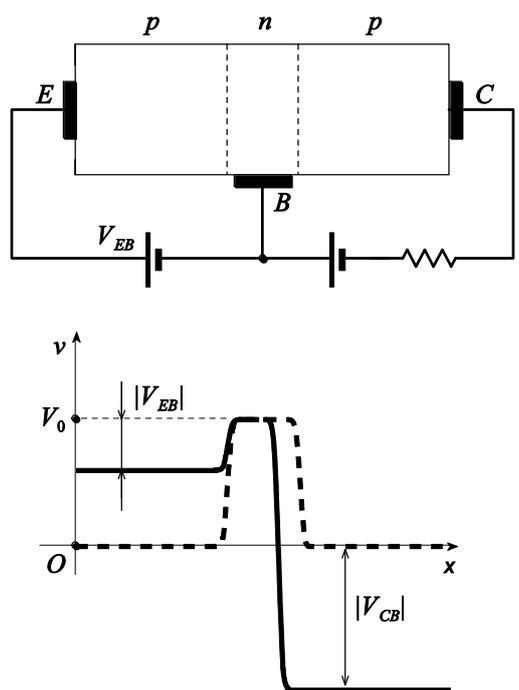
### C.4 Transistor bipolare

Un transistor bipolare a giunzione (*BJT*) è realizzato a partire da un cristallo puro di materiale semiconduttore, introducendo ai due lati opposti impurità dello stesso tipo e, centralmente, impurità di tipo opposto. La regione centrale è detta *base (B)*, le due regioni laterali sono dette, rispettivamente, *emettitore (E)* e *collettore (C)*. Se la base è drogata di tipo *p* il transistor è detto *NPN*, altrimenti *PNP*.



Nel 1947 J. Bardeen e W. Brattain, coordinati da W. Shockley, nel tentativo di controllare con un campo elettrico il flusso della corrente attraverso un cristallo di materiale semiconduttore, realizzarono il primo transistor. Tale dispositivo, denominato *transistor bipolare a punto di contatto*, era costituito da due elettrodi distanti circa  $50 \mu\text{m}$ , posti a contatto con un cristallo di germanio puro. La comprensione della fisica di tale dispositivo, indusse Shockley, l'anno successivo, a sostituire gli elettrodi di contatto con delle giunzioni *pn*, portando alla costruzione del transistor bipolare a giunzione.

mostrata in figura; i gradini di potenziale in corrispondenza di ciascuna giunzione si portano ad un comune valore  $V_0$  tale da impedire il passaggio di corrente. In condizioni normali di funzionamento

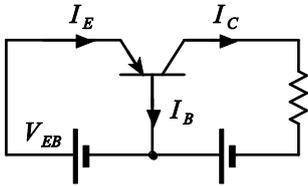


Senza perdita di generalità, consideriamo un transistor di tipo *PNP*. In assenza di polarizzazioni esterne, a cavallo delle due giunzioni si originano delle regioni di carica spaziale che determinano la *barriera di potenziale* mostrata in figura; i gradini di potenziale in corrispondenza di ciascuna giunzione si portano ad un comune valore  $V_0$  tale da impedire il passaggio di corrente. In condizioni normali di funzionamento del transistor, la giunzione *base-emettitore* viene polarizzata direttamente e quella *collettore-base* inversamente; le differenze di potenziali  $V_{EB}$  e  $V_{CB}$ , rispettivamente applicate tra emettitore e base e tra collettore e base, si localizzano essenzialmente in corrispondenza delle corrispondenti giunzioni, pertanto l'altezza della barriera di potenziale della giunzione *base-emettitore* diminuisce di un fattore pari  $|V_{EB}|$  mentre l'altezza della barriera di potenziale della giunzione *collettore-base* aumenta di un fattore pari a  $|V_{CB}|$ . Per effetto di tale polarizzazione si origina una corrente  $I_E$  controllata dalla tensione  $V_{EB}$ , diretta dall'emettitore alla base; questa corrente, che in un diodo convenzionale è costituita in uguale misura da elettroni e lacuna, nel transistor *PNP* è essenzialmente dovuta alle sole lacune, essendo la regione di base molto meno drogata di quella dell'emettitore:

$$I_E = I_{pE} + I_{nE} \approx I_{pE},$$

dove  $I_{pE}$  e  $I_{nE}$  rappresentano, rispettivamente, le correnti di lacune e di elettroni nella regione dell'emettitore. Nella regione di base il potenziale risulta praticamente costante e le lacune iniettate dall'emettitore, costituendo portatori minoritari per la giunzione *collettore-base*, diffondono verso la regione del collettore. La frazione  $\alpha$  delle lacune che dall'emettitore raggiungono il collettore è molto elevata, generalmente oltre il 99%, siccome la larghezza della base è molto piccola, allo scopo di impedire alla lacune provenienti dall'emettitore di ricombinarsi in tale regione, pertanto:

