



XII Scuola Estiva di Fisica

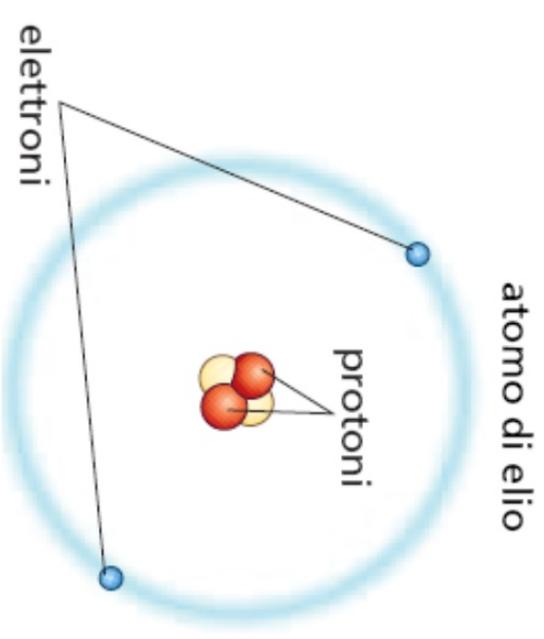
3 settembre 2019

Quesiti e Problemi di elettricità

tratti dalle Olimpiadi di Fisica a cura dell'AIF
www.olifis.it

La carica elettrica

- Il comportamento dei corpi elettrizzati può spiegarsi con l'ipotesi di **due tipi di cariche elettriche**: **POSITIVA** e **NEGATIVA**
- **elettroni**, con carica **negativa**,
- **protoni**, con carica **positiva**.



- Ogni atomo, avendo lo stesso numero di protoni e di elettroni, è neutro.

- L'unità di misura del S.I. per la carica elettrica è il **coulomb (C)**, dal nome dello scienziato C.A. de Coulomb.

- La carica elettrica più piccola presente in natura è quella dell'elettrone:

- $-e = -1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}.$

- Tutte le particelle in natura hanno cariche multiple della carica e .

- Quando un corpo è elettricamente carico, significa che in esso c'è uno squilibrio tra protoni ed elettroni:

Un corpo è carico **positivamente** se ha un eccesso di protoni

Un corpo è carico **negativamente** se ha un eccesso di elettroni

- *Due corpi con cariche elettriche dello stesso segno si respingono; due corpi carichi di segno opposto si attraggono.*

Q 15

• La carica elettrica su un oggetto potrebbe assumere uno tra i seguenti valori. Quale?

A $+3.2 \times 10^{-18} \text{ C}$

C $-1.8 \times 10^{-18} \text{ C}$

E $-1.6 \times 10^{-20} \text{ C}$

B $+2.4 \times 10^{-19} \text{ C}$

D $-0.80 \times 10^{-19} \text{ C}$

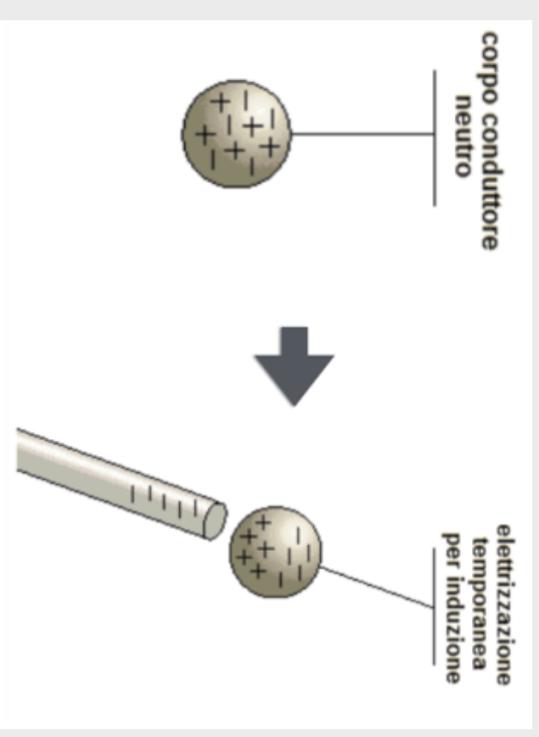
$20 e = 3.2 \times 10^{-18} \text{ C}$

Ci sono i conduttori e gli isolanti

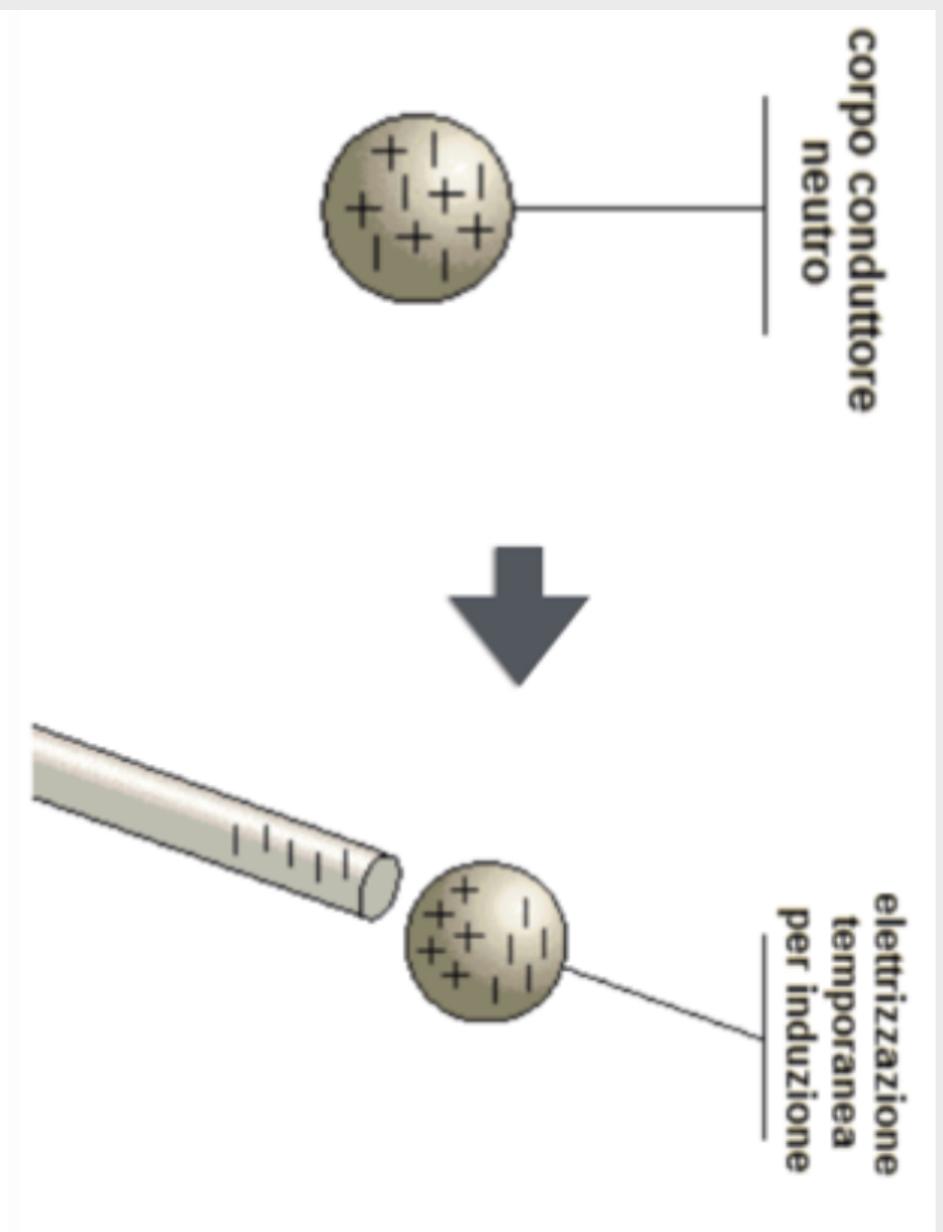
Un corpo si può caricare in diversi modi, in base alla sua natura.

Per strofinio (isolanti)

Per induzione (conduttori)

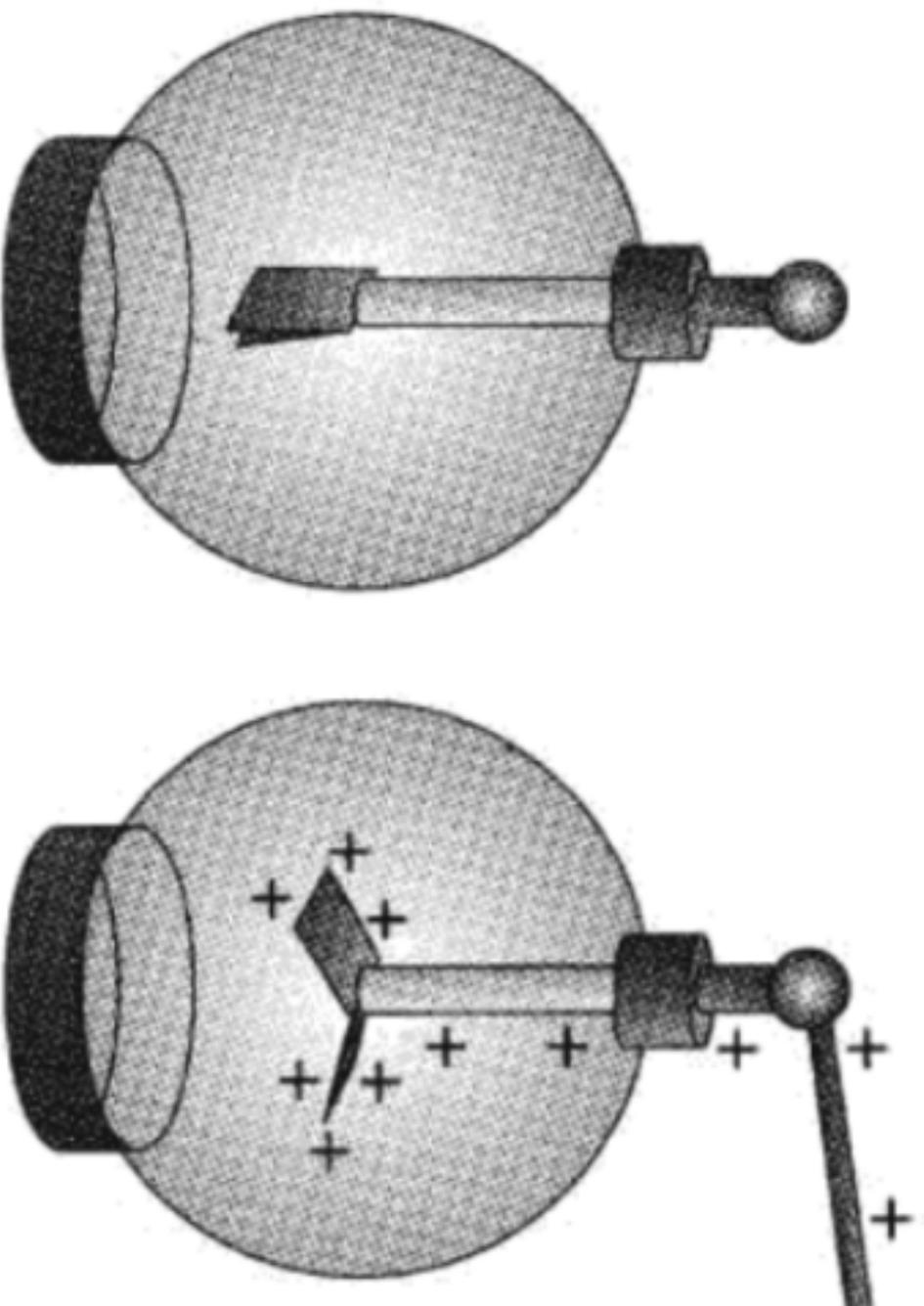


Per induzione (conduttori)



Anche un isolante si polarizza: la molecola si deforma.

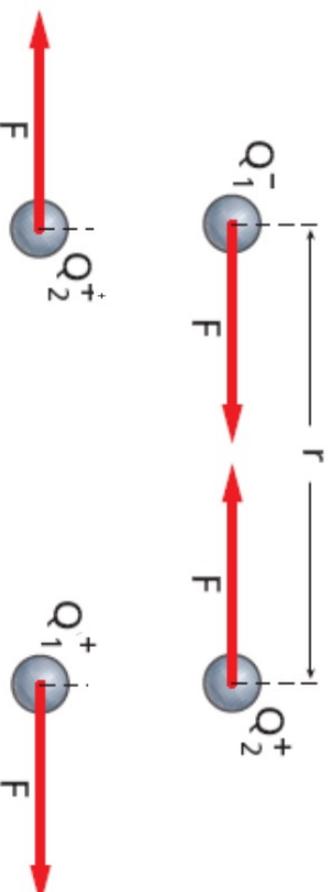
Per contatto (conduttori)



Elektroskopio a foglie.

La Forza elettrica (o di Coulomb)

- La **direzione** del vettore \vec{F} è la retta congiungente le due cariche;
- il **verso** è:
 - attrattivo**, se le cariche Q_1 e Q_2 hanno segno opposto,
 - repulsivo**, se hanno lo stesso segno.



Nel vuoto (o nell'aria):

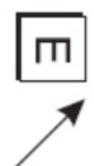
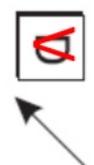
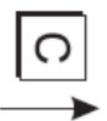
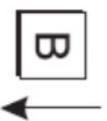
$$F = k_0 \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} .$$

Q 18

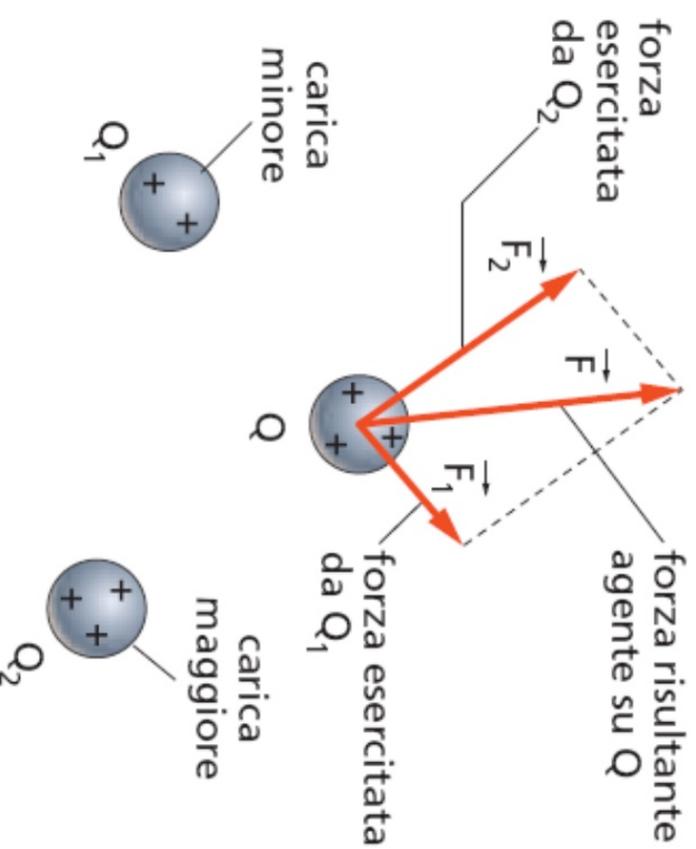
Due punte di plastica sono uguali ed entrambe ugualmente cariche con carica negativa; esse sono disposte ad uguale distanza da una sferetta carica positivamente, come mostrato in figura.

- Quale dei seguenti vettori rappresenta meglio la forza elettrostatica agente sulla sferetta?



Principio di sovrapposizione

- la forza totale che agisce su una carica elettrica è la **somma vettoriale** delle singole forze che ciascuna altra carica, da sola, eserciterebbe su di essa.





Le cariche elettriche identiche sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero.

- Come deve essere scelta una quarta carica che, posizionata opportunamente, consenta alle tre cariche di rimanere in equilibrio, ossia permetta di avere una forza nulla su ciascuna delle cariche iniziali?

