



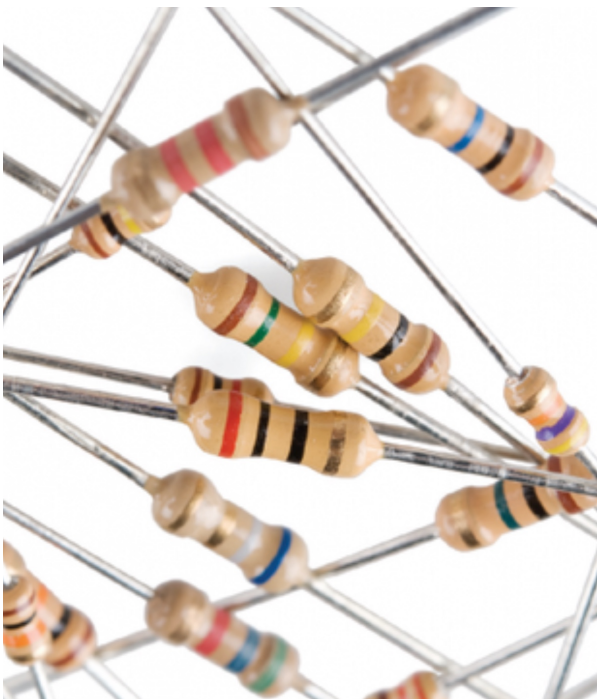
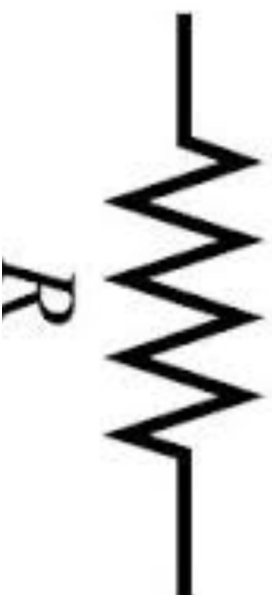
XII Scuola Estiva di Fisica