$$\alpha = \frac{I_{pC}}{I_{pE}} \approx \frac{I_{pC}}{I_E} \approx 0.99,$$



dove  $I_{pC}$  è la corrente di lacune nel collettore. In figura è mostrato il simbolo del *BJT* inserito nel circuito per la sua polarizzazione; applicando la legge di Kirchhoff per le correnti al nodo costituito dallo stesso transistor, risulta:

$$I_E = I_B + I_C, \quad (C.13)$$

in cui  $I_C$  e  $I_B$  rappresentano, rispettivamente, le correnti di collettore e di base. Siccome la giunzione *collettore-base* è polarizzata inversamente, alla corrente di collettore contribuisce anche una corrente inversa  $I_{C0}$ , così:

$$I_C = \alpha I_E + I_{C0}.$$

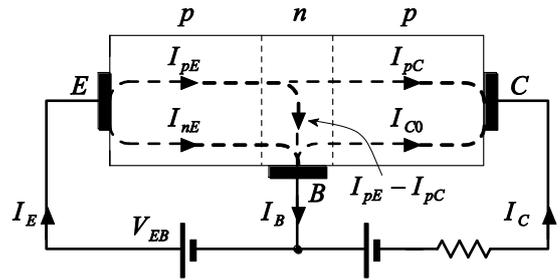
Ricavando  $I_E$  da tale relazione e sostituendola nella (C.13) si trova:

$$I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{C0} \approx \beta I_B, \quad (C.14)$$

dove:

$$\beta \equiv \frac{\alpha}{1 - \alpha}, \quad (C.15)$$

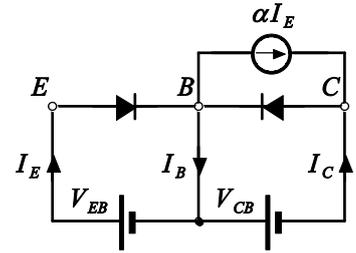
e siccome  $I_{C0} \ll I_B$ . Poiché  $\alpha \approx 0.99$ , allora  $\beta \approx 100$ , così dalla (C.14) si deduce che ad un piccolo valore della corrente di base corrisponde un valore della corrente di collettore  $\beta$  superiore. In questa maniera è possibile controllare una grande corrente  $I_C$  attraverso una piccola corrente  $I_B$ .



John Bardeen, William Shockley e Walter Brattain nel 1948 presso i Bell Labs.

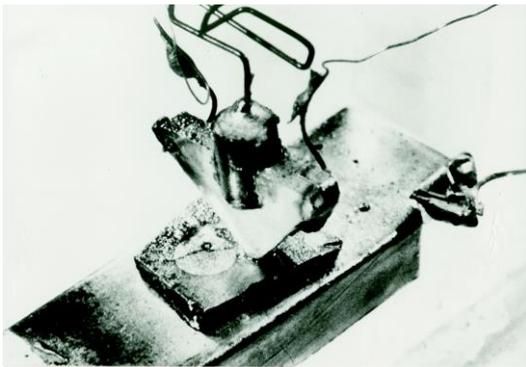
### C.4.1 Modello di Ebers-Moll

Un modello matematico per la descrizione del funzionamento del *BJT*, basato sull'equazione di Shockley (C.4), fu proposto da Jewell James Ebers e da John Luis Moll nel 1951. Ebers e Moll osservarono che il funzionamento del transistor può essere spiegato quantitativamente schematizzando tale dispositivo come due diodi contrapposti; l'interazione tra tali diodi, caratterizzata da una regione, quella di base, in comune, può essere efficacemente descritta attraverso un generatore di corrente situato tra i terminali di base e di collettore, che eroga una corrente proporzionale, attraverso un opportuno coefficiente  $\alpha$ , all'intensità della corrente di collettore. Pertanto:



$$i_E = I_{ES} \left( e^{\frac{v_{EB}}{V_T}} - 1 \right),$$

$$i_C = I_{CS} \left( e^{\frac{v_{CB}}{V_T}} - 1 \right) - i_E \alpha = I_{CS} \left( e^{\frac{v_{CB}}{V_T}} - 1 \right) - \alpha I_{ES} \left( e^{\frac{v_{EB}}{V_T}} - 1 \right).$$

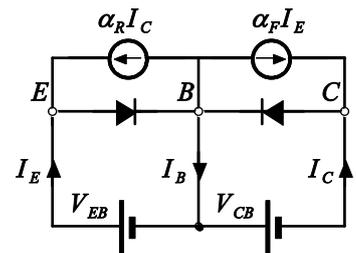


Primo transistor bipolare a punta di contatto.