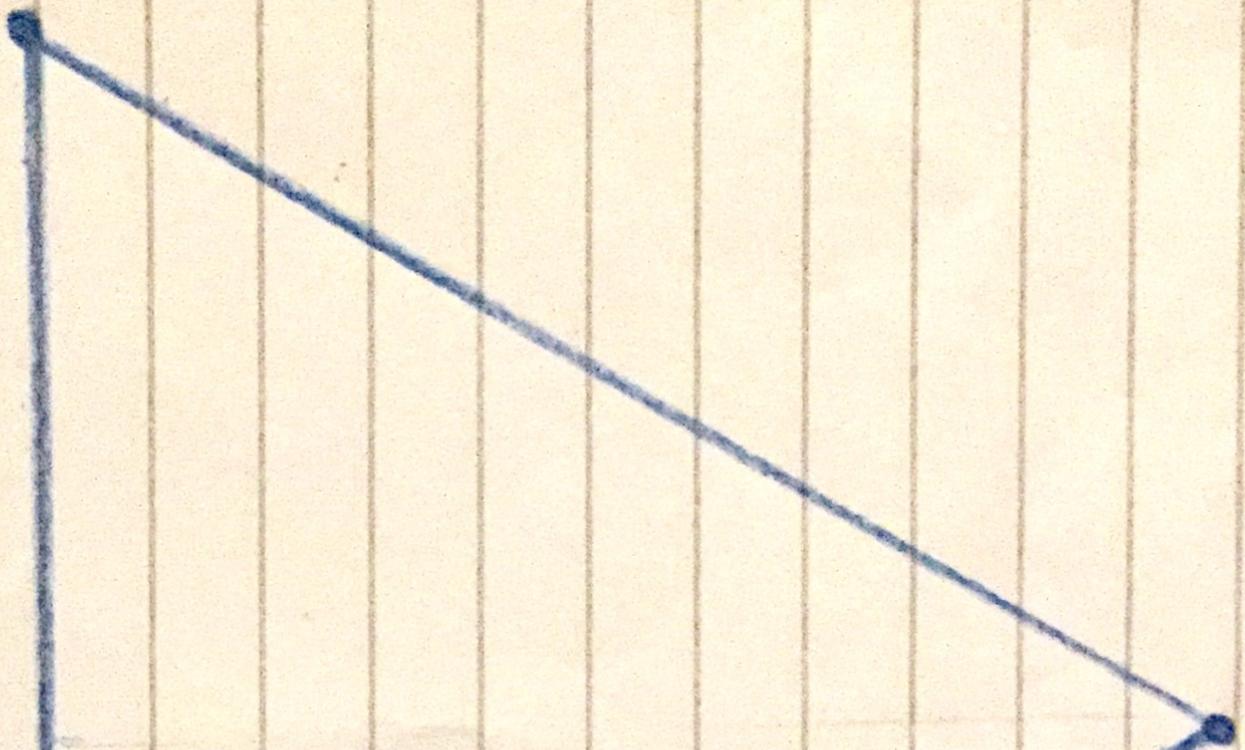
Quali sono gli argomenti in ballo?

- **Forza di Coulomb:** $F = k_0 \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$
- **Risultante delle forze (vettori).**

- **Triangolo equilatero - trigonometria:**
se a è il lato del triangolo, il raggio della circonferenza circoscritta è:

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

b

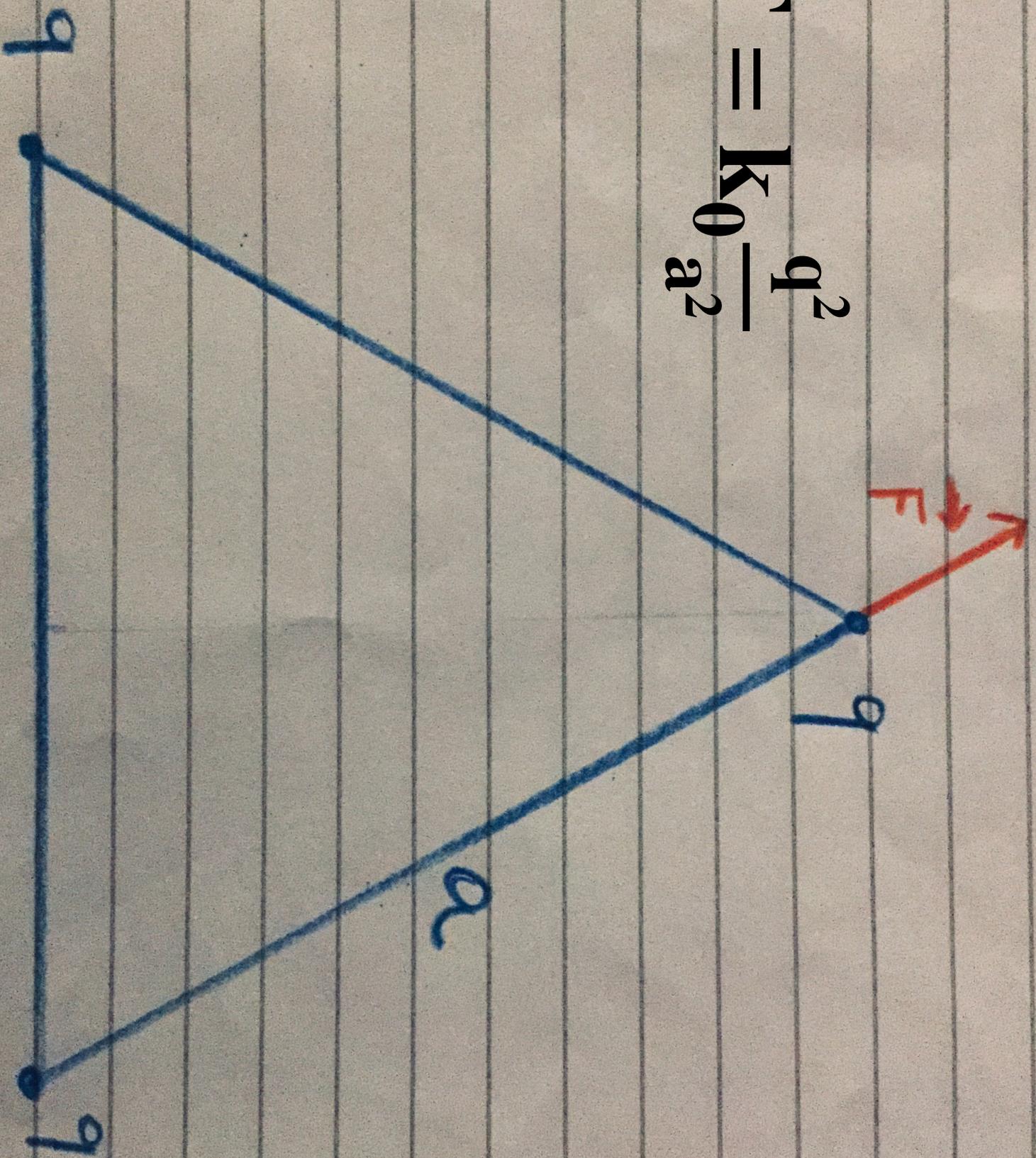


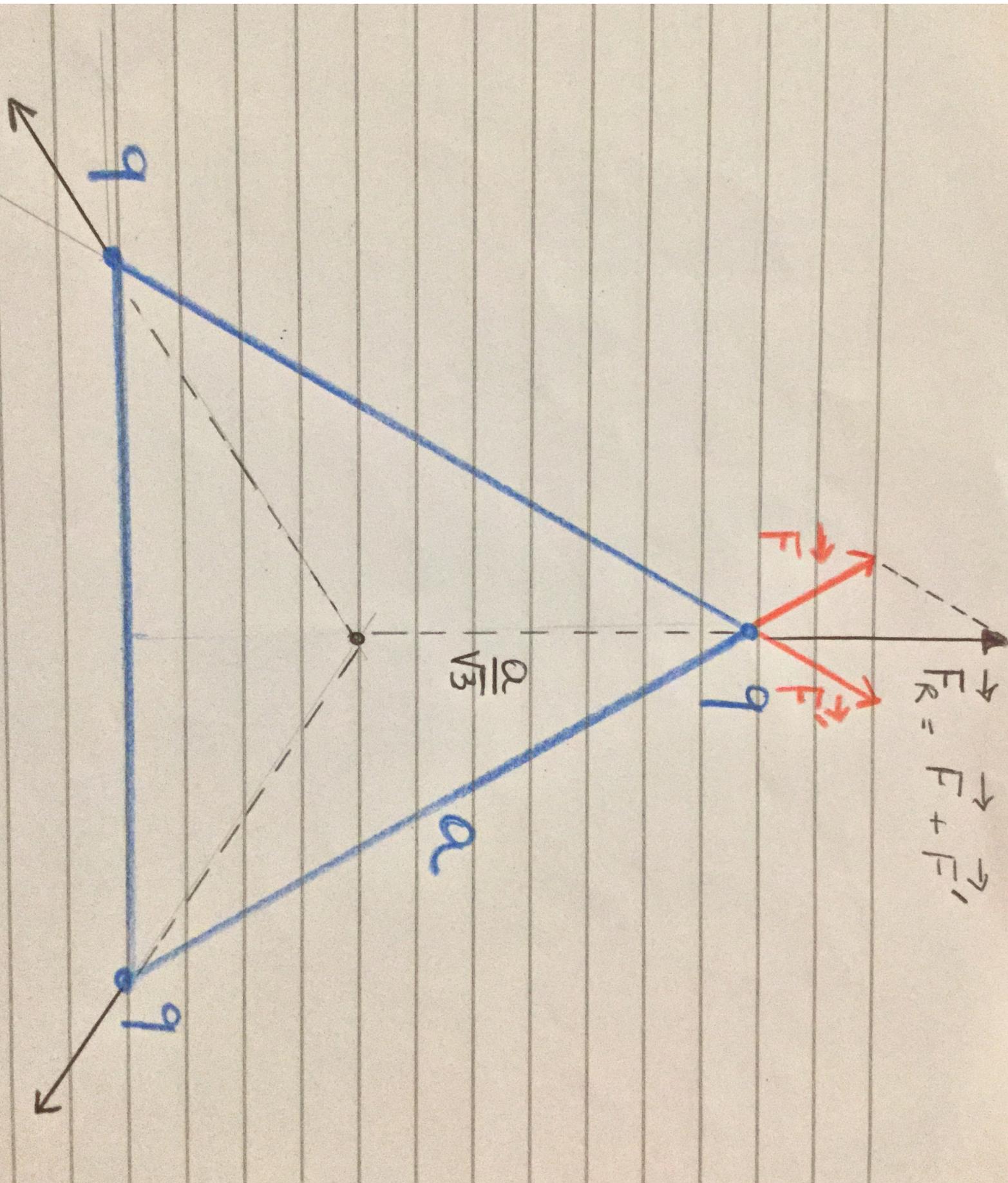
g

a

g

$$F = k_0 \frac{q^2}{a^2}$$



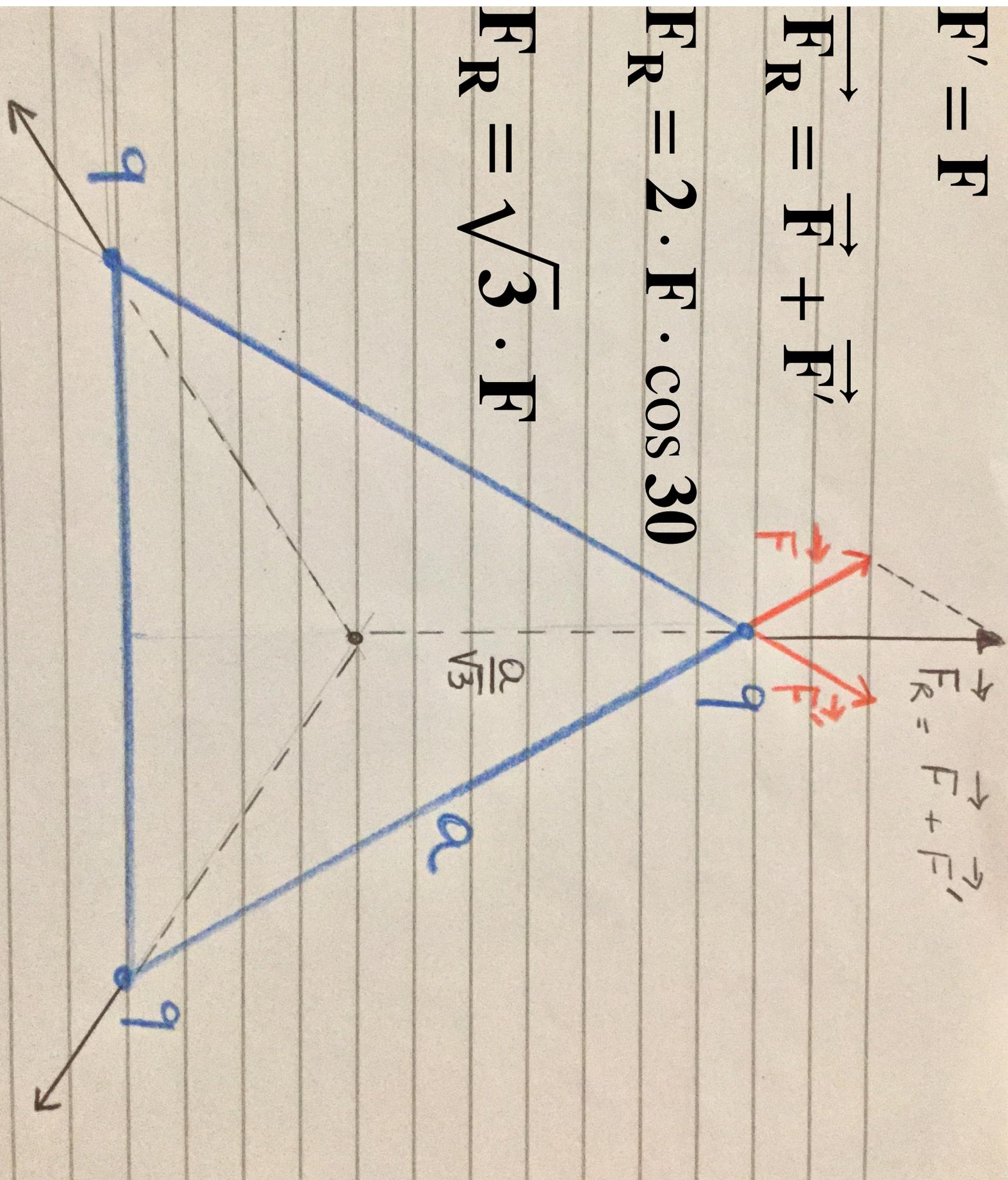


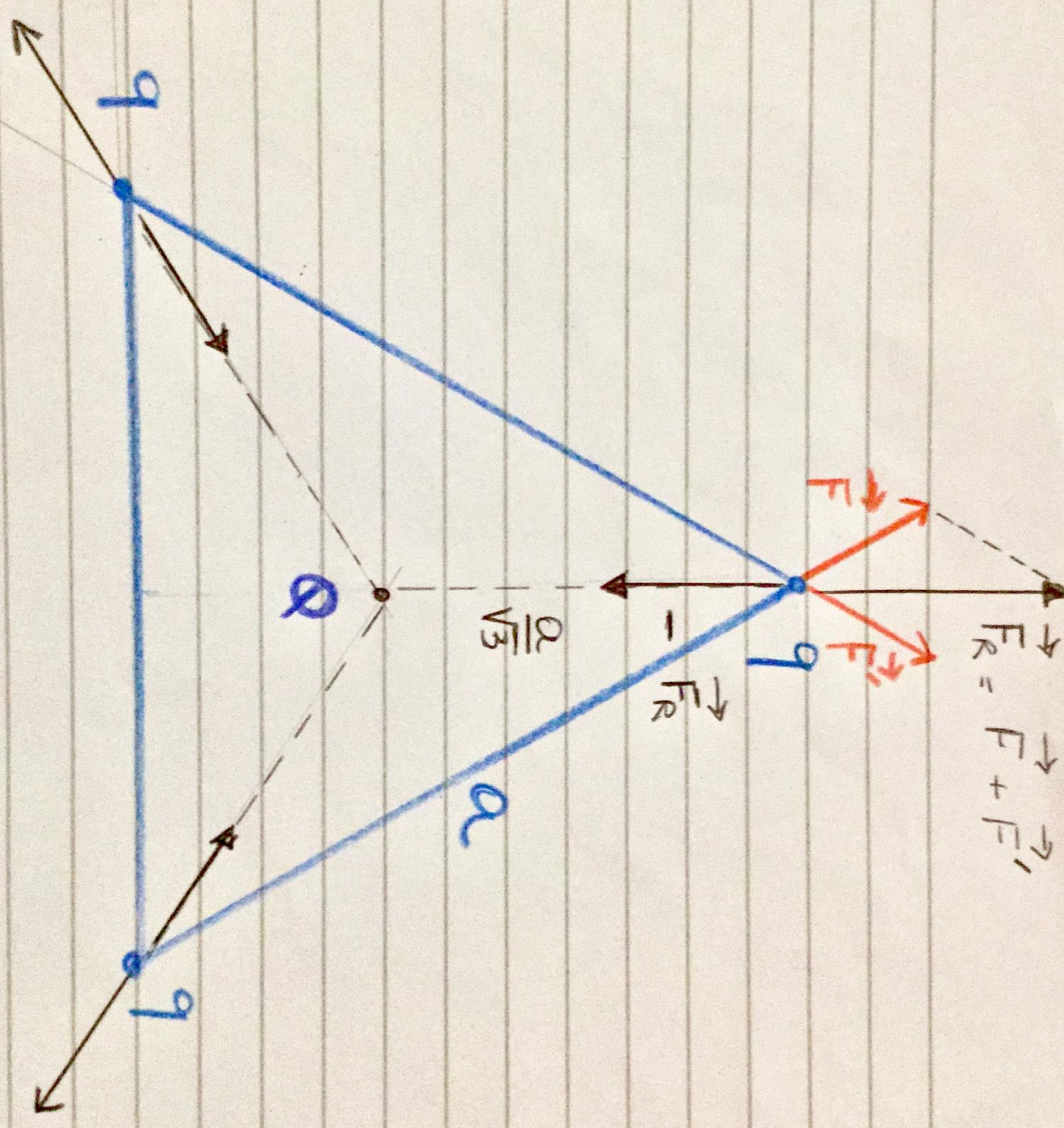
$$F' = F$$

$$\vec{F}_R = \vec{F} + \vec{F}'$$

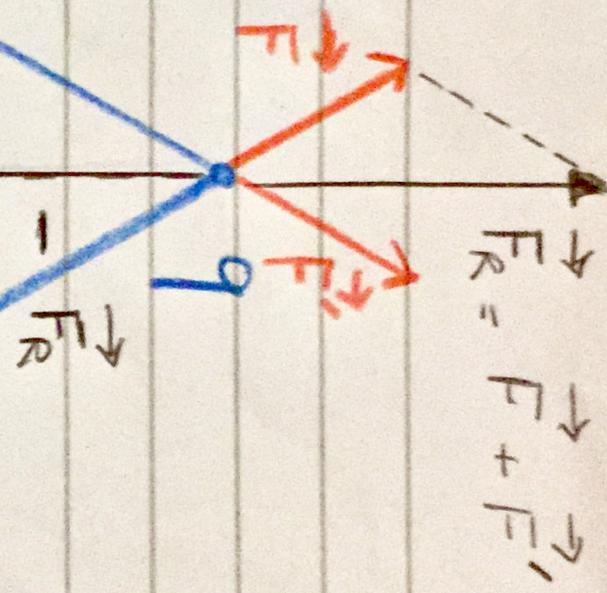
$$F_R = 2 \cdot F \cdot \cos 30$$

$$F_R = \sqrt{3} \cdot F$$



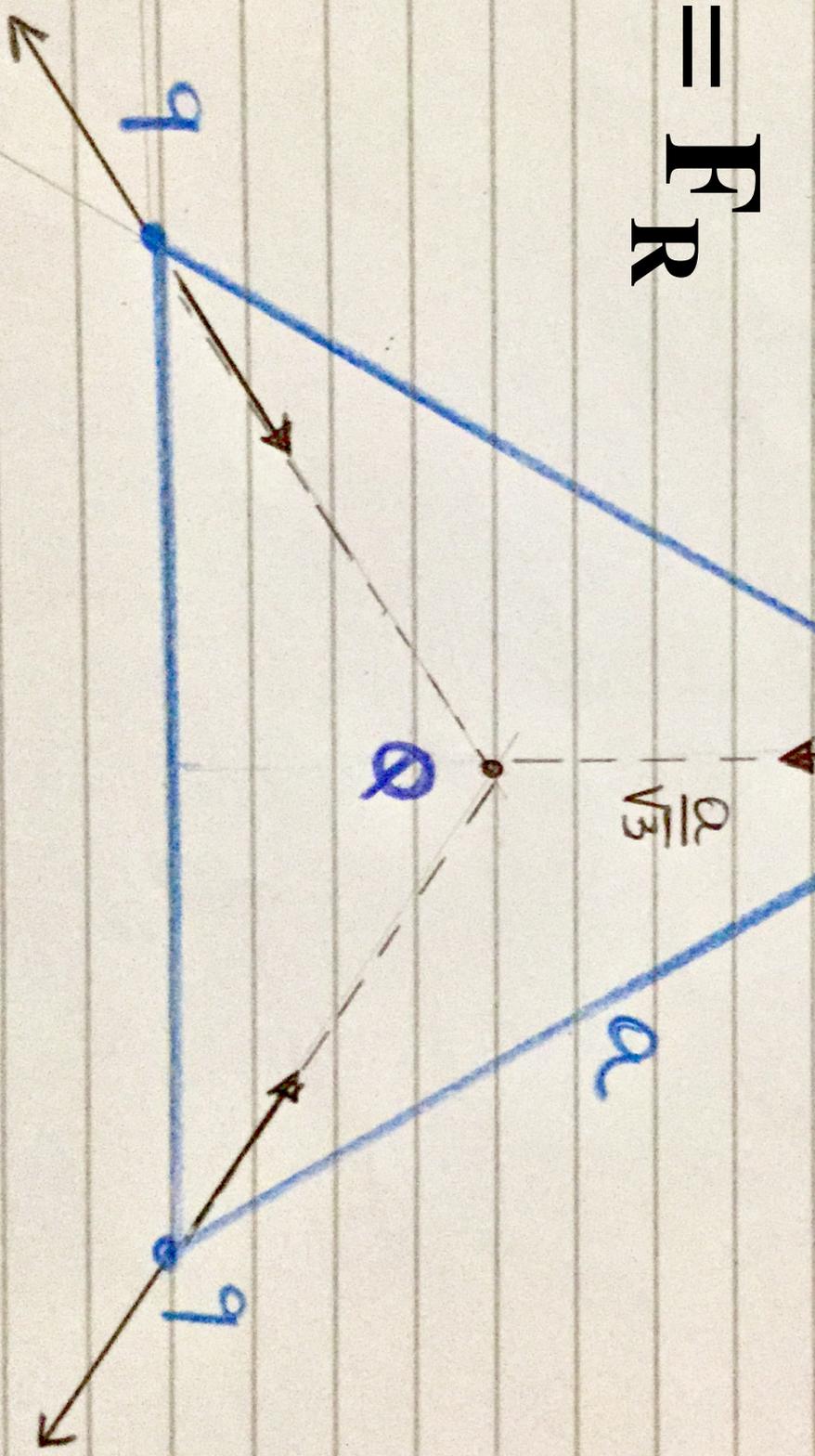


$$F_R = F + F_L$$



$$F_Q = k_0 \frac{|qQ|}{(a/\sqrt{3})^2}$$

$$F_Q = F_R$$



$$F_Q = k_0 \frac{|qQ|}{(a/\sqrt{3})^2}$$

$$F_Q = F_R$$

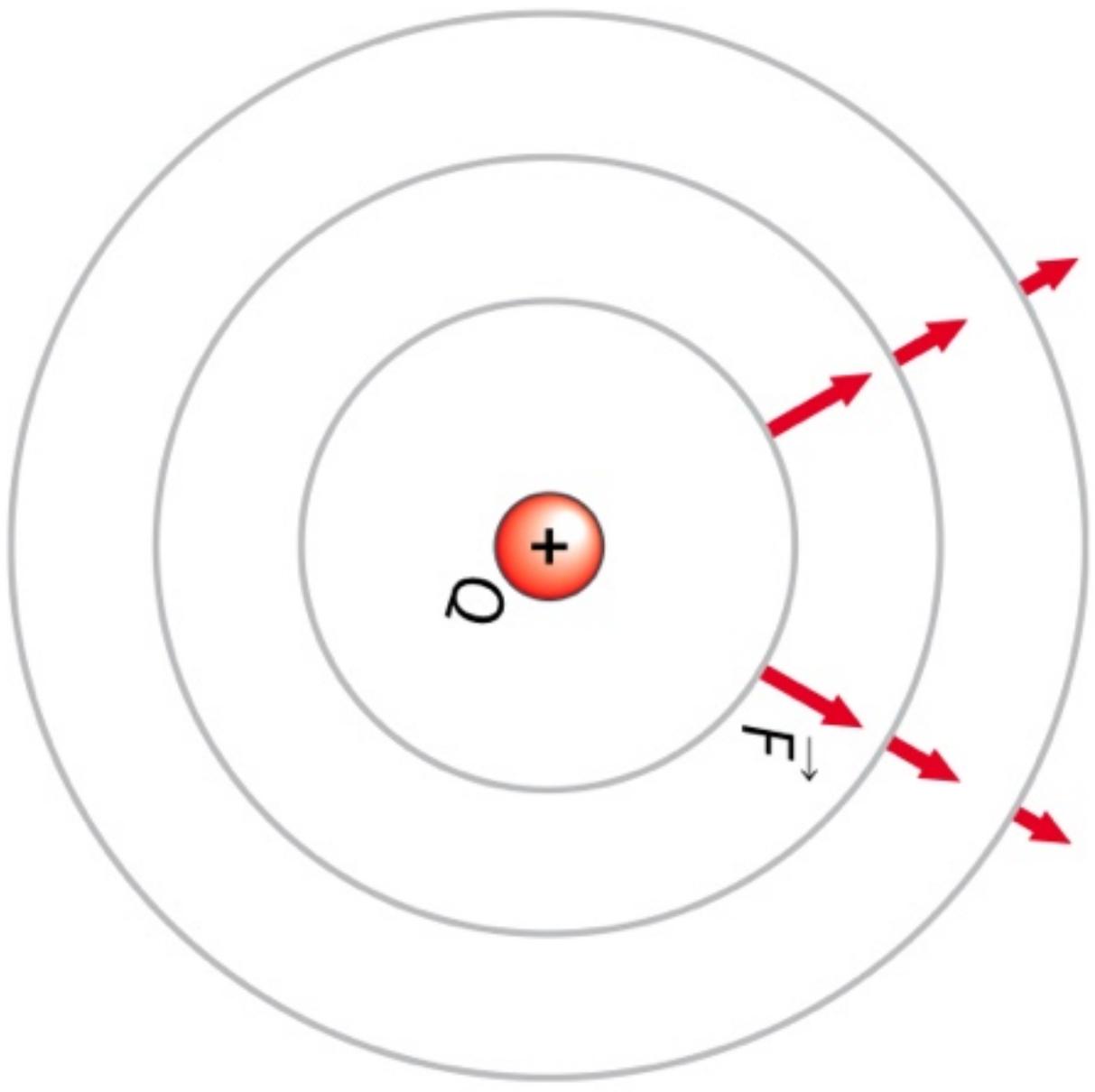
$$F_R = \sqrt{3} \cdot F = \sqrt{3} \cdot k_0 \frac{q^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow |Q| = \frac{|q|}{\sqrt{3}}$$

Ogni carica elettrica modifica le proprietà dello spazio circostante creando un campo elettrico, che può essere rilevato mediante una carica di prova

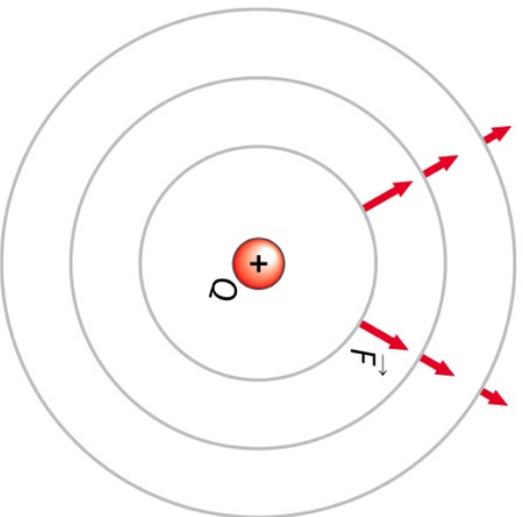
Q : carica generatrice.

q > **0**, carica di prova, piccola.

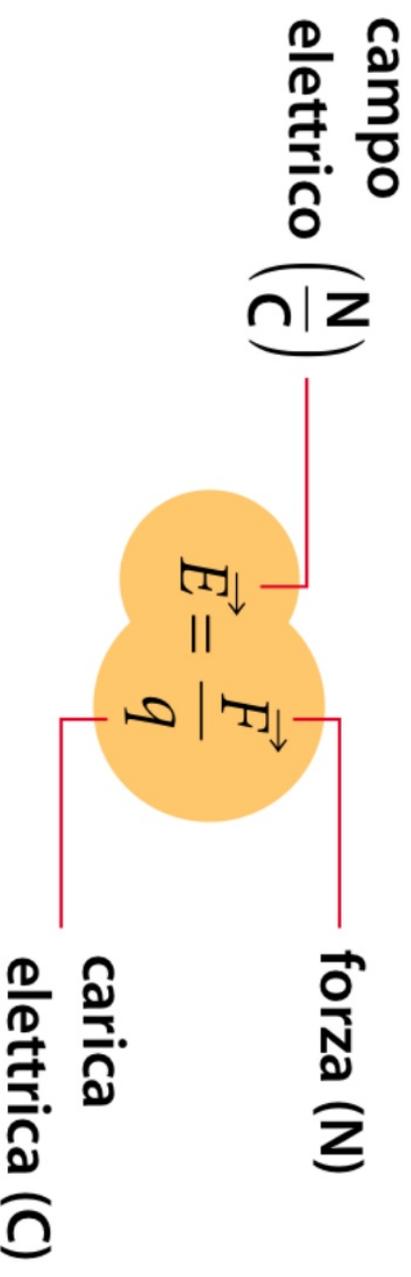


Il campo elettrico generato in un qualsiasi punto P si trova ponendo in P la carica di prova (sonda).

In ogni punto attorno alla carica Q possiamo disegnare un vettore che rappresenta la forza esercitata su una carica q posta in quel punto.



$$\text{campo elettrico} = \frac{\text{forza che si esercita sulla carica } q}{\text{carica } q}$$



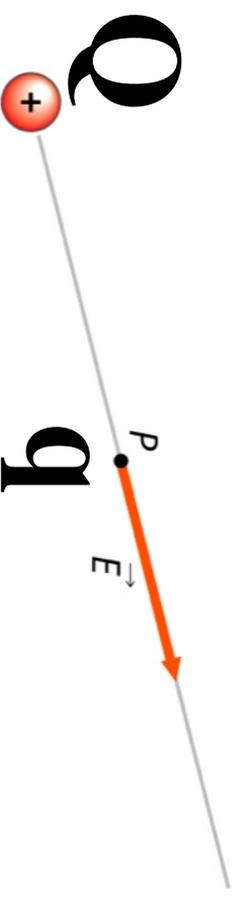
Campo generato da una carica Q puntiforme

$$\text{Modulo: } E = \frac{F}{q} = \frac{k \cdot Q \cdot q}{r^2} = \frac{kQ}{r^2}$$

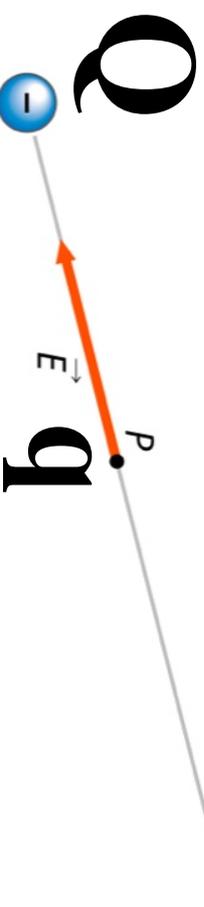
Direzione: la congiungente Q e P

Verso: uscente se la carica

sorgente del campo Q è **positiva**,
entrante se Q è **negativa**



a Quando la sorgente è positiva, il verso del campo è uscente.