3 settembre 2019

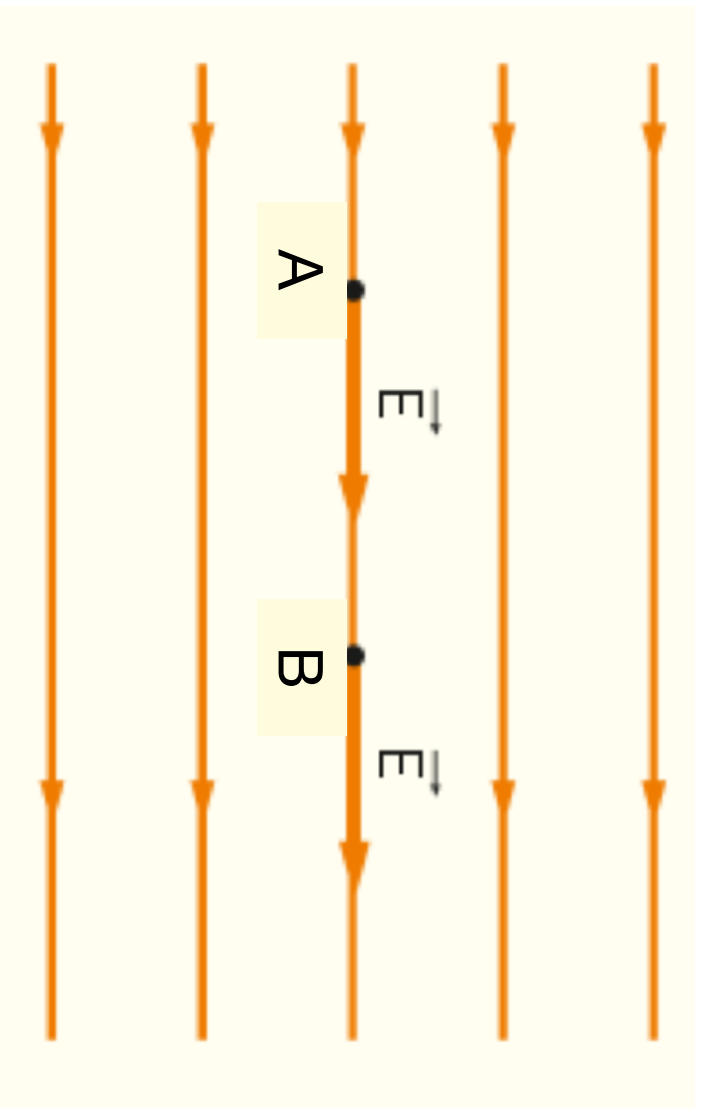
Quesiti e Problemi di elettricità

tratti dalle Olimpiadi di Fisica a cura dell'AIF
www.olifis.it

Circuiti con resistenze



$$q > 0$$



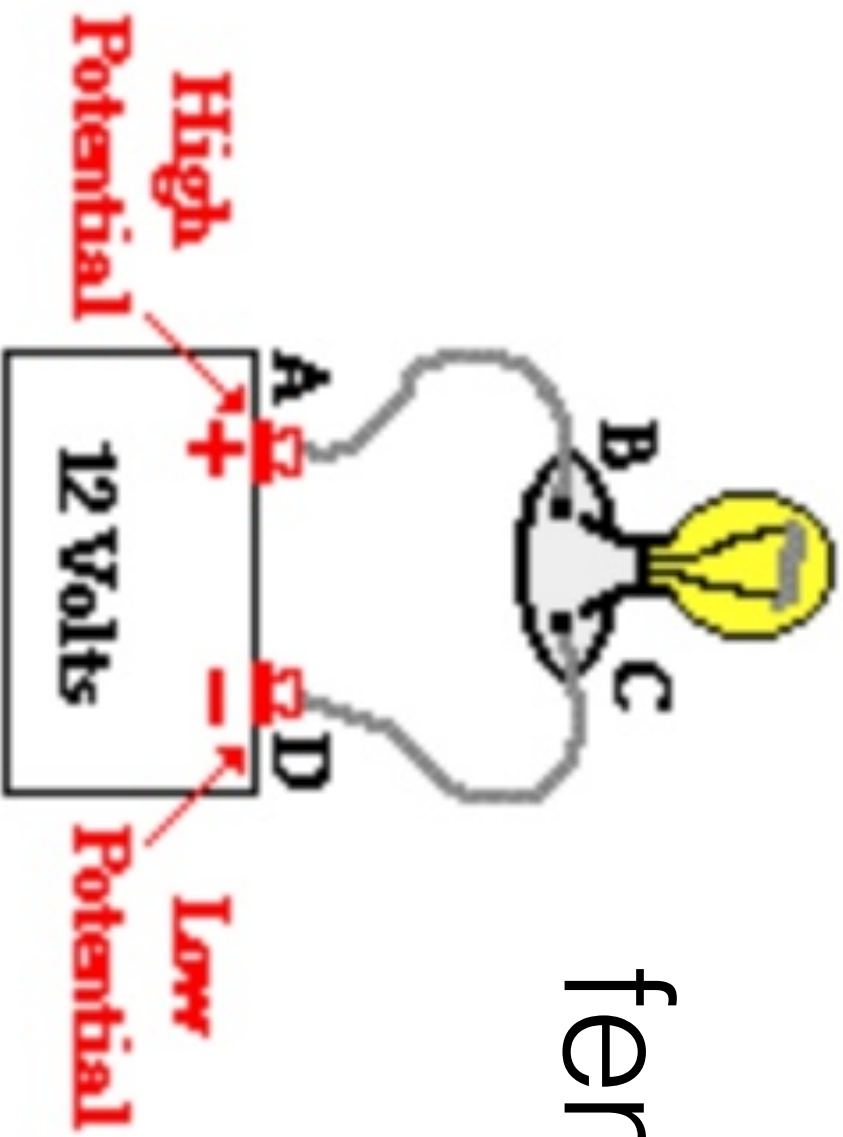
La relazione tra il modulo del campo e della differenza di potenziale tra i due punti distanziati d

$$L_{A \rightarrow B} \equiv qE \cdot d \quad \boxed{E \cdot d \equiv \Delta V}$$