A differenza della relazione (C.4), siccome le correnti di lavoro del transistor sono di molti ordini di grandezza superiori alle corrispondenti correnti inverse di saturazione  $I_{ES}$  e  $I_{CS}$ , il coefficiente di emissione risulta praticamente unitario. Il modello testé descritto non contempla la possibilità che il transistor operi con i terminali di collettore e di emettitore scambiati; pertanto è necessario aggiungere un ulteriore generatore di corrente, come in figura; pertanto posto:

$$\alpha_F \equiv \alpha,$$

le equazioni precedenti si modificano come:



$$i_E = I_{ES} \left( e^{\frac{v_{EB}}{V_T}} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left( e^{\frac{v_{CB}}{V_T}} - 1 \right),$$

$$i_C = I_{CS} \left( e^{\frac{v_{CB}}{V_T}} - 1 \right) - \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{v_{EB}}{V_T}} - 1 \right).$$

Le quantità  $I_{ES}$ ,  $I_{CS}$ ,  $\alpha_F$  e  $\alpha_R$  dipendono dalla geometria del dispositivo e dal drogante; le correnti  $I_{ES}$  e  $I_{CS}$  sono dell'ordine di  $10^{-15}$  A e inoltre risulta

$$0.98 \leq \alpha_F \leq 0.99,$$

$$0.40 \leq \alpha_R \leq 0.8.$$



Primo transistor bipolare a giunzione.

Applicando la legge di Kirchhoff per le correnti al nodo costituito dal transistor è possibile ricavare la corrente di base:

$$i_B = -(i_C + i_E).$$

Le precedenti relazioni, dette *equazioni di Ebers-Moll* descrivono il comportamento di un transistor bipolare di tipo *PNP*; per ottenere le equazioni per il transistor *NPN* occorre invertire i segni di tutte le correnti e differenze di potenziale:

$$i_E = -I_{ES} \left( e^{\frac{v_{EB}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_R I_{CS} \left( e^{\frac{v_{CB}}{V_T}} - 1 \right),$$

$$i_C = -I_{CS} \left( e^{\frac{v_{CB}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_F I_{ES} \left( e^{\frac{v_{EB}}{V_T}} - 1 \right).$$

**Esempio:** Nel circuito di figura,  $V_C$  vale  $6\text{ mV}$ ,  $V_{CC}$  e  $V_{DD}$  valgono, rispettivamente  $12\text{ V}$  e  $-12\text{ V}$ , le resistenze  $R_C$  e  $R_E$  sono, rispettivamente, di  $4.7\text{ k}\Omega$  e di  $8.2\text{ k}\Omega$  e il transistor ha un fattore  $\beta$  pari a 150. Stabiliamo le correnti  $I_C$ ,  $I_E$ ,  $I_B$  ed il potenziale  $V_E$ . Dall'applicazione della legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di collettore del transistor si ha:

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_C}{R_C} \approx 1.27\text{ mA},$$

così, dalla relazione (C.14) segue che la corrente di base vale:

$$I_B \approx \frac{I_C}{\beta} \approx 12.7\text{ }\mu\text{A}.$$

Siccome dall'applicazione al transistor della legge di Kirchhoff per le correnti risulta:

$$I_C = I_E - I_B,$$

attraverso la (C.14) è possibile scrivere l'identità:

$$\beta I_B \approx I_C = I_E - I_B,$$

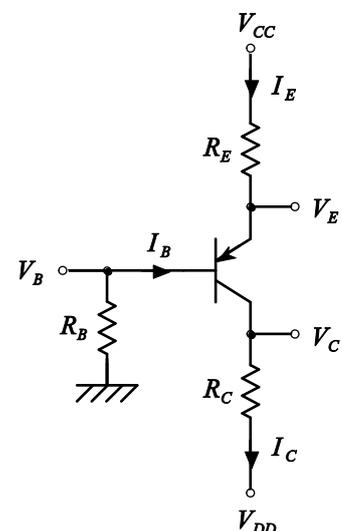
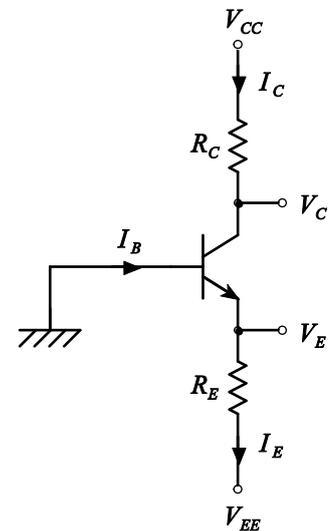
da cui si ha:

$$I_E \approx (\beta + 1) I_B \approx 1.29\text{ mA}, \quad (\text{C.16})$$

pertanto, dall'applicazione della legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di emettitore segue:

$$V_E = R_E I_E - V_{DD} \approx 1.42\text{ V}.$$

**Esempio:** Nel circuito di figura  $V_E$  vale  $1.7\text{ V}$ ,  $V_{CC}$  e  $V_{DD}$  valgono, rispettivamente  $10\text{ V}$  e  $-10\text{ V}$ , la resistenza  $R_B$  è di  $100\text{ k}\Omega$ , ed  $R_C$  e  $R_E$  valgono entrambe  $5\text{ k}\Omega$  e il transistor ha un fattore  $\beta$  pari a 150. Stabiliamo i valori di  $\alpha$ ,  $\beta$  e del potenziale  $V_C$ . Dall'applicazione della legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di emettitore del transistor segue:



$$I_E = \frac{V_{CC} - V_E}{R_E} \approx 1.66 \text{ mA},$$

inoltre risulta:

$$I_B = \frac{V_B}{R_B} I_E \approx 10 \mu\text{A},$$

così, siccome  $I_E \approx (\beta + 1)I_B$ , si ha:

$$\beta = \frac{I_E}{I_B} - 1 \approx 165,$$

pertanto dalla relazione (C.15) segue:

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta + 1} \approx 0.99.$$

Dalla (C.14) è possibile ricavare la corrente di collettore:

$$I_C \approx \beta I_B \approx 1.65 \text{ mA},$$

e infine, applicando la legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di collettore, si ha:

$$V_C = R_C I_C - V_{DD} \approx -1.75 \text{ V}.$$

**Esempio:** Nel circuito di figura  $R_C$  e  $R_E$  valgono rispettivamente  $3.3 \text{ k}\Omega$  e  $100 \Omega$ ,  $R_2$  vale  $20 \text{ k}\Omega$ . Sapendo che il transistor ha un fattore  $\alpha$  di  $0.98$  e  $V_{BE}$  è di  $0.6 \text{ V}$ , stabiliamo il valore di  $R_1$  in modo che la corrente  $I_E$  sia pari a  $2 \text{ mA}$ . Noto  $I_E$  si può stabilire il potenziale dell'emettitore:

$$V_E = R_E I_E \approx 200 \text{ mV},$$

così la corrente di collettore è:

$$I_C \approx \alpha I_E \approx 1.96 \text{ mA},$$

pertanto la corrente di base vale:

$$I_B = I_E - I_C \approx 40 \mu\text{A}.$$

Il potenziale  $V_B$  (si veda la figura) è dato da:

$$V_B = V_{BE} + V_E \approx 800 \text{ mV},$$

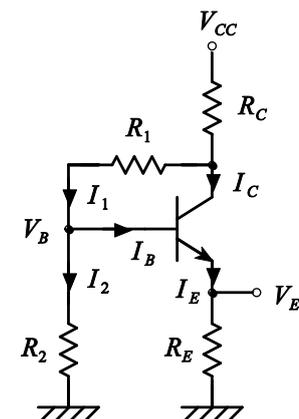
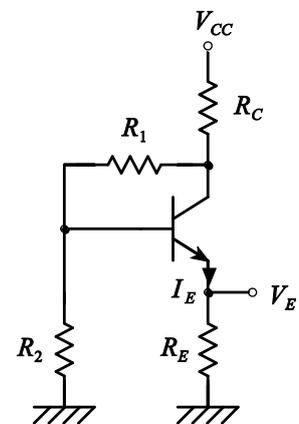
per cui la corrente attraverso  $R_2$  è:

$$I_2 = \frac{V_B}{R_2} \approx 40 \mu\text{A}$$

e quella attraverso  $R_1$  vale:

$$I_1 = I_2 + I_B \approx 80 \mu\text{A},$$

così il potenziale di collettore è:



$$V_C = V_{CC} - R_C (I_C + I_1) \approx 5.27V$$

e, infine,  $R_1$  deve valere:

$$R_1 = \frac{V_C - V_B}{I_1} \approx 55.8k\Omega.$$

### C.4.2 Caratteristiche di ingresso e di uscita

In un *BJT* ciascuno dei terminali può essere visto come un morsetto di ingresso, di uscita o comune tra ingresso e uscita. Pertanto sono possibili tre configurazioni: *emettitore comune* (*CE*), *collettore comune* (*CC*) o *base comune* (*CB*). Le prime due configurazioni sono quelle più adoperate; in particolare, in quella a emettitore comune  $V_{BE}$  e  $I_C$  dipendono da  $I_B$  e  $V_{CE}$ . Sebbene si sia mostrato il funzionamento di *BJT* di tipo *PNP* perché di più immediata comprensione, i transistor più adoperati sono di tipo *NPN*.

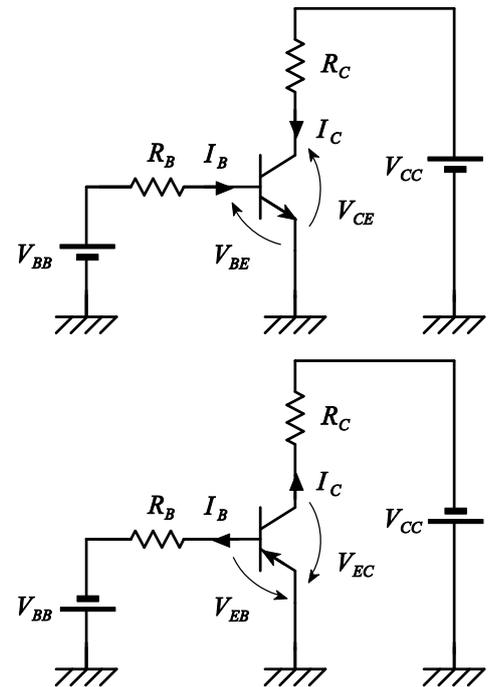
Un transistor può essere descritto attraverso le caratteristiche di ingresso e uscita. In figura sono mostrate le caratteristiche di uscita nella configurazione *CE*; si osserva che fissata la tensione di collettore  $V_{CE}$ , la corrente di collettore  $I_C$  cresce con l'aumentare della corrente di base  $I_B$ , inoltre  $I_C$  dipende essenzialmente da  $I_B$  e poco da  $V_{CE}$ .