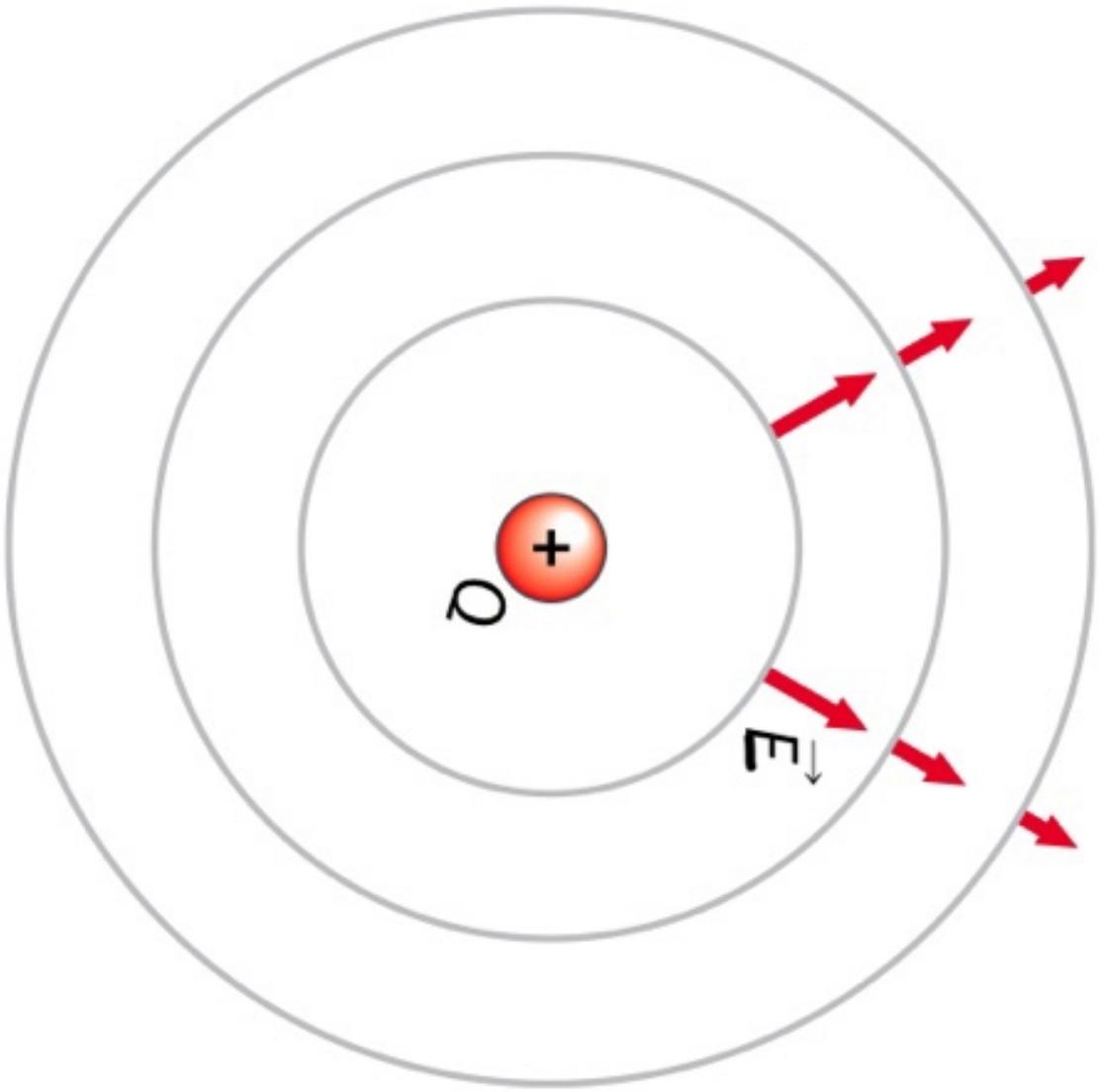


b Quando la sorgente è negativa il campo è diretto verso la sorgente (verso entrante).

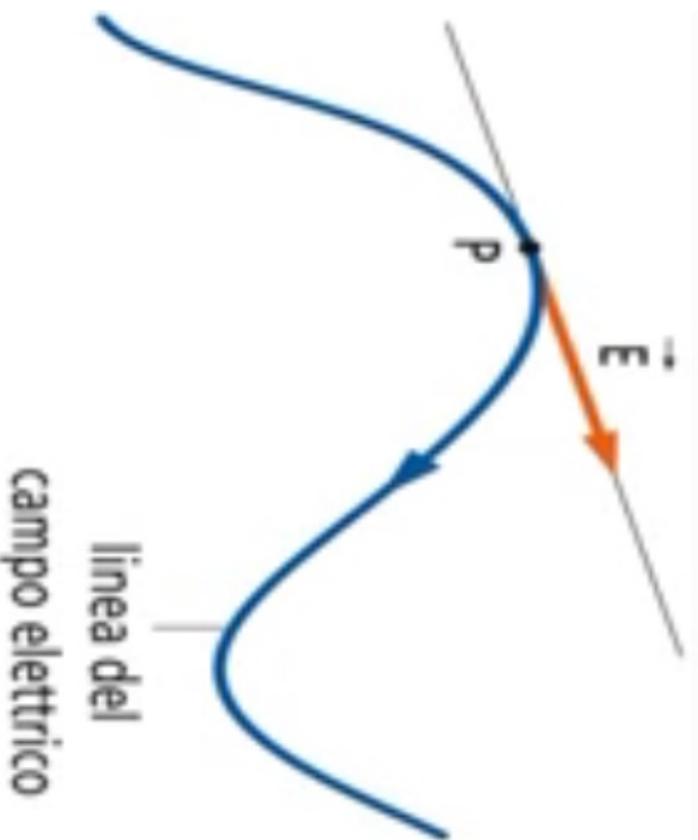
Principio di sovrapposizione

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

-
- a** Il campo \vec{E}_1 , creato da Q_1 , è uscente.
- b** Il campo \vec{E}_2 , creato da Q_2 , è entrante.
- c** Ogni campo è indipendente dall'altro e il campo risultante in P è la somma vettoriale di \vec{E}_1 ed \vec{E}_2 .

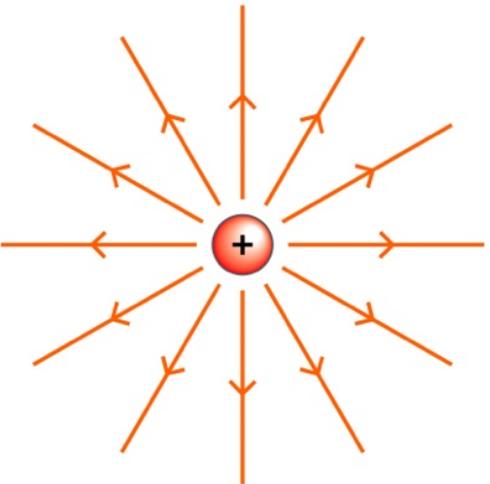


Linee di campo

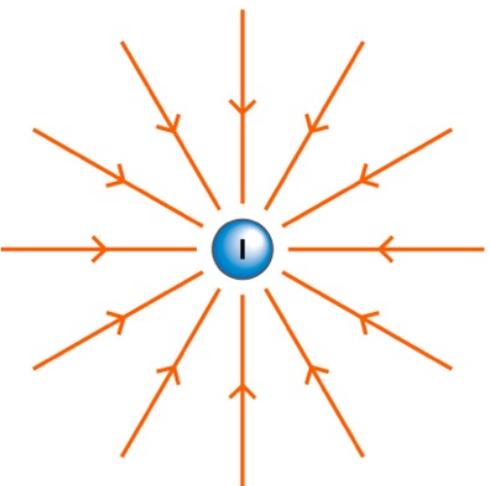


Le linee del campo elettrico:

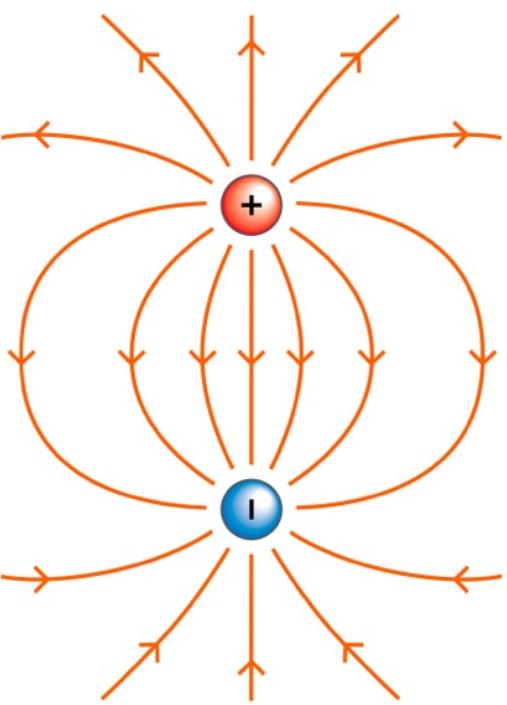
- in ogni punto sono tangenti al vettore campo elettrico (figura a sinistra);
- escono dalle cariche positive e entrano in quelle negative;
- la loro densità è direttamente proporzionale all'intensità del campo.



a Linee di forza del campo elettrico creato da una carica positiva.



b Linee di forza del campo creato da una carica negativa.



c Linee di forza del campo creato da due cariche uguali e opposte (dipolo elettrico).

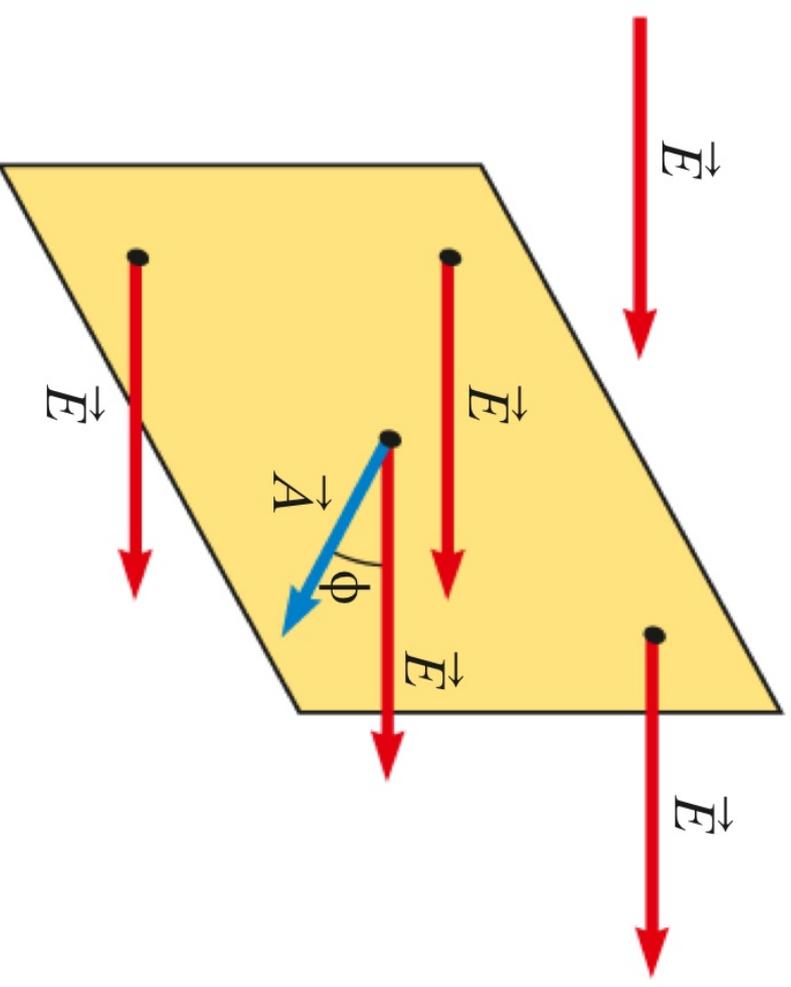
Flusso del campo elettrico

Nel caso più semplice (superficie piana e campo uniforme):

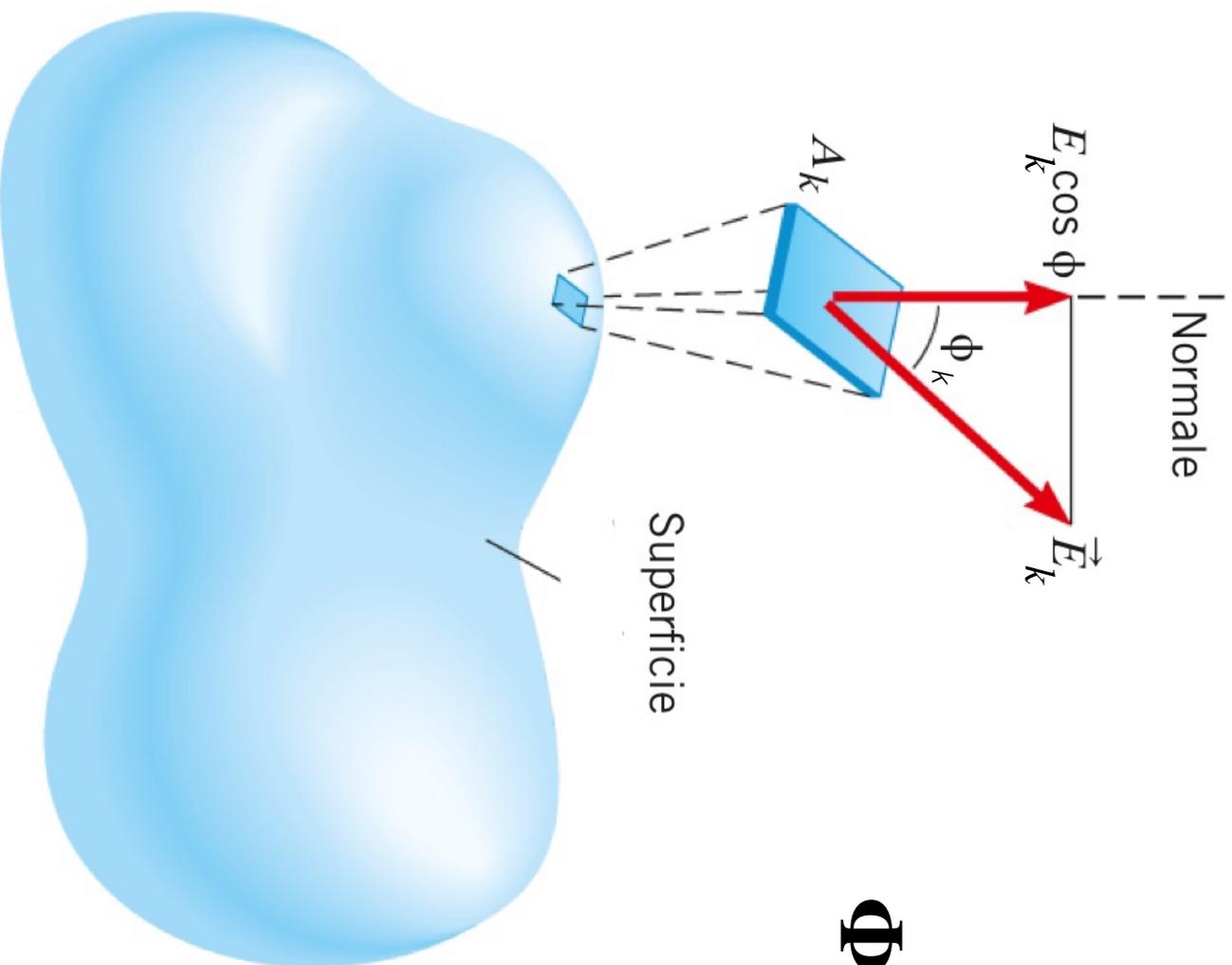
$$\Phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\Phi(\vec{E}) = E \cdot A \cdot \cos \phi$$

Unità di misura



Nel caso più complesso (superficie non piana e campo uniforme) ci riconduciamo al caso più semplice:



$$\Phi(\vec{E}) = \sum_{k=1}^N \vec{E}_k \cdot \vec{A}_k$$

Teorema di Gauss:

Il flusso elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale a:

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Non dipende dalla forma della superficie, ma solo dalla carica in essa contenuta.