$$L_{A \rightarrow B} \equiv qV(A) - qV(B)$$

**Le cariche positive si muovono
spontaneamente verso i potenziali bassi,
le cariche negative fanno l'opposto.**

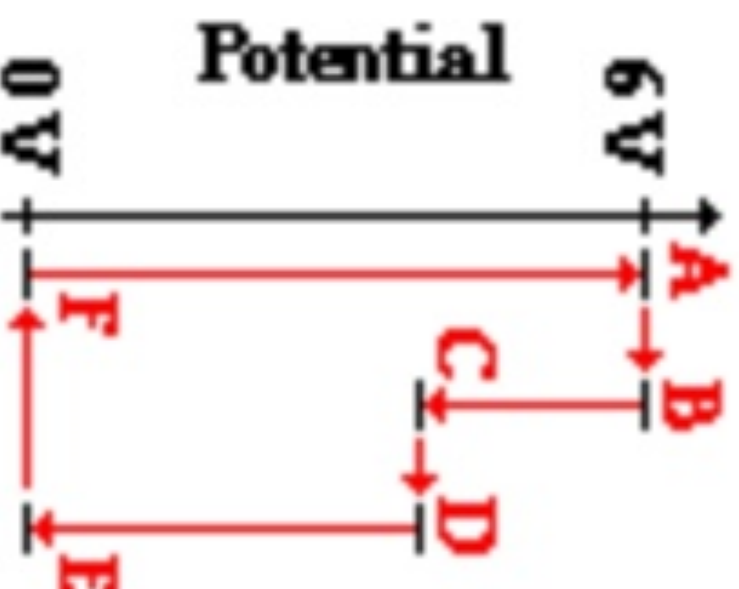
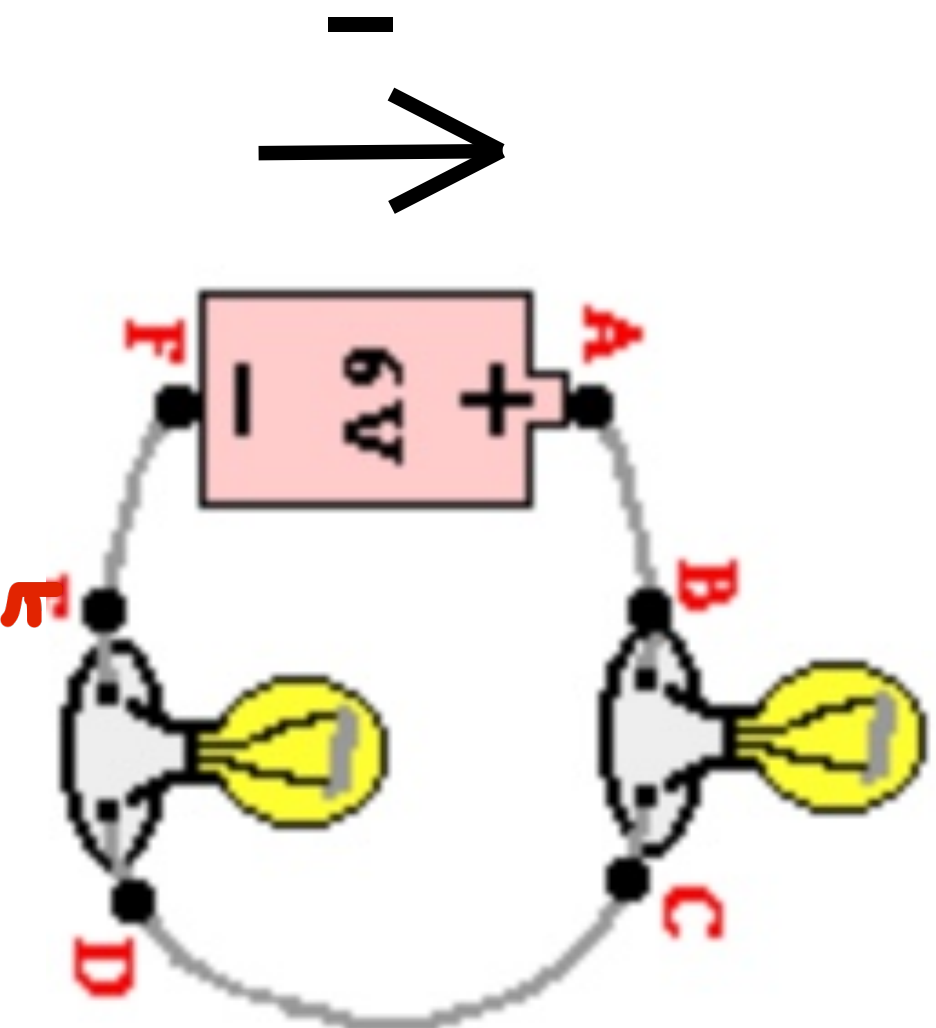
Cos'è un circuito elettrico



$$fem = V_+ - V_-$$

È una concatenazione chiusa di : conduttori + generatore(i).

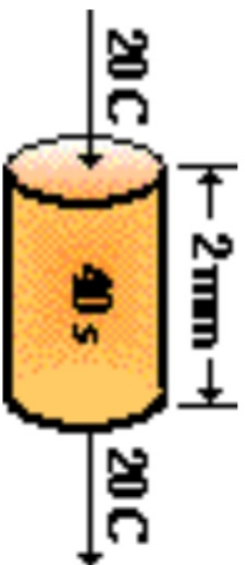
Nei comuni circuiti sono gli elettroni di conduzione che si muovono: storicamente alla corrente elettrica si attribuisce il verso opposto del moto degli elettroni.