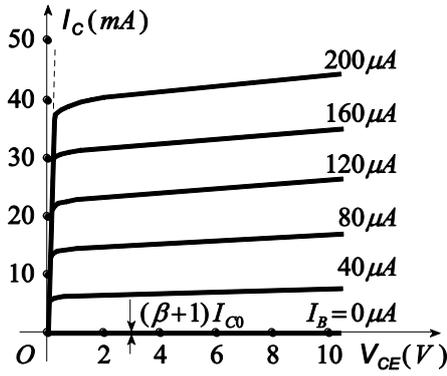
Si definisce *regione attiva* la zona delle caratteristiche di uscita in cui esse risultano il più possibile parallele ed equidistanti per uguali incrementi della corrente  $I_B$ . In questa regione risulta *base-emettitore* è polarizzata direttamente e la giunzione *base-collettore* inversamente. Le correnti di collettore e di base sono legate tra loro dalla relazione (C.14), tuttavia il costruttore del dispositivo solitamente fornisce il parametro  $h_{FE}$  tale che:

$$h_{FE} = \frac{I_C}{I_B} = \beta + (\beta + 1) \frac{I_{C0}}{I_B} \approx \beta.$$

Tale relazioni mostra che la corrente  $I_C$  è indipendente dalla tensione  $V_{CE}$ , sebbene le caratteristiche mostrino un aumento di  $I_C$  con  $V_{CE}$ ; ciò è dovuto al fatto che col crescere di  $V_{CE}$ , con  $V_{BE}$  costante, aumenta  $V_{CB}$  e di conseguenza diminuisce la probabilità di ricombinazione nella base dei portatori provenienti dall'emettitore, ciò determina un aumento della frazione dei portatori che raggiungono il collettore e quindi un aumento del parametro  $\alpha$ ; poiché dalla (C.15) segue:

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} \approx \beta \frac{\Delta\alpha}{\alpha},$$





ad una piccola variazione di  $\alpha$  corrisponde una variazione maggiore di  $\beta$ ; tale fenomeno, scoperto nel 1952 dall'ingegnere americano James M. Early, è detto *effetto Early*.

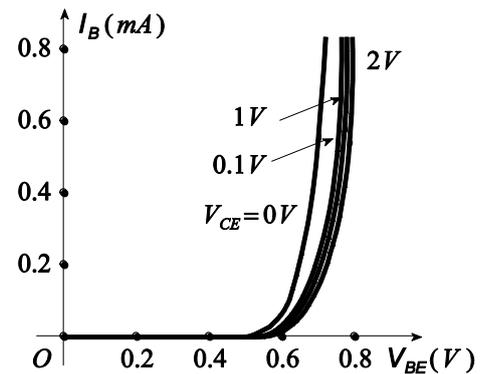
Le caratteristiche di ingresso mostrano la relazione tra la corrente di base  $I_B$  e la tensione di base  $V_{BE}$  per vari valori della tensione di collettore  $V_{CE}$ . Se  $V_{CE}$  è nulla, ovvero se il collettore è collegato con l'emettitore, e la giunzione *base-emettitore* è polarizzata direttamente, la caratteristica di ingresso coincide con quella di un diodo in polarizzazione

diretta. Fissata  $V_{BE}$ , un aumento di  $V_{CE}$  determina una diminuzione di  $I_B$  a causa dell'effetto Early.

Quando la corrente di collettore diviene inferiore al  $(\beta + 1)I_{C0}$  il *BJT* si dice *interdetto*; per ottenere tale condizione occorre che la giunzione *base-emettitore* sia polarizzata inversamente (per un transistor al silicio è sufficiente che la tensione  $V_{BE}$  sia nulla).

Il *BJT* si dice in *saturazione* quando la corrente  $I_C$  si mantiene costante al variare di  $I_B$ ; perché ciò accada, sia la giunzione *base-emettitore* che la giunzione *base-collettore* devono essere polarizzate direttamente.

Nella tabella seguente sono indicati i valori tipici, per un *BJT* al silicio delle tensioni di giunzione per le varie regioni di funzionamento:



$V_{CE}$ inizio saturazione	$V_{CE(sat)}$	$V_{BE}$ soglia	$V_{BE(sat)}$	$V_{BE}$ interdizione
0.3V	0.2V	0.7V	0.8V	0V

Le tre regioni di funzionamento del *BJT* possono quindi essere definite secondo la seguente tabella, in relazione al tipo di transistor:

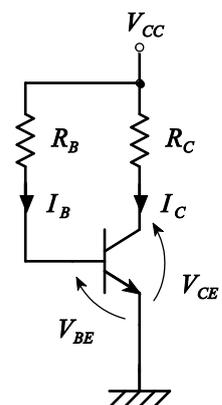
	zona attiva	interdizione	saturazione
<i>NPN</i>	$V_{BE} > 0, V_{CB} > 0$	$V_{BE} < 0, V_{CB} > 0$	$V_{BE} > 0, V_{CB} < 0$
<i>PNP</i>	$V_{BE} < 0, V_{CB} < 0$	$V_{BE} > 0, V_{CB} < 0$	$V_{BE} < 0, V_{CB} > 0$

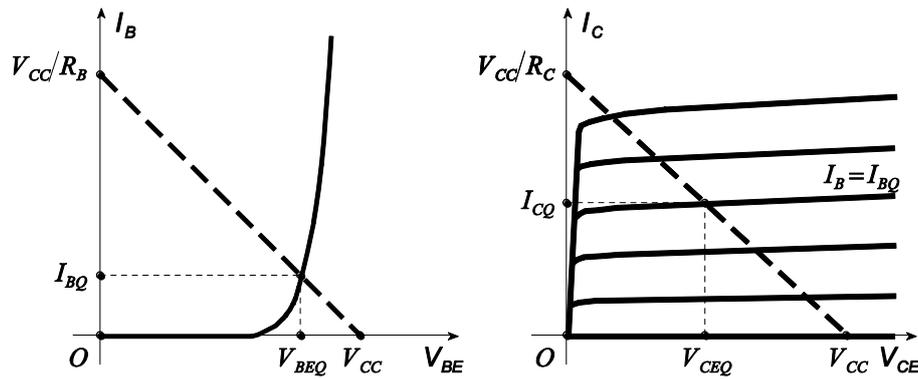
### C.4.3 Analisi di circuiti con *BJT*

L'analisi dei circuiti contenenti *BJT* può essere svolta, in principio, in maniera analoga a quanto visto per i diodi, attraverso un approccio di tipo grafico. Con riferimento al circuito di figura, l'applicazione della legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di base consente la definizione della retta di carico:

$$I_B = -\frac{1}{R_B}V_{BE} + \frac{V_{CC}}{R_B}$$

nel piano delle caratteristiche di ingresso; dall'intersezione di tale retta con la





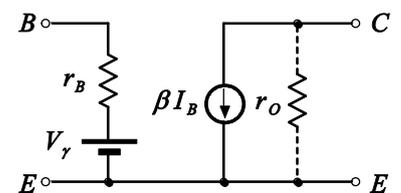
caratteristica si ricava il punto di funzionamento<sup>6</sup>  $(V_{BEQ}, I_{BQ})$ . Nel piano delle caratteristiche di uscita, selezionata la curva corrispondente al valore  $I_{BQ}$  della corrente di base, si fa l'intersezione con la retta di carico:

$$I_C = -\frac{1}{R_C}V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C},$$

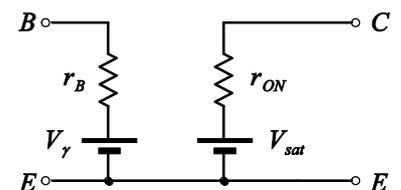
ricavata attraverso l'applicazione della legge Kirchhoff per le tensioni al circuito di uscita; in questa maniera si ricava il punto di funzionamento  $(V_{CEQ}, I_{CQ})$ .

Tale approccio viene raramente seguito in quanto i costruttori dei dispositivi, in genere, non forniscono le caratteristiche dei componenti; ciò siccome le caratteristiche non sono in grado di descrivere il funzionamento di un singolo componente, quanto di un insieme di componenti di cui il particolare dispositivo fa parte. L'applicazione di un modello analogo a quello lineare a tratti del diodo fornisce, nella pratica, risultati altrettanto precisi quanto quelli che si otterrebbero dall'impiego delle caratteristiche. Il modello adoperato per il *BJT* descrive le tre zone di funzionamento.

In zona lineare si ha lo schema di figura; l'ingresso schematizza la giunzione *base-emettitore* come un diodo (si veda il paragrafo C.2.4): un generatore ideale  $V_\gamma$ , di 0.6 V, che indica la soglia di interdizione, posto in serie ad una resistenza  $r_B$  che descrive il fatto che la tensione aumenta col crescere della corrente; siccome tale aumento è piccolo,  $r_B$  può essere solitamente trascurata. L'uscita è rappresentata da un generatore di corrente controllato dalla corrente di ingresso  $I_B$  attraverso il coefficiente  $\beta$ , che può essere ritenuto costante; la presenza dell'effetto Early provoca la crescita della corrente di collettore con l'aumentare della tensione di collettore.



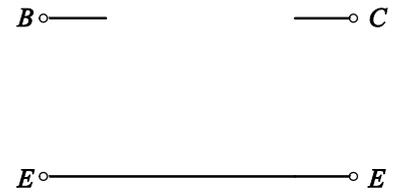
In saturazione, tra il collettore e l'emettitore è presente una differenza di potenziale compresa tra 100 mV e 200 mV circa, che cresce approssimativamente con legge lineare rispetto alla corrente di collettore. Il modello prevede quindi un generatore ideale  $V_{sat}$  che rappresenta la tensione di saturazione a basse correnti, in serie con un resistore  $r_{ON}$ ;  $r_{ON}$  assume solitamente un valore molto piccolo ed il suo contributo può, pertanto, essere trascurato.