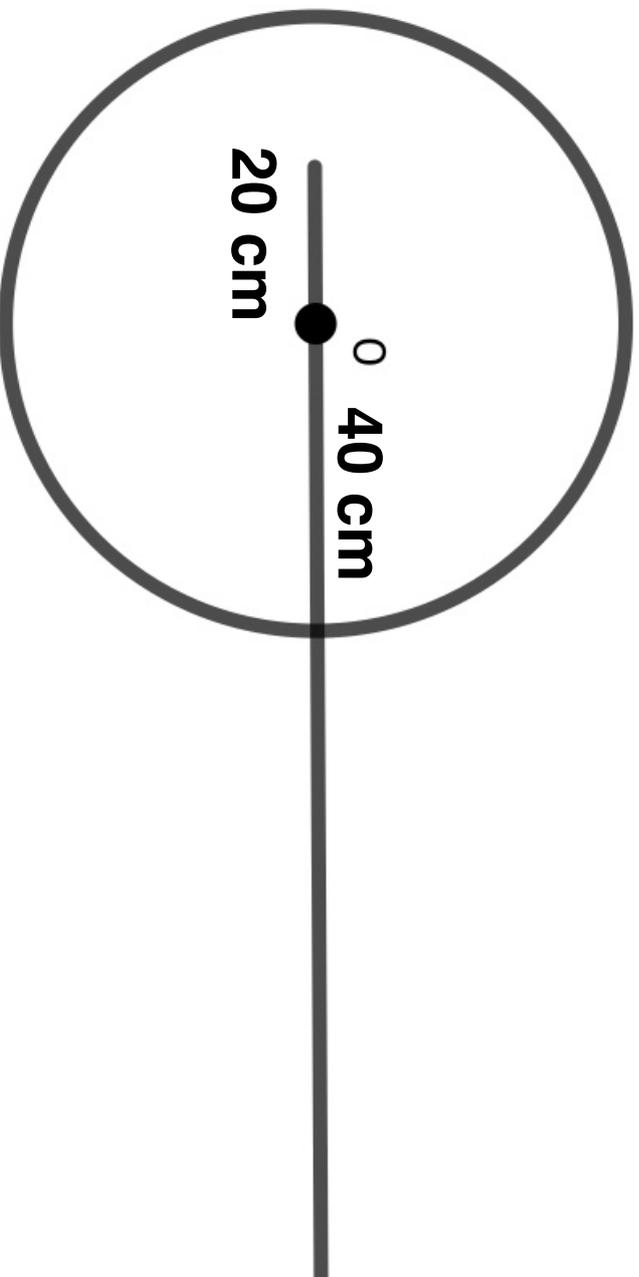


- Una carica $Q = 4 \text{ nC}$ è distribuita uniformemente su un filo rettilineo lungo 2.4 m .
- Si calcoli il flusso del campo elettrico generato dal filo, attraverso una superficie sferica di raggio $R = 40 \text{ cm}$ il cui centro è in un punto del filo situato a 20 cm da un'estremità.

uesito 5

Una carica $Q = 4\text{ nC}$ è distribuita uniformemente su un filo rettilineo lungo 2.4 m .

- Si calcoli il flusso del campo elettrico generato dal filo, attraverso una superficie sferica di raggio $R = 40\text{ cm}$ il cui centro è in un punto del filo situato a 20 cm da un'estremità.

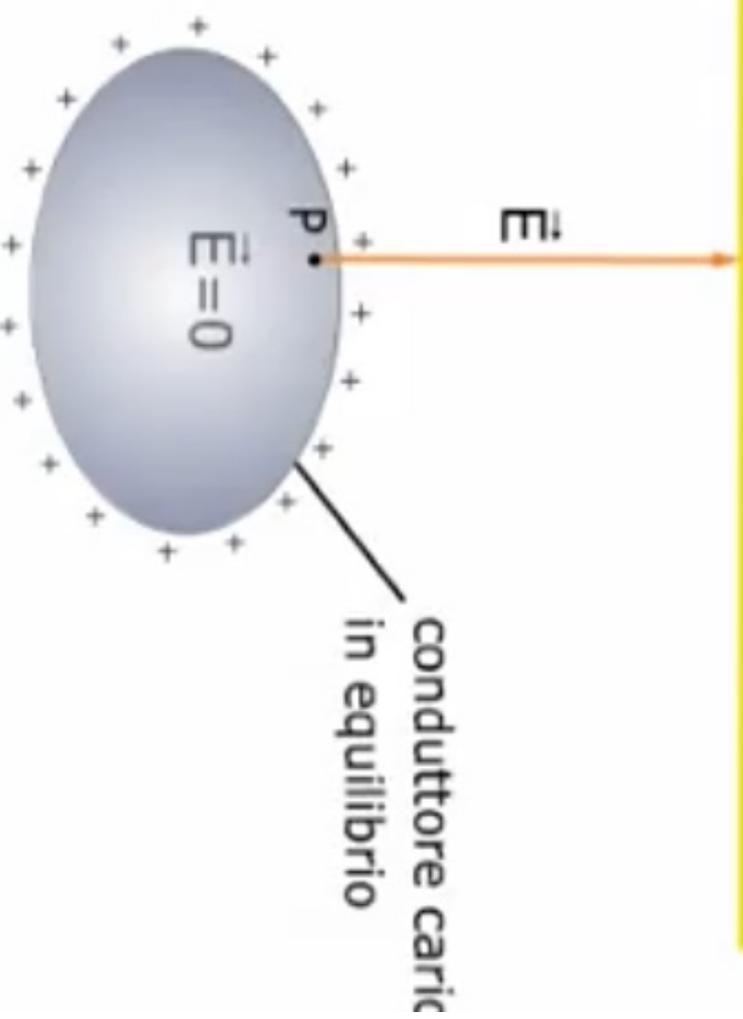


$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \text{con} \quad Q_{int} = Q/6$$

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q/6}{\epsilon_0} = 113 \text{ N m}^2/\text{C}$$

Conduttore all'equilibrio

Si chiama **equilibrio elettrostatico** la condizione in cui tutte le cariche presenti sui conduttori che costituiscono il sistema in esame sono **ferme**.



La condizione di equilibrio elettrostatico richiede che all'interno del conduttore valga la condizione $\vec{E} = 0$.

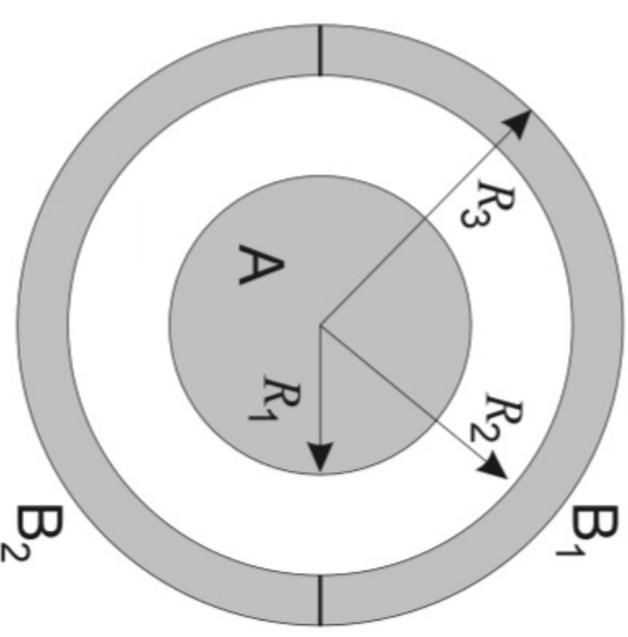
Sulla superficie di un conduttore elettrostatico carico il campo elettrico ha direzione perpendicolare alla superficie stessa.



Una sfera solida conduttrice A di raggio $R_1 = 6\text{ cm}$ si trova al potenziale elettrostatico $V = 30\text{ kV}$ rispetto al terreno.

La sfera A viene quindi circondata da due pezzi conduttori B_1 e B_2 che, uniti, formano un guscio sferico concentrico alla sfera A, di raggio interno $R_2 = 10\text{ cm}$ e raggio esterno $R_3 = 12\text{ cm}$, come mostrato in figura. Su ciascun pezzo del guscio è presente una carica pari a metà di quella della sfera A. Il sistema è in equilibrio elettrostatico.

- Determinare la carica elettrica totale presente sulla superficie esterna del guscio sferico.



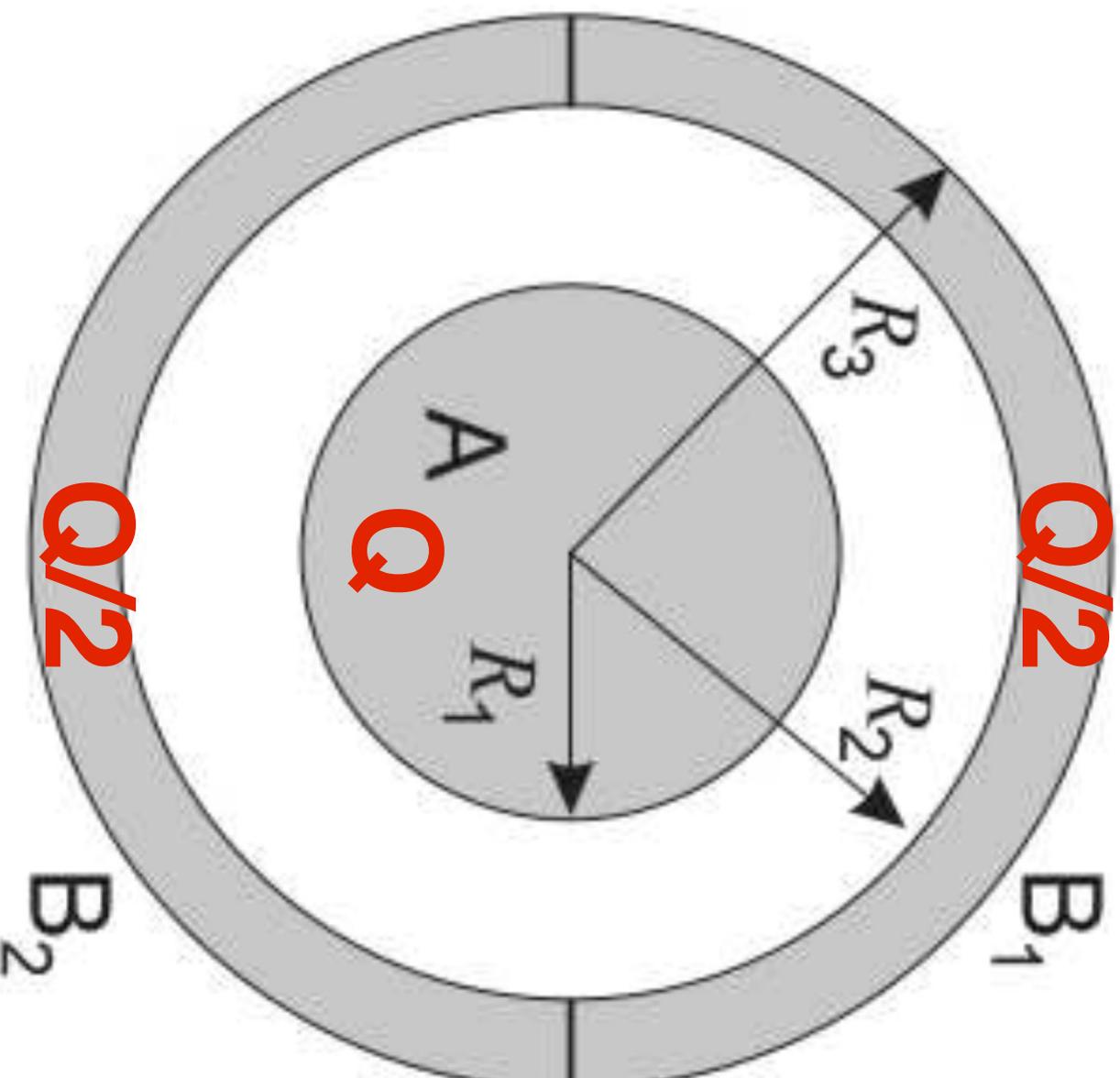
Quali sono gli argomenti in ballo?

Conduttore elettrico all'equilibrio.

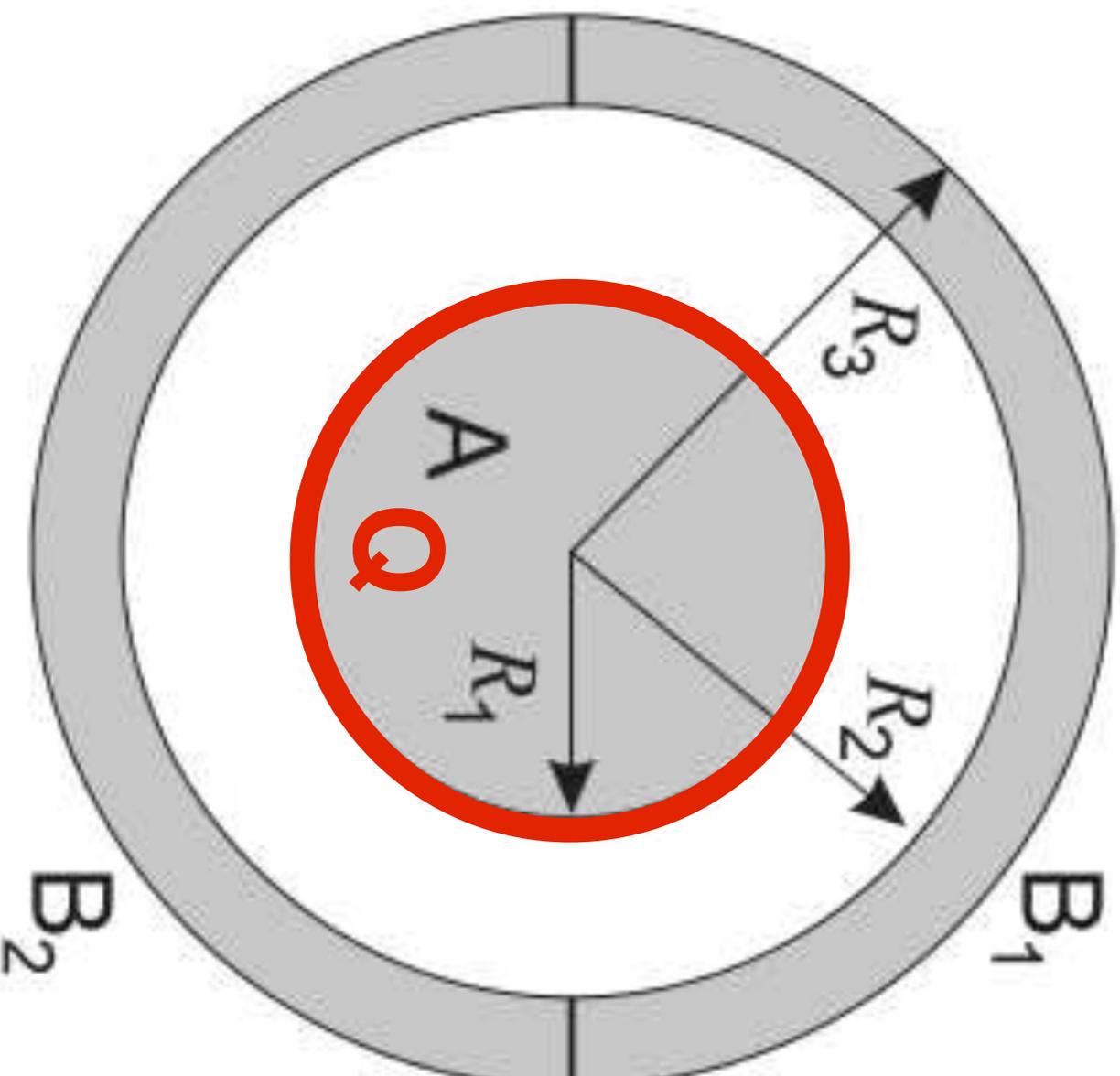
Teorema di Gauss: flusso del campo attraverso una superficie chiusa.