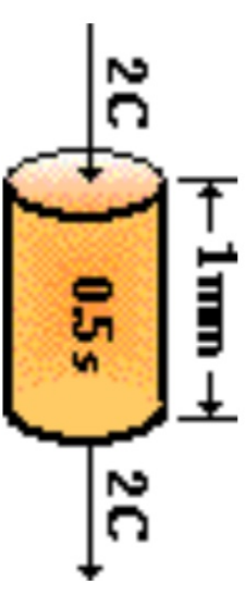
Corrente elettrica

Consideriamo una sezione di conduttore

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

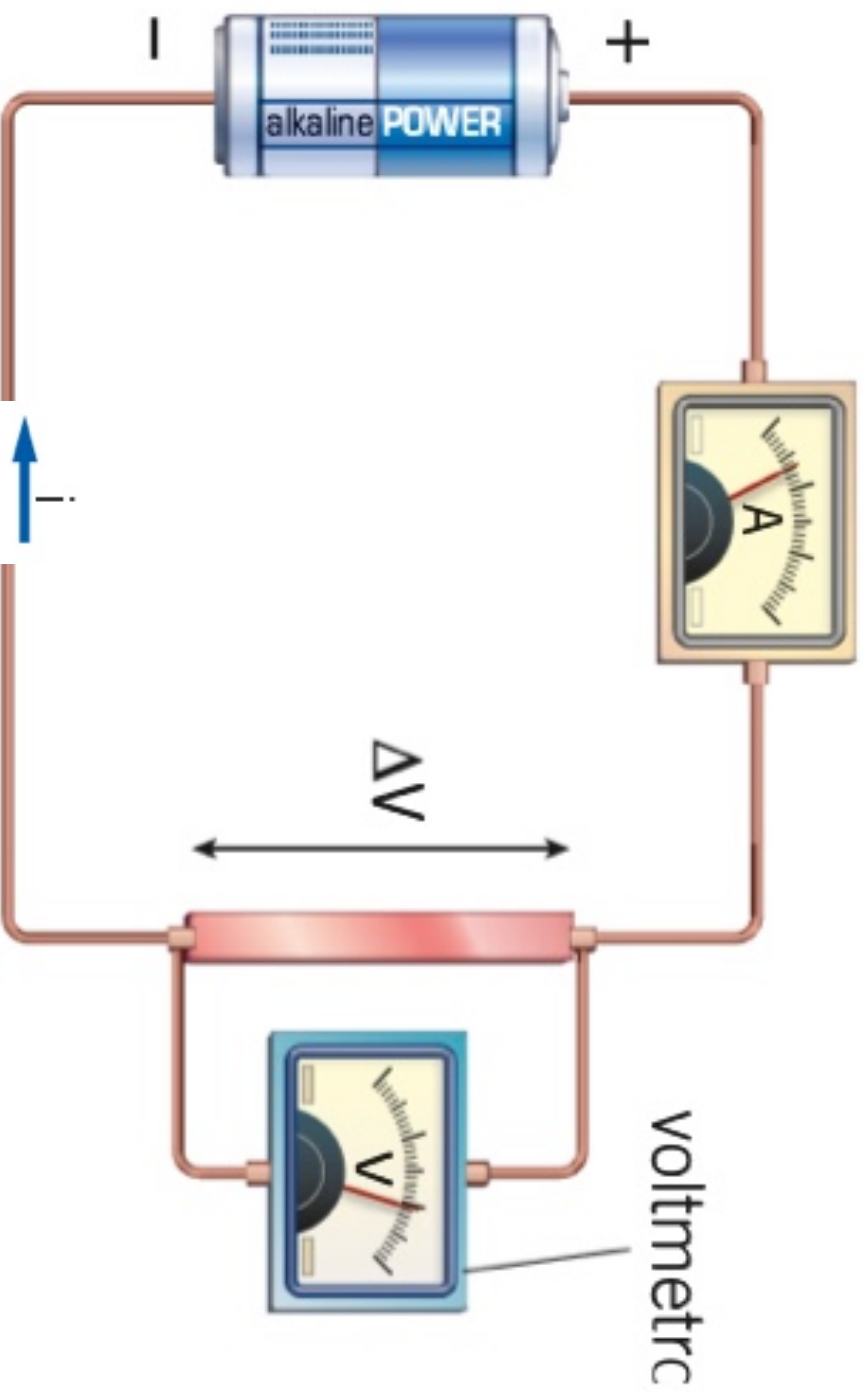


$$I = \text{---} \text{ Ampere}$$



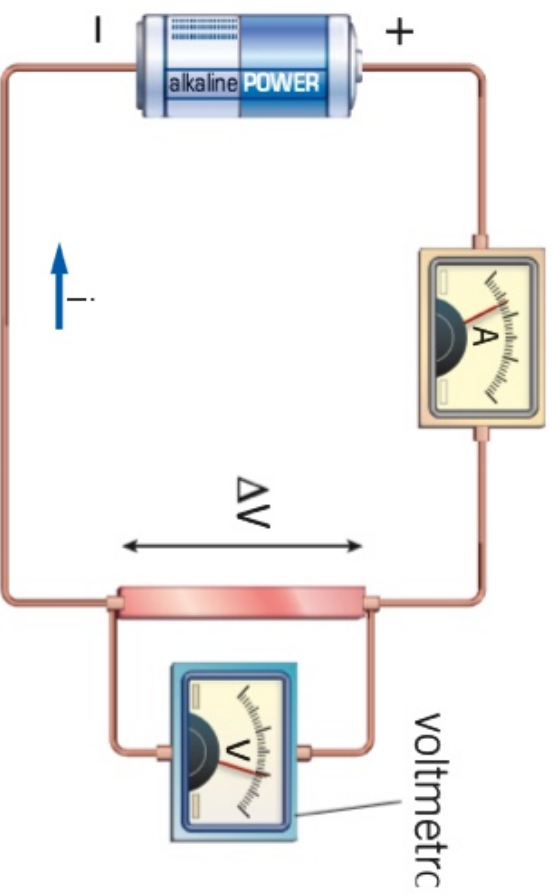
$$I = \text{---} \text{ Ampere}$$