In interdizione la corrente  $I_E$  è nulla e la corrente inversa di saturazione della giunzione *base-emettitore* entra dal collettore ed esce dalla base; siccome i valori tipici delle cadute di

<sup>6</sup> Si rammenti che tali caratteristiche dipendono poco da  $V_{CE}$ .

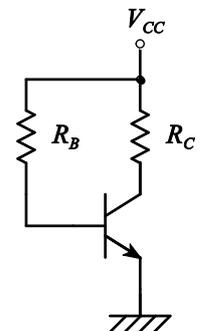
tensione sui resistori di polarizzazione sono dell'ordine del  $mV$ , se ne può trascurare l'effetto e rappresentare il *BJT* con tutti i morsetti aperti.



L'applicazione di tali modelli richiede la conoscenza, a priori, della regione di funzionamento del *BJT*. Il metodo solitamente adoperato richiede che si faccia un'ipotesi di funzionamento, eventualmente mutuata dall'esame della topologia circuitale, quindi si analizza il circuito; qualora l'ipotesi fatta conduce ad una contraddizione, si modifica l'ipotesi e si rianalizza il circuito alla luce di una diversa ipotesi.

In particolare, si assume che il *BJT* sia interdetto, con la corrente  $I_B$  nulla e si calcola la tensione  $V_{BE}$  attraverso l'applicazione della legge di Kirchhoff al circuito di ingresso; se  $V_{BE} < V_\gamma$  allora il *BJT* è interdetto e il valore di  $V_{BE}$  è quello corretto, calcolato per  $I_B = 0$ , quindi si pone  $I_E = I_C = 0$  e si determina  $V_{CE}$  dall'applicazione della legge di Kirchhoff al circuito di uscita; questa procedura talvolta può risultare inutile siccome spesso può essere sufficiente l'esame del circuito per stabilire che il *BJT* è interdetto. Se  $V_{BE} > V_\gamma$  il *BJT* non è interdetto, allora si determina la corrente  $I_B$  dall'applicazione della legge di Kirchhoff al circuito di ingresso, ponendo  $V_{BE} = V_\gamma$ ; il *BJT* può trovarsi, quindi, in zona lineare o in saturazione, assumendo che sia in zona lineare si valuta la corrente  $I_C$  dalla relazione (C.14) come  $\beta I_B$  e, dalle relazioni (C.13) e (C.14) la corrente  $I_E$  come  $(\beta + 1)I_B$ , quindi si calcola  $V_{CE}$  dall'applicazione della legge di Kirchhoff al circuito di uscita, siccome tale tensione può esprimersi come la somma  $V_{BE} + V_{CB}$ , se  $V_{CE} > V_\gamma$  allora  $V_{CB} > 0$  e il *BJT* è in zona lineare, invece se  $V_{CE} < V_\gamma$  allora  $V_{CB} < 0$  e il *BJT* è in saturazione. Se il *BJT* è in saturazione  $V_{BE} = V_{BE(sat)}$  e  $V_{CE} = V_{CE(sat)}$ ; usando tali espressioni è possibile ricalcolare  $I_B$  e  $I_C$ , non valendo più la relazione di proporzionalità (C.14) tra tali correnti.

**Esempio:** Nel circuito di figura il *BJT* ha un  $\beta$  di 170,  $R_C$  vale  $1.5\text{ k}\Omega$  e la tensione di alimentazione  $V_{CC}$  è di  $12\text{ V}$ . Stabiliamo il punto di funzionamento per  $R_B$  pari a  $320\text{ k}\Omega$  e  $150\text{ k}\Omega$ . Assumiamo per  $R_B$  il valore di  $320\text{ k}\Omega$ . Dall'esame del circuito risulta che  $V_{BE} > 0$ , quindi la giunzione *base-emettitore* è polarizzata direttamente, ciò implica che il *BJT* o è in zona lineare oppure in saturazione. Supponiamo che sia in zona lineare e verifichiamo che ciò non determini una contraddizione; supponiamo pertanto che  $V_{BE}$  valga  $0.7\text{ V}$  allora, applicando la legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di ingresso si ha:



$$V_{CC} = R_B I_B + V_{BE},$$

da cui segue:

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} \approx 35.3\ \mu A,$$

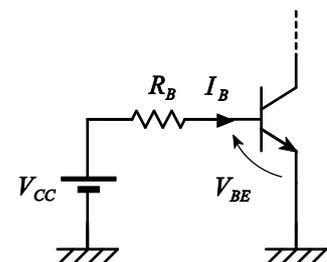
così la corrente di collettore vale:

$$I_C = \beta I_B \approx 6.0\text{ mA}.$$

Applicando quindi la legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di uscita, si ha:

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C \approx 3.0\text{ V}.$$

Siccome:



$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} \approx 2.3V$$

è positiva, allora l'ipotesi iniziale è corretta. Per  $R_B$  pari a  $150\text{ k}\Omega$  si ottengono i seguenti valori:

$$\begin{aligned} I_B &\approx 75.3\ \mu A, \\ I_C &= 12.8\text{ mA}, \\ V_{CE} &\approx -7.2V, \end{aligned}$$

per cui  $V_{CB} \approx -7.9V$ , quindi l'ipotesi iniziale è scorretta e il BJT risulta in saturazione; in tale caso  $V_{BE}$  è pari a  $V_{BE(sat)}$ , ovvero circa  $0.8V$  e  $V_{CE}$  è pari a  $V_{CE(sat)}$ , cioè circa  $0.2V$ , così le correnti di base e di collettore valgono, rispettivamente:

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{V_{CC} - V_{BE(sat)}}{R_B} \approx 74.7\ \mu A, \\ I_B &= \frac{V_{CC} - V_{CE(sat)}}{R_B} \approx 7.9\text{ mA}, \end{aligned}$$

e infine:

$$V_{CB} = V_{CE(sat)} - V_{BE(sat)} \approx -0.6V.$$

**Esempio:** Nel circuito di figura il BJT ha un  $\beta$  di 100,  $R_B$ ,  $R_C$  e  $R_E$  valgono, rispettivamente,  $560\text{ k}\Omega$ ,  $1\text{ k}\Omega$  e  $1.5\text{ k}\Omega$ . Le tensioni di alimentazione  $V_{BB}$  e  $V_{EE}$  sono, rispettivamente,  $2V$  e  $10V$ . Stabiliamo il punto di funzionamento del circuito. Supponiamo che operi in zona lineare, allora la tensione  $V_{BE}$  è di  $0.7V$ ; applicando la legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di ingresso, dalla (C.16) si ha:

$$V_{BB} + V_{EE} = R_E I_E + R_B I_B + V_{BE} \approx [R_E (\beta + 1) + R_B] I_B + V_{BE},$$

da cui segue:

$$I_B \approx \frac{V_{BB} + V_{EE} - V_{BE}}{R_E (\beta + 1) + R_B} \approx 13.1\ \mu A,$$

quindi, dalle relazioni (C.14) e (C.16), si ha:

$$\begin{aligned} I_C &\approx \beta I_B \approx 2.62\text{ mA}, \\ I_E &\approx (\beta + 1) I_B \approx 2.64\text{ mA}. \end{aligned}$$

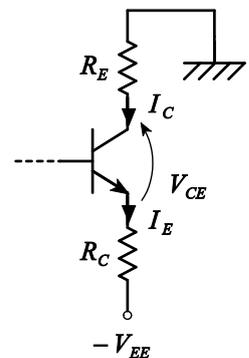
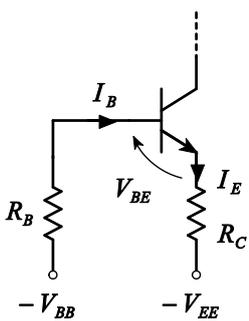
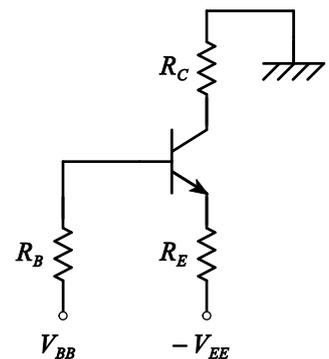
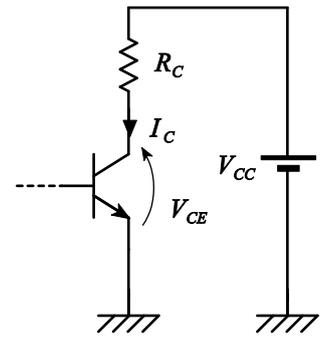
Applicando quindi la legge di Kirchhoff per le tensioni al circuito di uscita, segue:

$$V_{CE} = V_{EE} - R_E I_E - R_C I_C \approx 3.4V$$

così, siccome:

$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} \approx 2.7V,$$

l'ipotesi fatta è corretta e il transistor opera in zona lineare.



**Esempio:** Il  $\beta$  del *BJT* in figura è 100;  $R_C$  ed  $R_E$  valgono, rispettivamente,  $4.7\text{ k}\Omega$  e  $3.3\text{ k}\Omega$ ; le tensioni  $V_{BB}$  e  $V_{CC}$  sono, rispettivamente,  $6\text{ V}$  e  $10\text{ V}$ . Stabiliamo il punto di funzionamento del circuito. Supponiamo che il *BJT* sia in zona lineare, con  $V_{BE}$  pari a  $0.7\text{ V}$ , allora:

$$V_E = V_{BB} - V_{BE} \approx 5.3\text{ V},$$

quindi la corrente di emettitore è:

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} \approx 1.61\text{ mA}$$

e, dalle relazioni (C.13) e (C.14) la corrente di collettore vale:

$$I_C = \frac{\beta}{\beta+1} I_E + I_{C0} \approx \frac{\beta}{\beta+1} I_E \approx 1.59\text{ mA}.$$