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

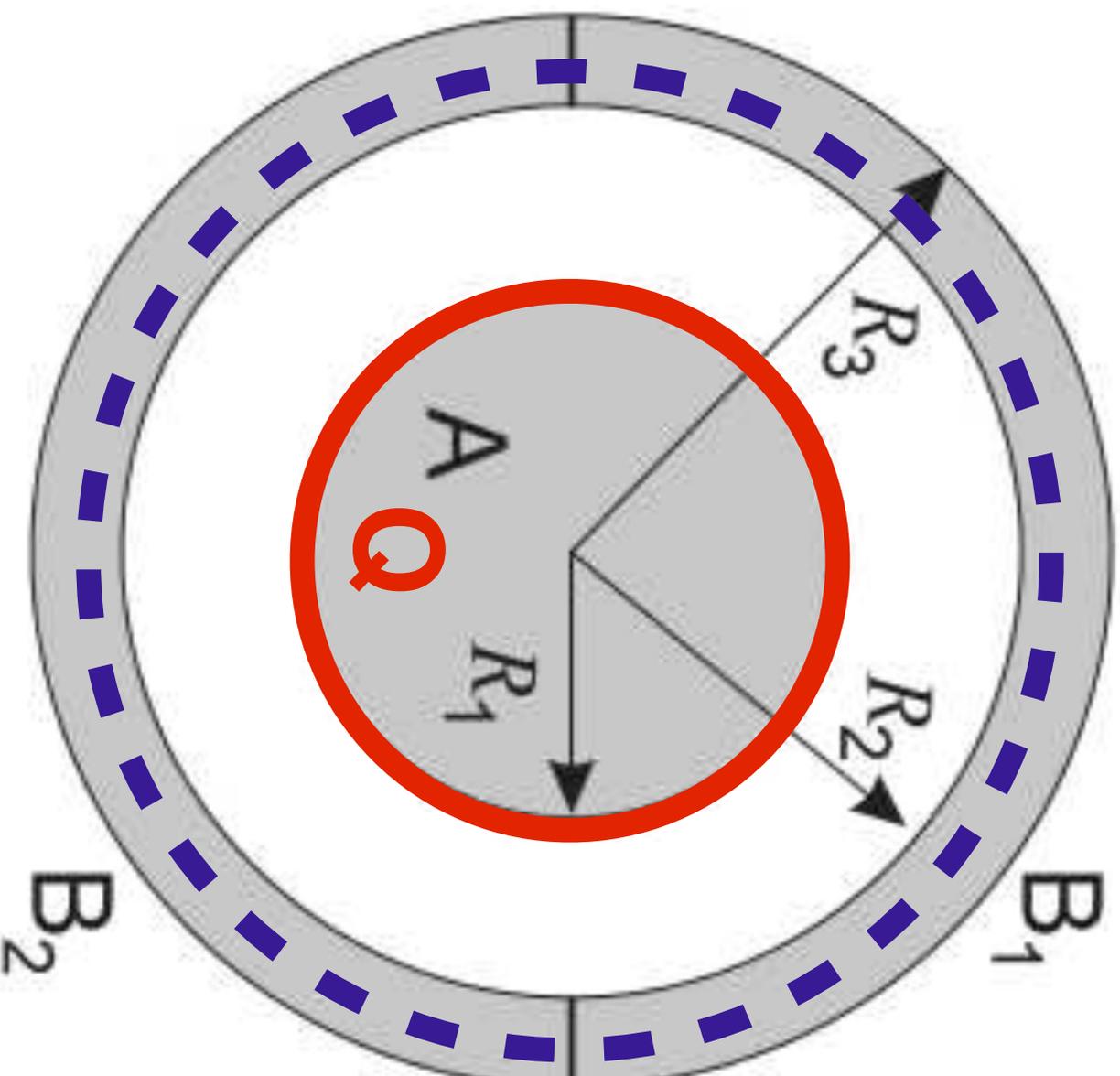
**Come si distribuiranno sulle 3
superficie le cariche?**



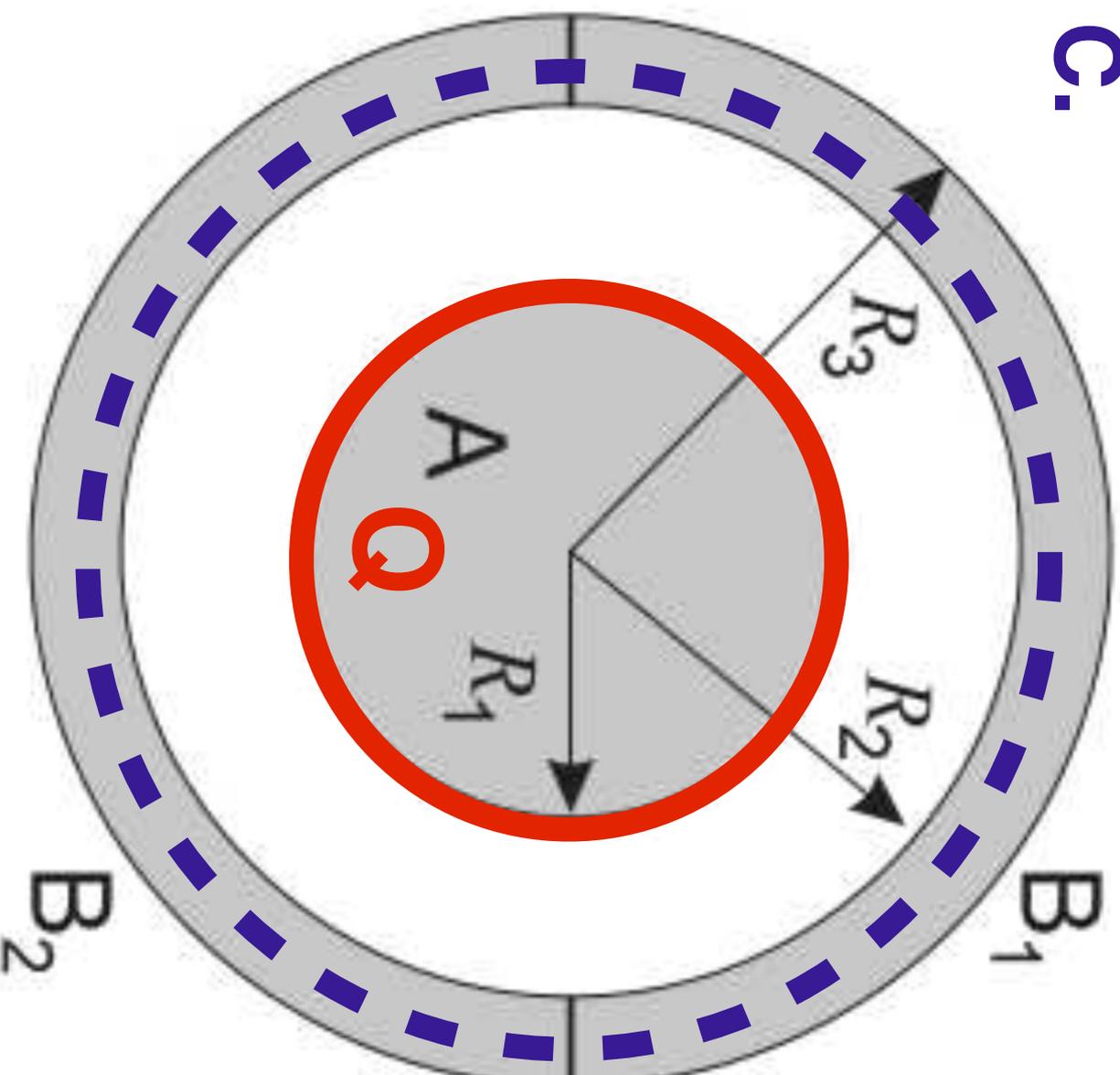
La carica Q presente sul conduttore A si distribuirà sulla superficie esterna.

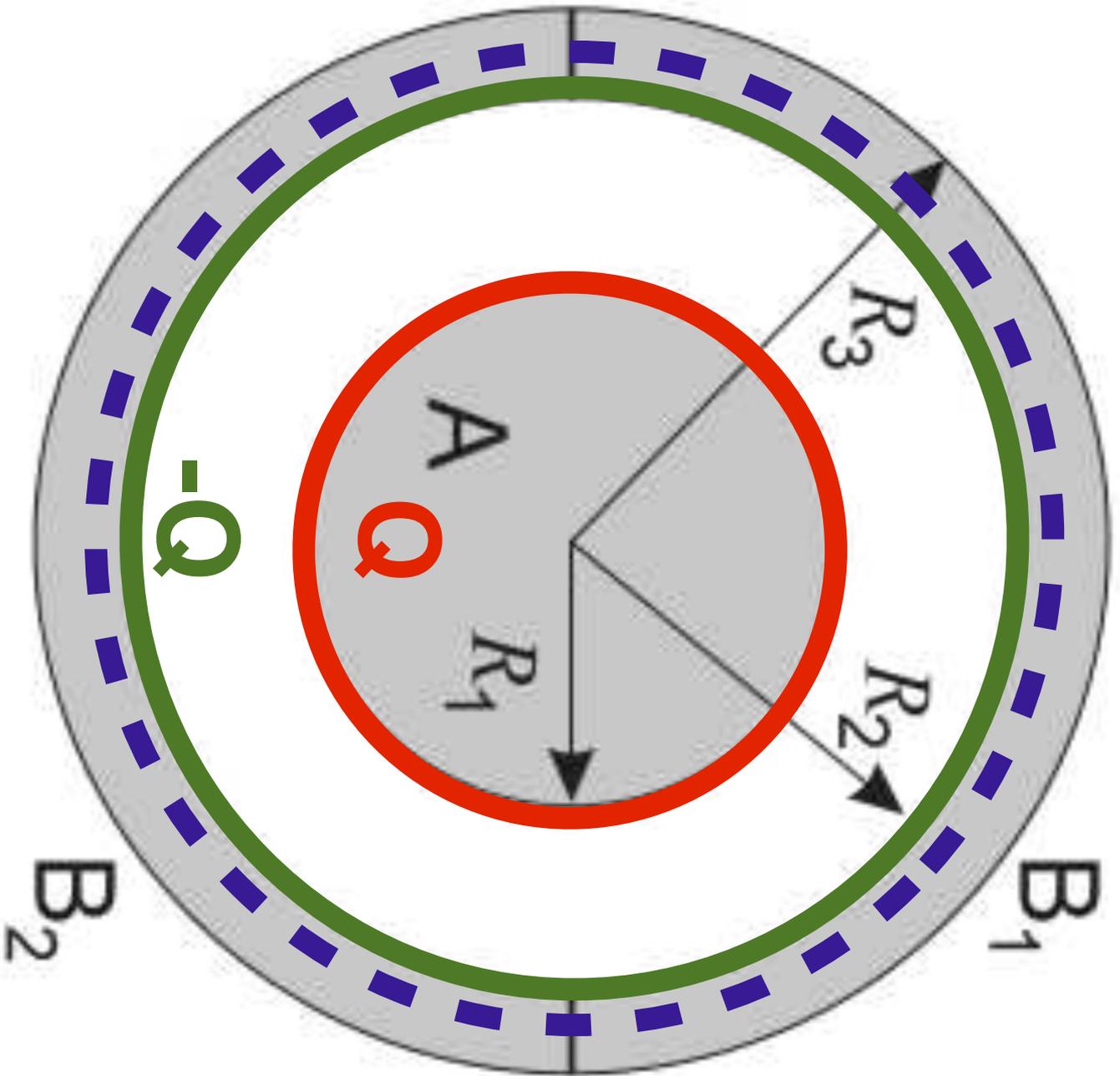


Quanto vale il campo E sulla superficie chiusa tratteggiata?

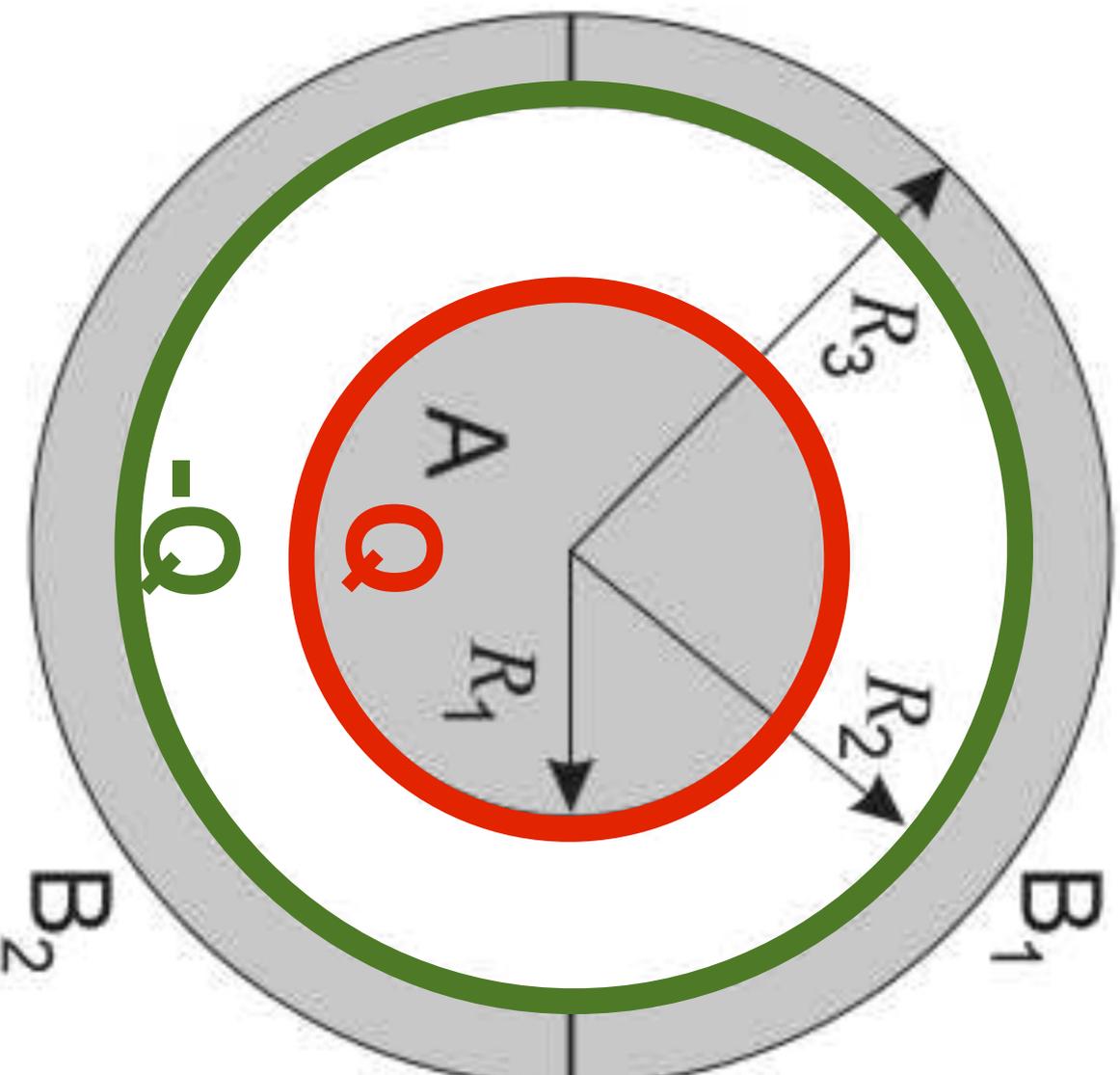


All'interno della superficie chiusa tratteggiata la carica in eccesso deve valere 0 C.