La resistenza elettrica



Con un amperometro si potrebbe constatare che la corrente è stazionaria: ma $F = ma \dots$ se il conduttore non opponesse resistenza, gli elettroni accelererebbero continuamente.

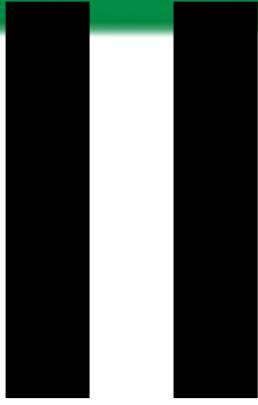
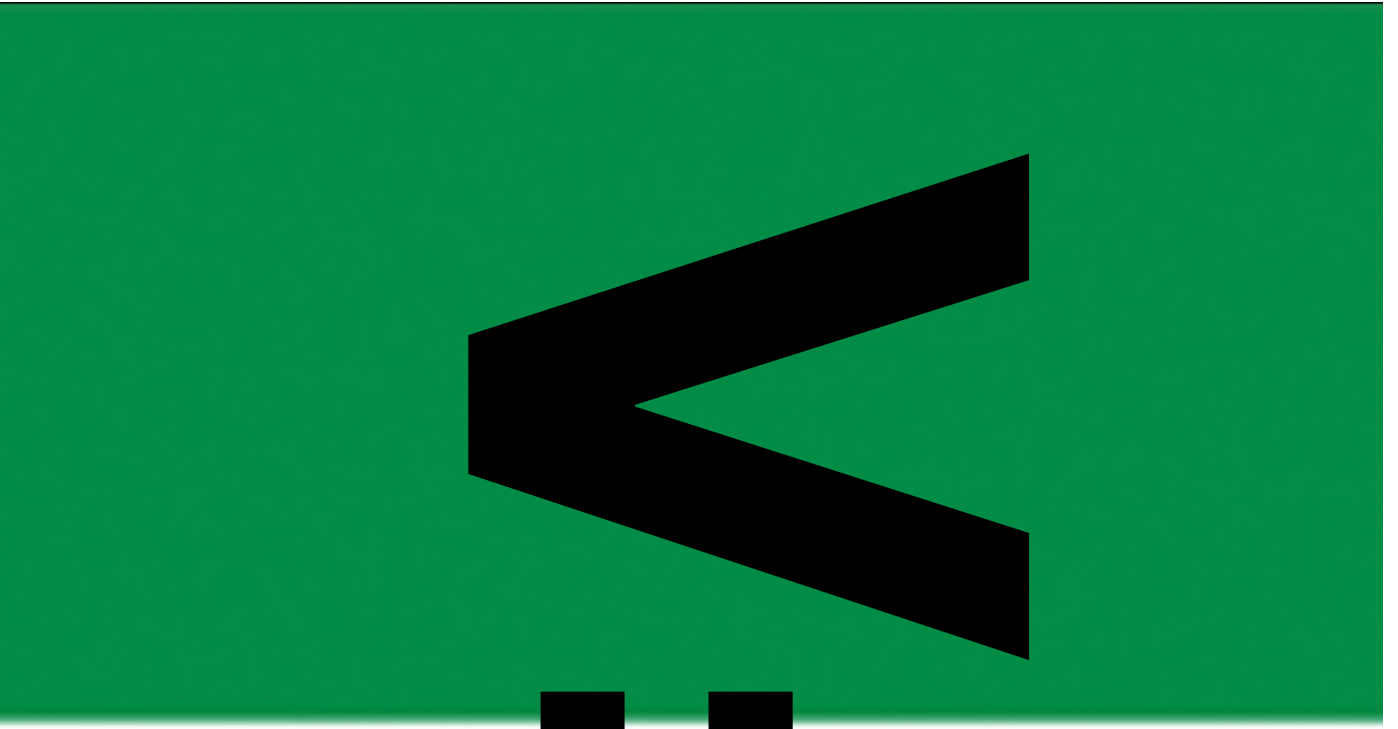
Typical Path of an Electron