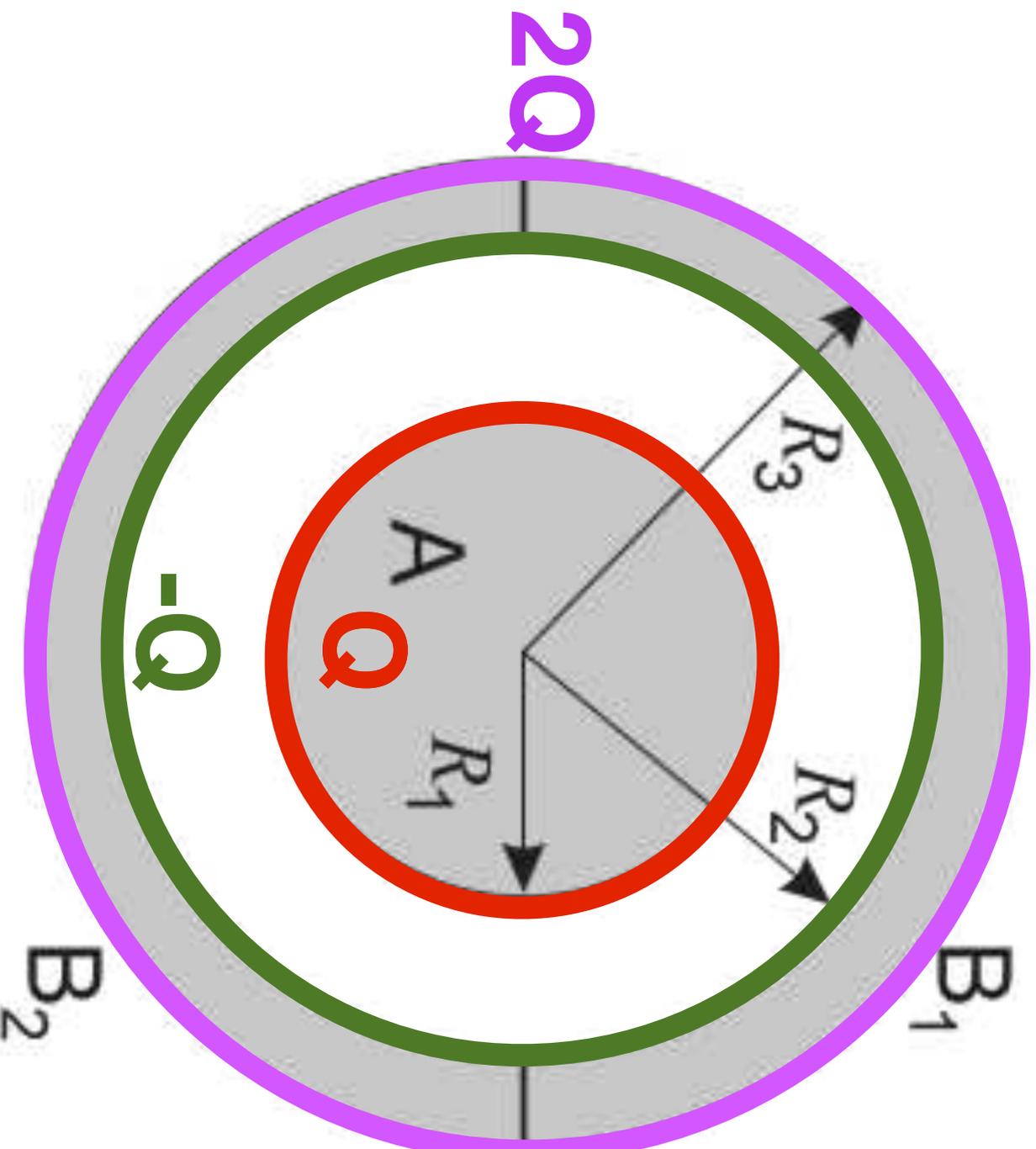




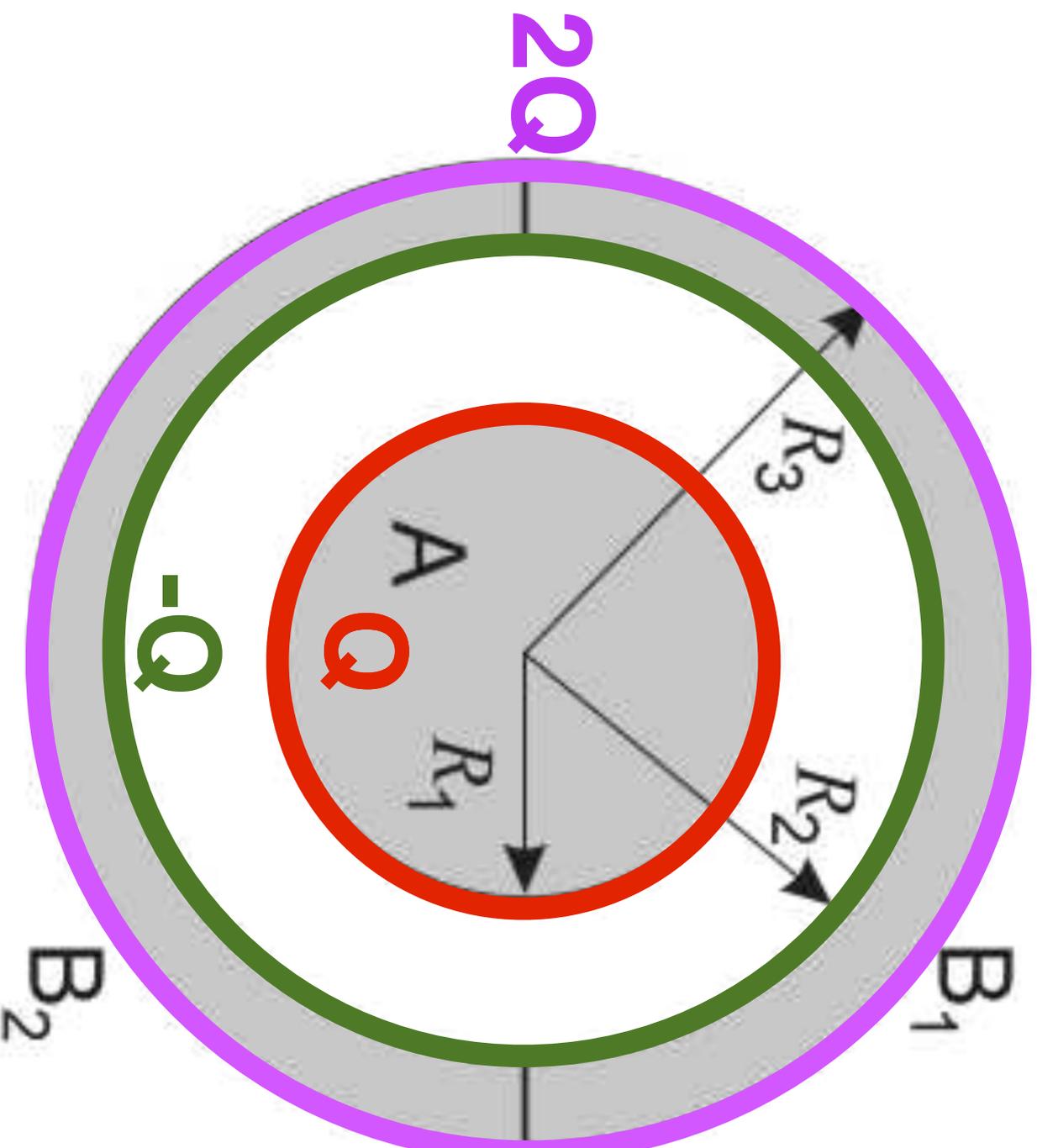
Siccome la carica totale su B1 e B2 era $Q \dots$



Siccome la carica totale su B1 e B2 era $Q \dots$



E come dovrei rappresentare le linee di campo?



Campo gravitazionale ed elettrico a confronto.

$$F_g = G \frac{M_1 M_2}{r^2} \implies \text{Sempre attrattiva.}$$

$$\text{Attrattiva} \iff F_e = k_0 \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

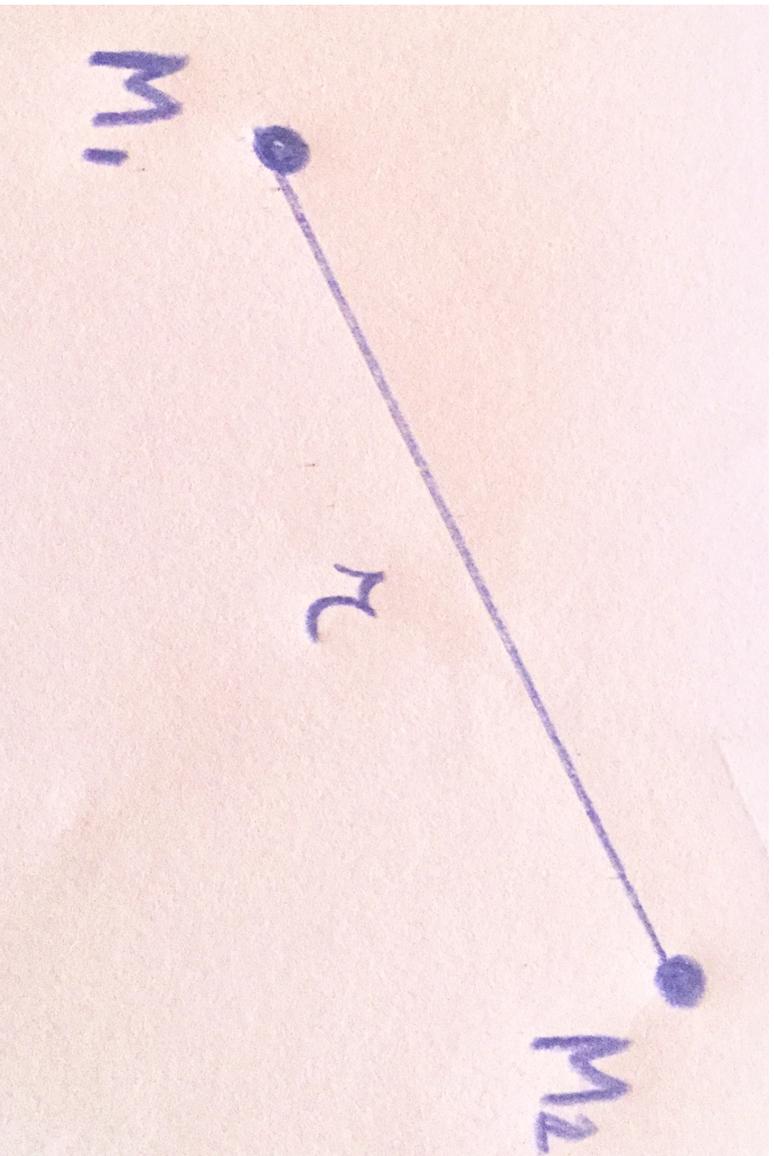
repulsiva.

Sono entrambe forze conservative, cioè il lavoro compiuto dal campo dipende solo dalla configurazione iniziale e finale del sistema di masse (o di cariche).

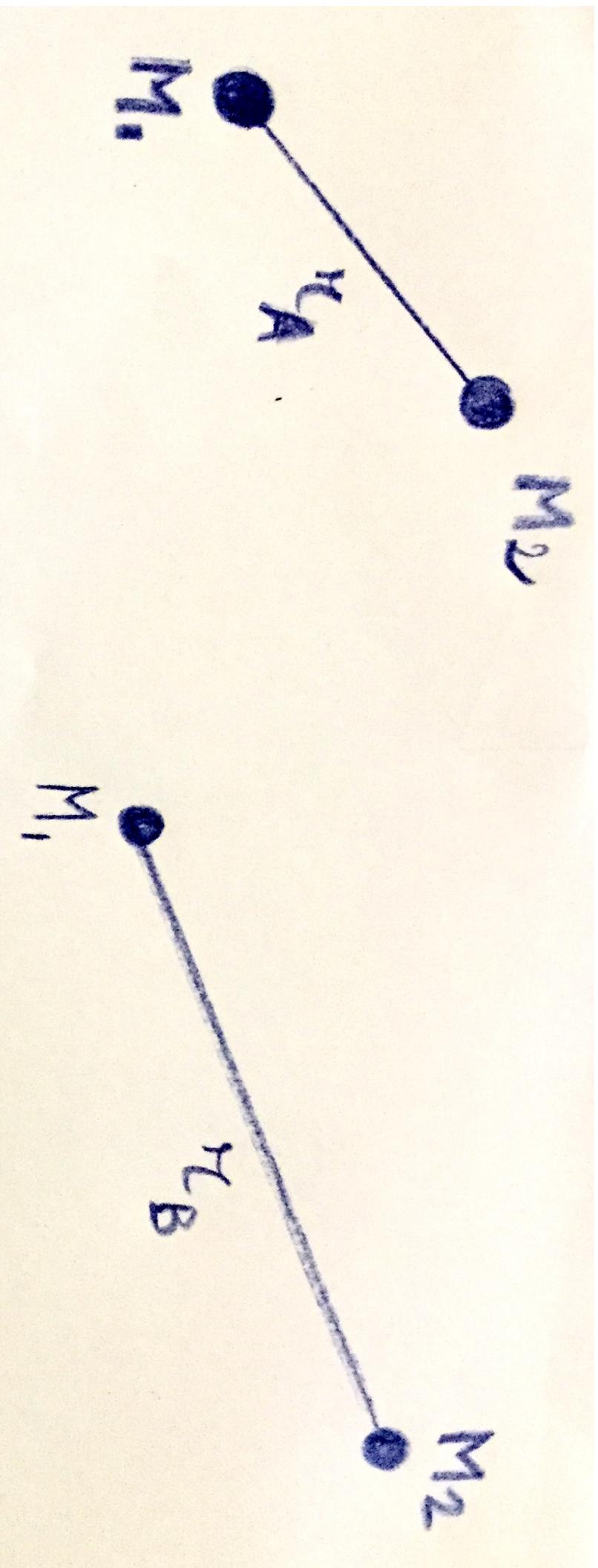
Per le forze conservative vi è il concetto di energia potenziale, una funzione che dipende solo dalla posizione reciproca tra le masse (cariche) che compongono il sistema.

Energia potenziale gravitazionale per un sistema di due masse:

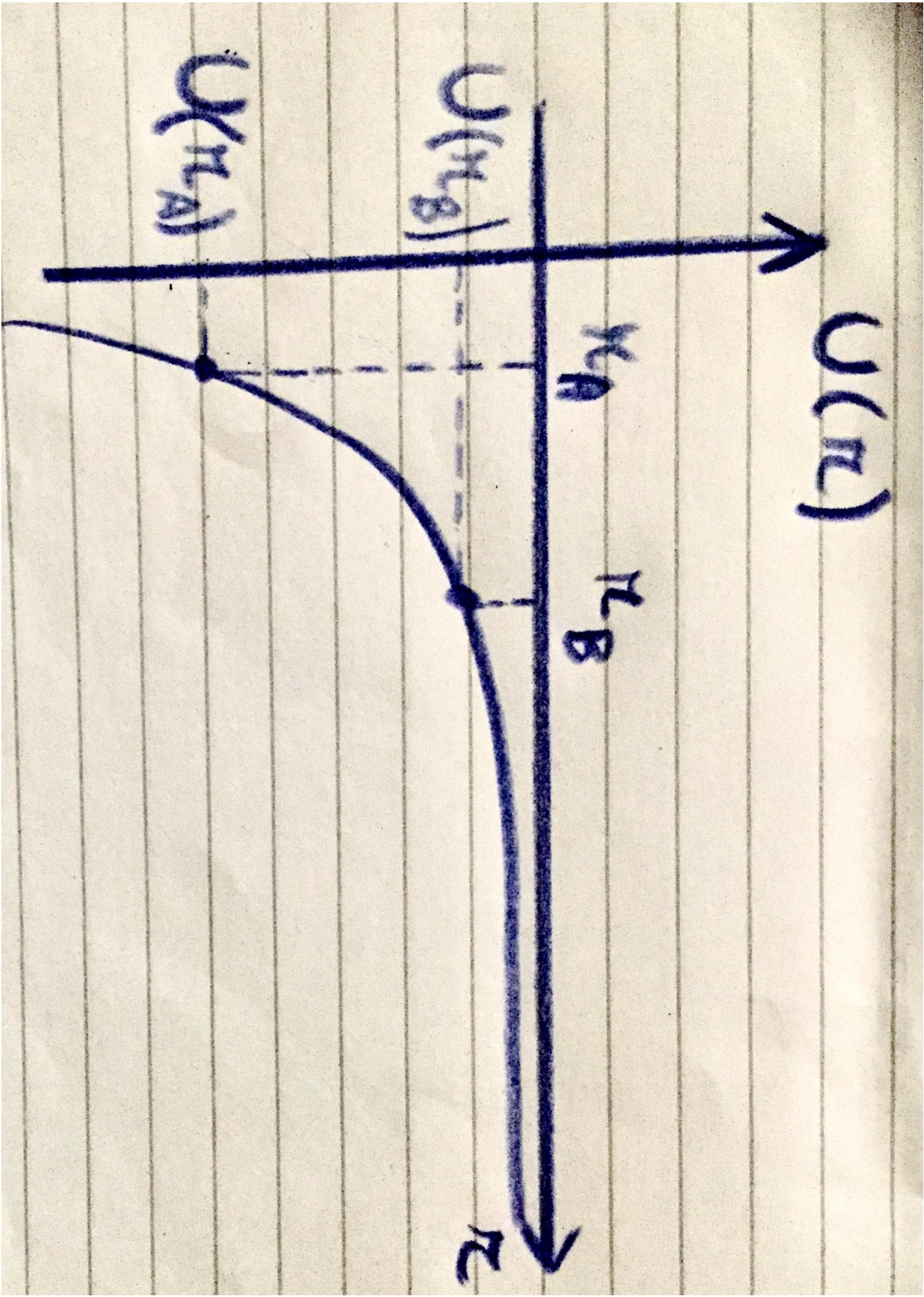
$$U_g(r) = -G \frac{M_1 M_2}{r}$$



$$U_g(\infty) = 0 \text{ J}$$



$$\begin{aligned} L_{A \rightarrow B} &\equiv U_g(r_A) - U_g(r_B) \\ &\equiv -G \frac{M_1 M_2}{r_A} + G \frac{M_1 M_2}{r_B} \end{aligned}$$



Matematicamente la forza gravitazionale e quella elettrica sono identiche.