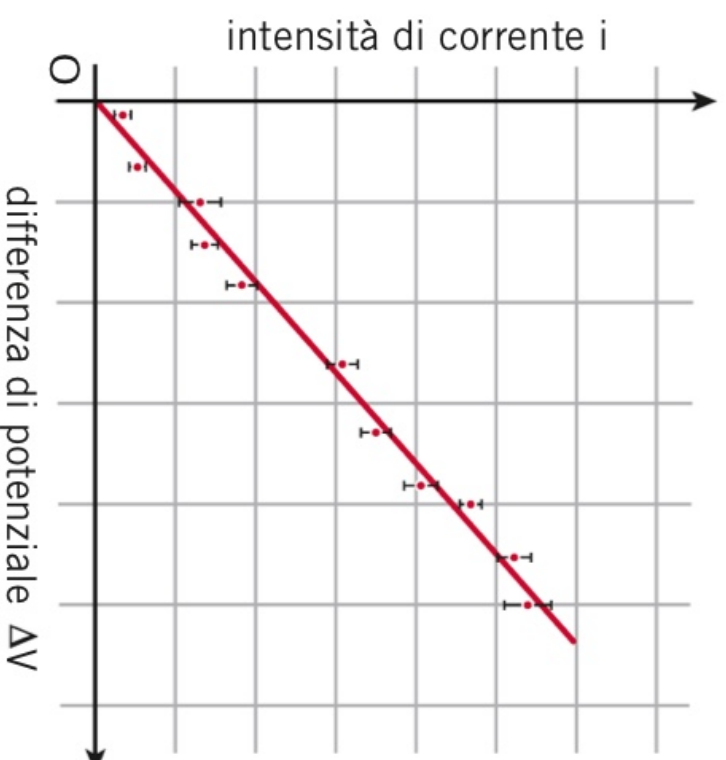
$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

Ω , Ohm

La resistenza del dispositivo è il rapporto tra la corrente che lo attraversa e la differenza di potenziale misurata ai suoi estremi (capi).



Il fisico tedesco Ohm (1775-1836) verificò sperimentalmente che esiste un'ampia gamma di conduttori (tra cui i metalli) per i quali R è costante.

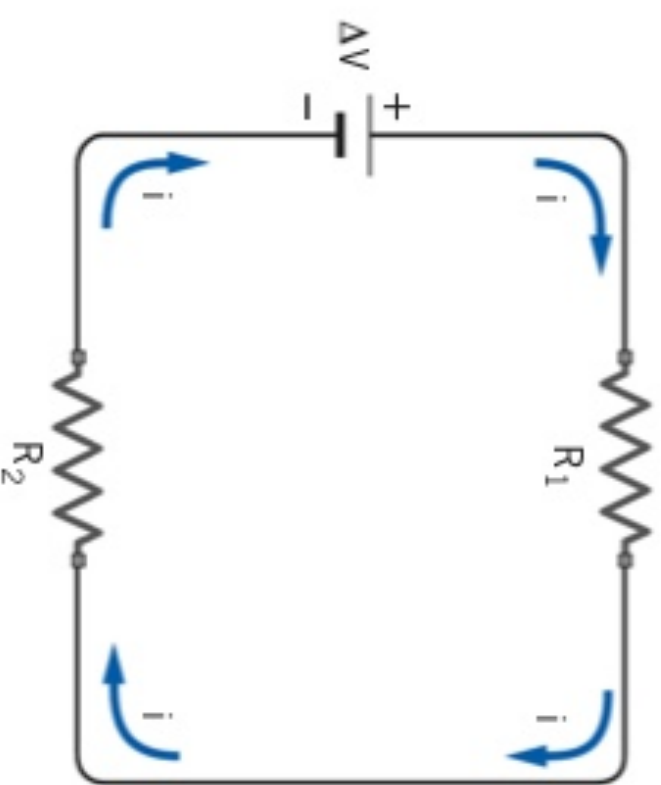
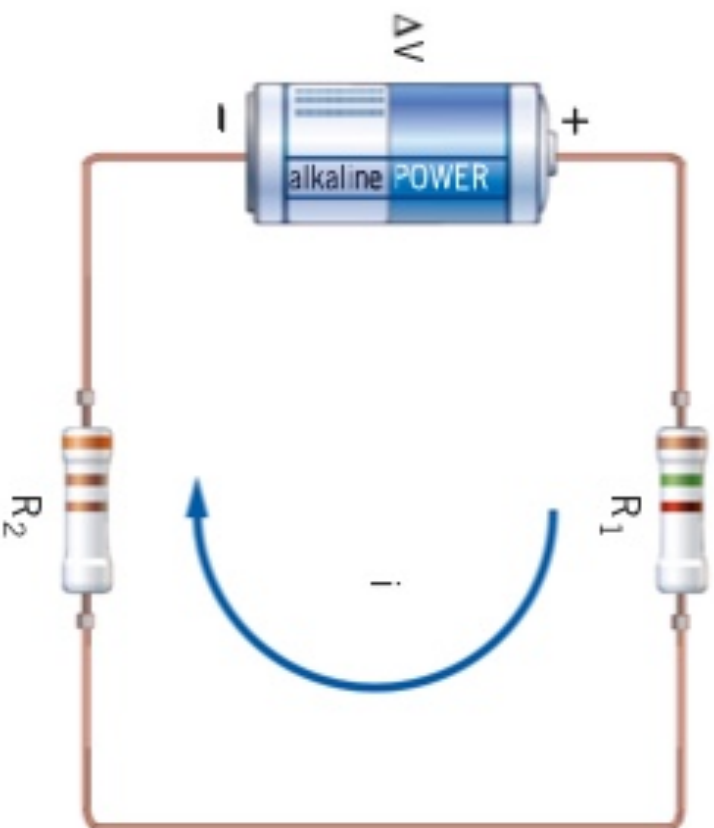


Dal suo nome, i conduttori di questo tipo sono detti **ohmici**.

La **prima legge di Ohm** afferma che:

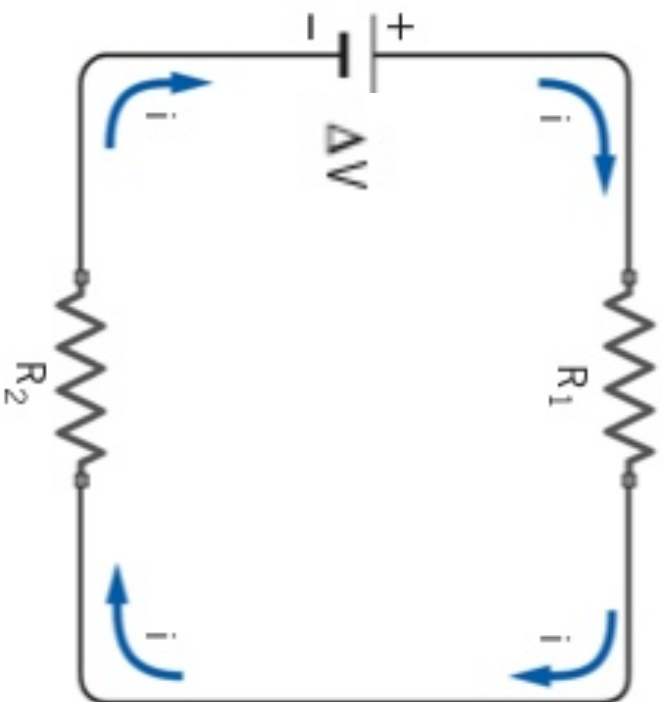
nei conduttori ohmici l'intensità di corrente è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale applicata ai loro capi.