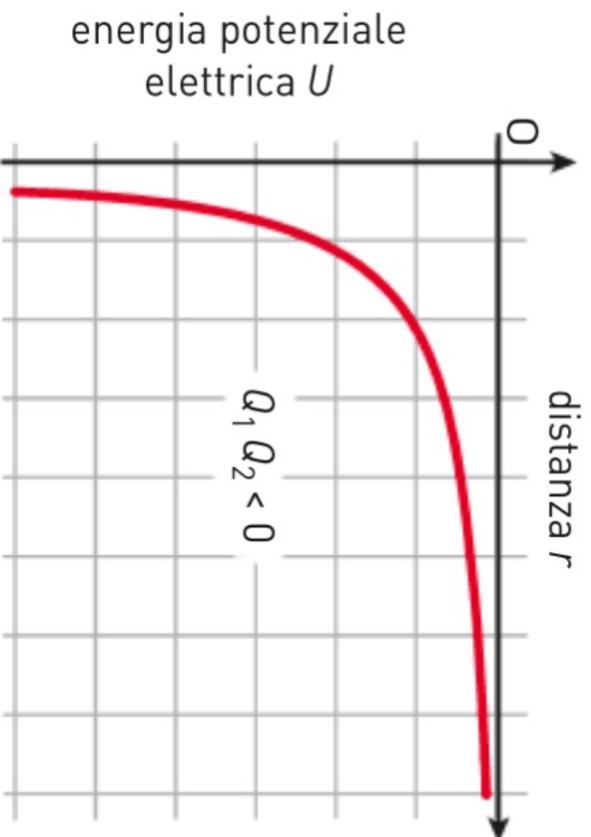
Per il potenziale elettrico quindi analiticamente avrò la stessa formula, o quasi

$$U_e(r) = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

è sparito il segno meno perchè?

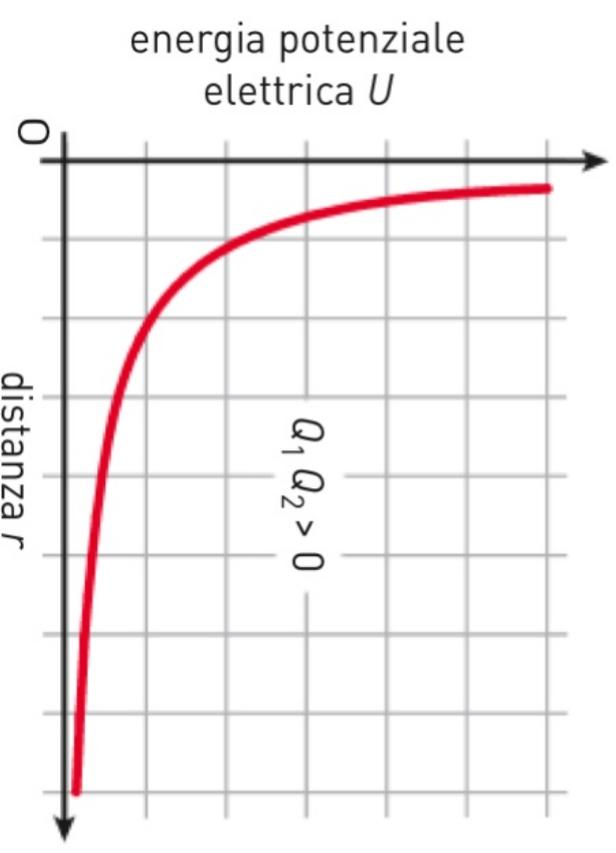
**Cariche di segno
opposto**

Forza attrattiva



**Cariche di stesso
segno**

Forza repulsiva

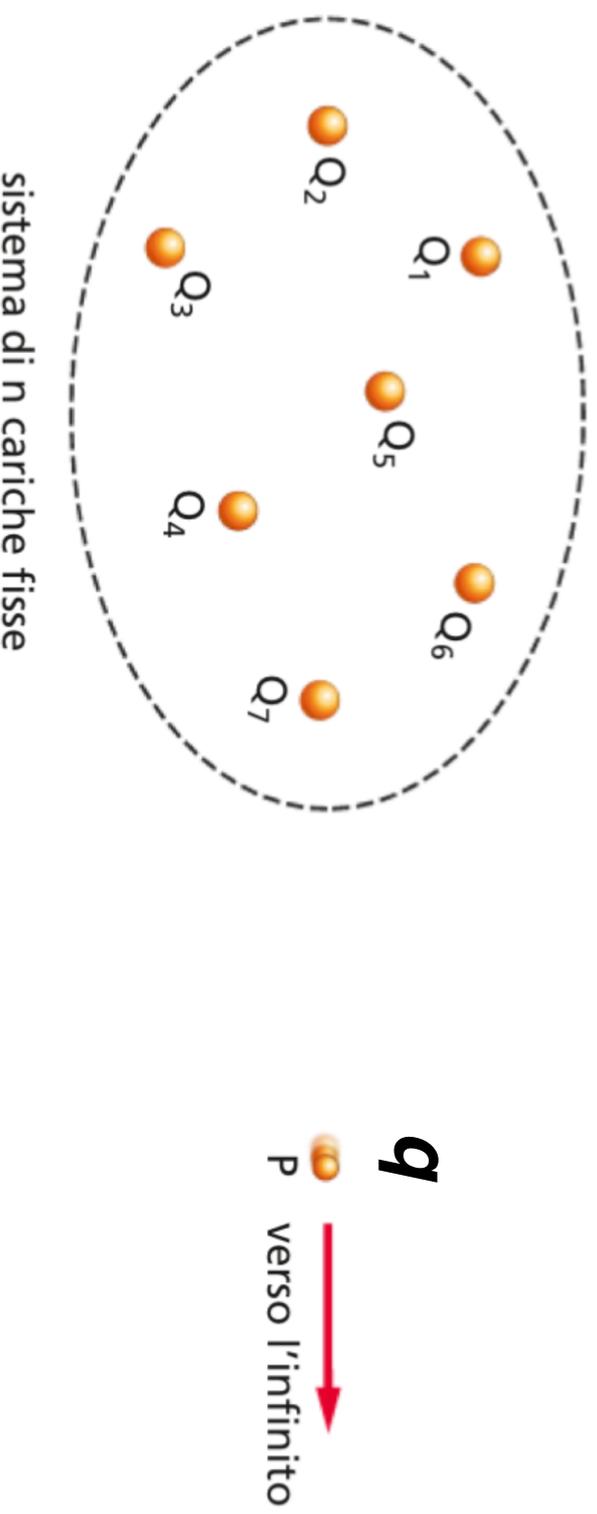


$$U_e(r) = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

Potenziale elettrico: una caratteristica del campo

Si considera una distribuzione fissa di cariche, che genera un campo elettrico nello spazio circostante.

In ogni punto P dello spazio si può definire il potenziale elettrico, utilizzando una carica di prova q , in questo modo:



$$V(P) = \frac{L_{P \rightarrow \infty}}{q} = \frac{U(P) - U(\infty)}{q}$$

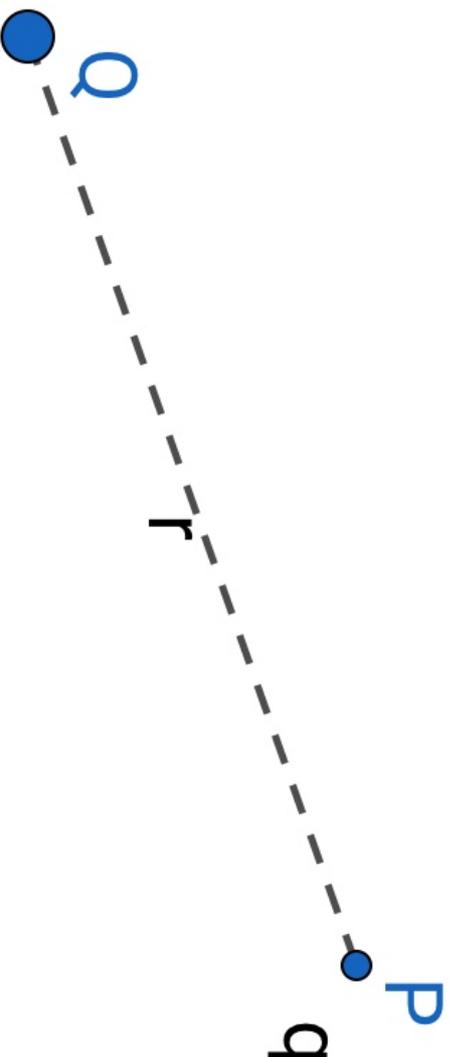
$$V(P) = \frac{U(P)}{q} \qquad V(\infty) = 0 \text{ V}$$

Il potenziale elettrico, che è il lavoro necessario per spostare una carica da un punto P all'infinito, diviso il valore della carica stessa, si esprime in Volt : V.

Rispondiamo a due domande:

- 1) qual è il potenziale dovuto ad una carica puntiforme Q ?**
- 2) come si calcola il lavoro del campo se spostato una carica q ?**

1) Qual è il potenziale dovuto ad una carica puntiforme Q, in un punto P distante r da Q?

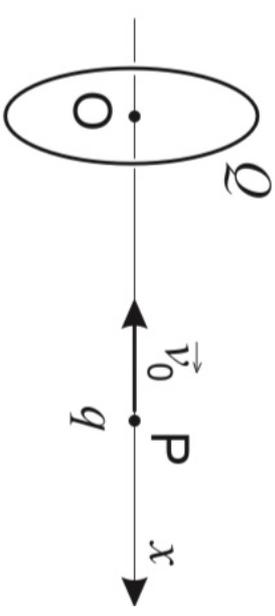


$$\begin{aligned} V(P) &= \frac{U(P)}{q} = \frac{k_0 \frac{qQ}{r}}{q} = k_0 \frac{Q}{r} \end{aligned}$$

2) Qual è il lavoro svolto dal campo su una qualsiasi carica q che si sposta da A a B?

$$L_{A \rightarrow B} = qV(A) - qV(B) = q\Delta V$$

Una carica $Q = +1.5\text{ nC}$ è distribuita su un sottile anello conduttore di raggio $r = 10\text{ cm}$. Una particella di carica $q = +3.2 \times 10^{-19}\text{ C}$ viene lanciata verso il centro dell'anello da un punto P, posto sull'asse di questo, a distanza $d = 2\text{ m}$. Si osserva che la particella riesce a passare attraverso il centro O dell'anello solo se ha velocità \vec{v}_0 di modulo superiore a $1.11 \times 10^5\text{ m s}^{-1}$.

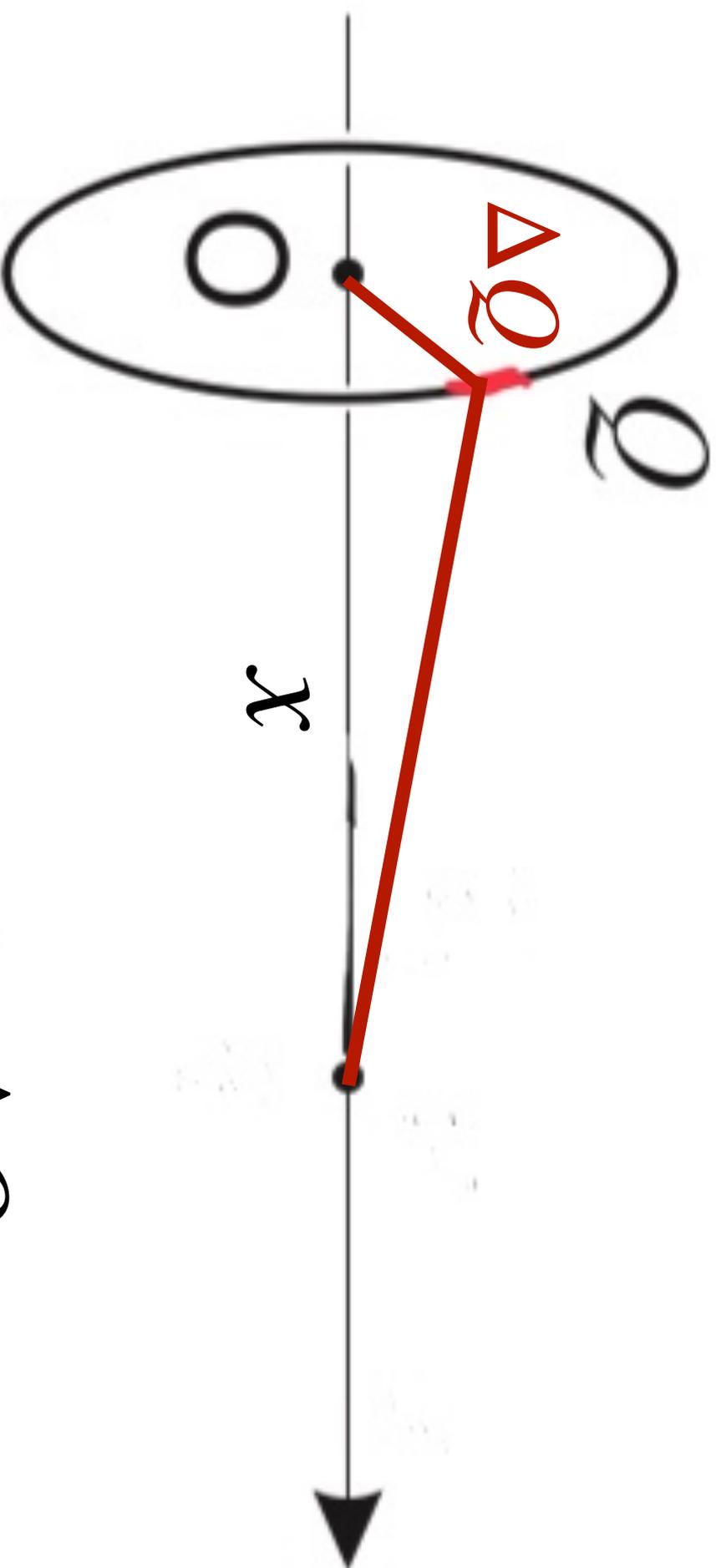


1. Indicando con x la distanza di un punto dell'asse dal centro dell'anello, calcolare il potenziale $V(x)$ dovuto alla carica sull'anello.
2. Calcolare la massa della particella.

Quali sono gli argomenti in ballo?

Potenziale, energia...

1) Calcolo del potenziale nel punto x

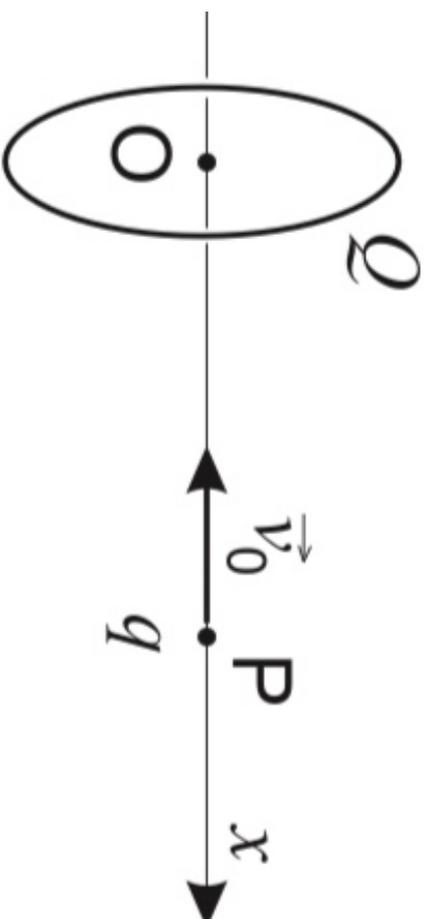


$$V(x) = k_0 \frac{\Delta Q}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$V(\mathbf{x}) = k_0 \frac{\Delta Q}{\sqrt{r^2 + \mathbf{x}^2}} + k_0 \frac{\Delta Q}{\sqrt{r^2 + \mathbf{x}^2}} + \dots$$

$$V(\mathbf{x}) = k_0 \frac{Q}{\sqrt{r^2 + \mathbf{x}^2}}$$

2) Calcolo della massa della particella q .



La variazione di energia cinetica della particella = il lavoro svolto dalle forze esterne su di essa.

$$\frac{1}{2}mV_{\text{centro}}^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = qV(\mathbf{d}) - qV(\mathbf{0})$$

Se $v_0 = v_{\min}$, allora la particella arriva al centro dell'anello con velocità nulla.

$$\frac{1}{2}mV_{\text{centro}}^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = qV(d) - qV(0)$$

$$-\frac{1}{2}mV_{\min}^2 = qk_0 \frac{Q}{\sqrt{r^2 + d^2}} - qk_0 \frac{Q}{\sqrt{r^2}}$$

$$\frac{1}{2}mV_{\min}^2 = k_0qQ \left(\frac{1}{\sqrt{r^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2}} \right)$$

$$\mathbf{m} = \frac{2k_0qQ}{v_{\min}^2} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2}} \right)$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{6,7} \times \mathbf{10^{-27}} \text{ kg}$$

Grazie per l'attenzione