Resistenze in serie

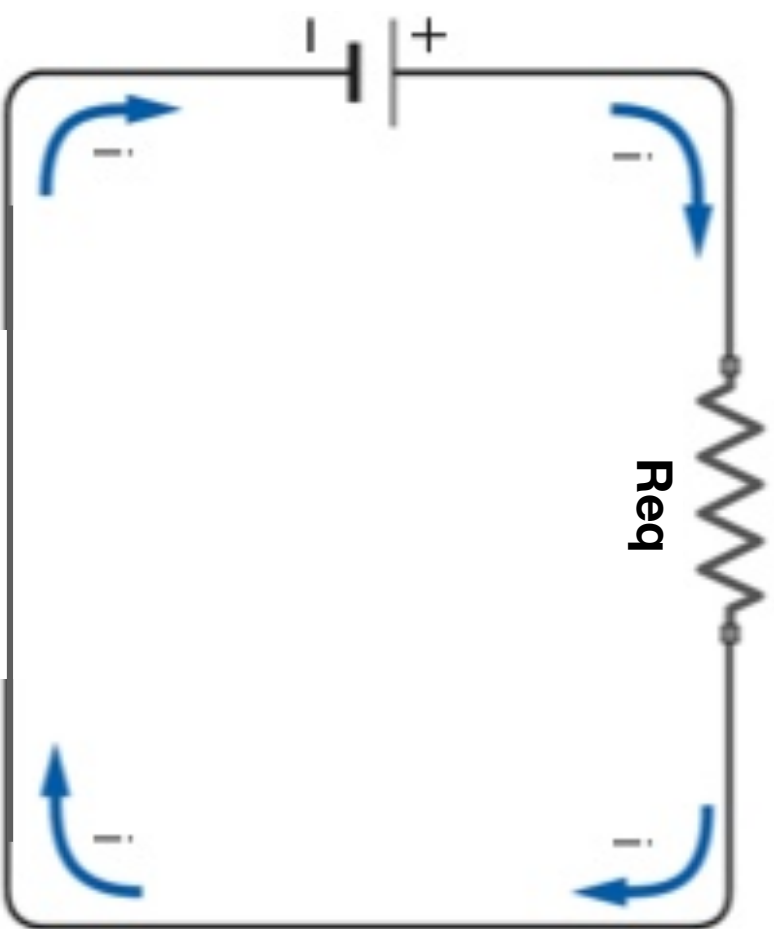


$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

Stessa corrente i per tutti

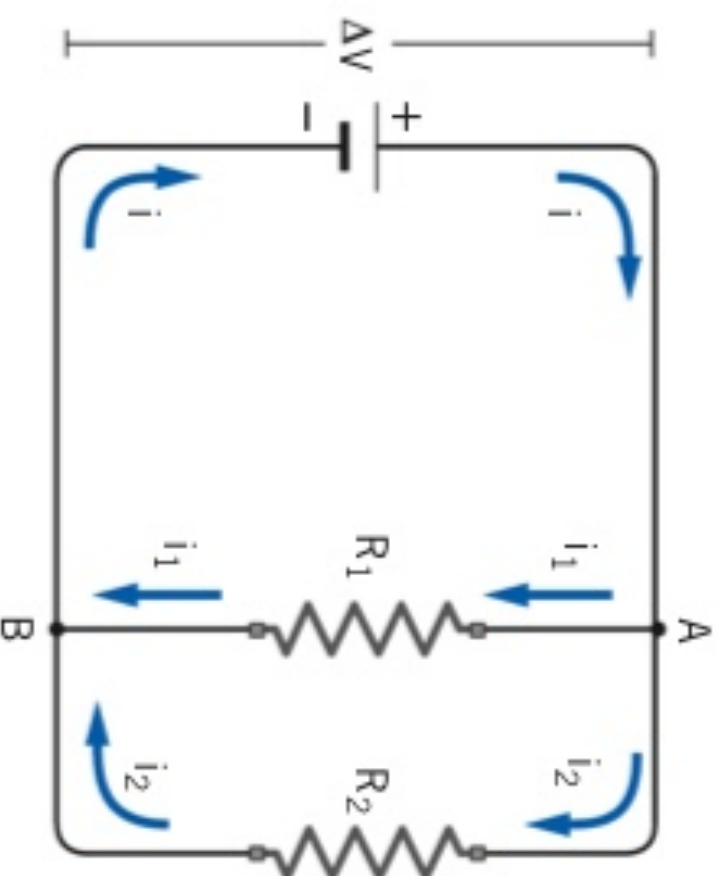


=



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$$

Resistenze in parallelo



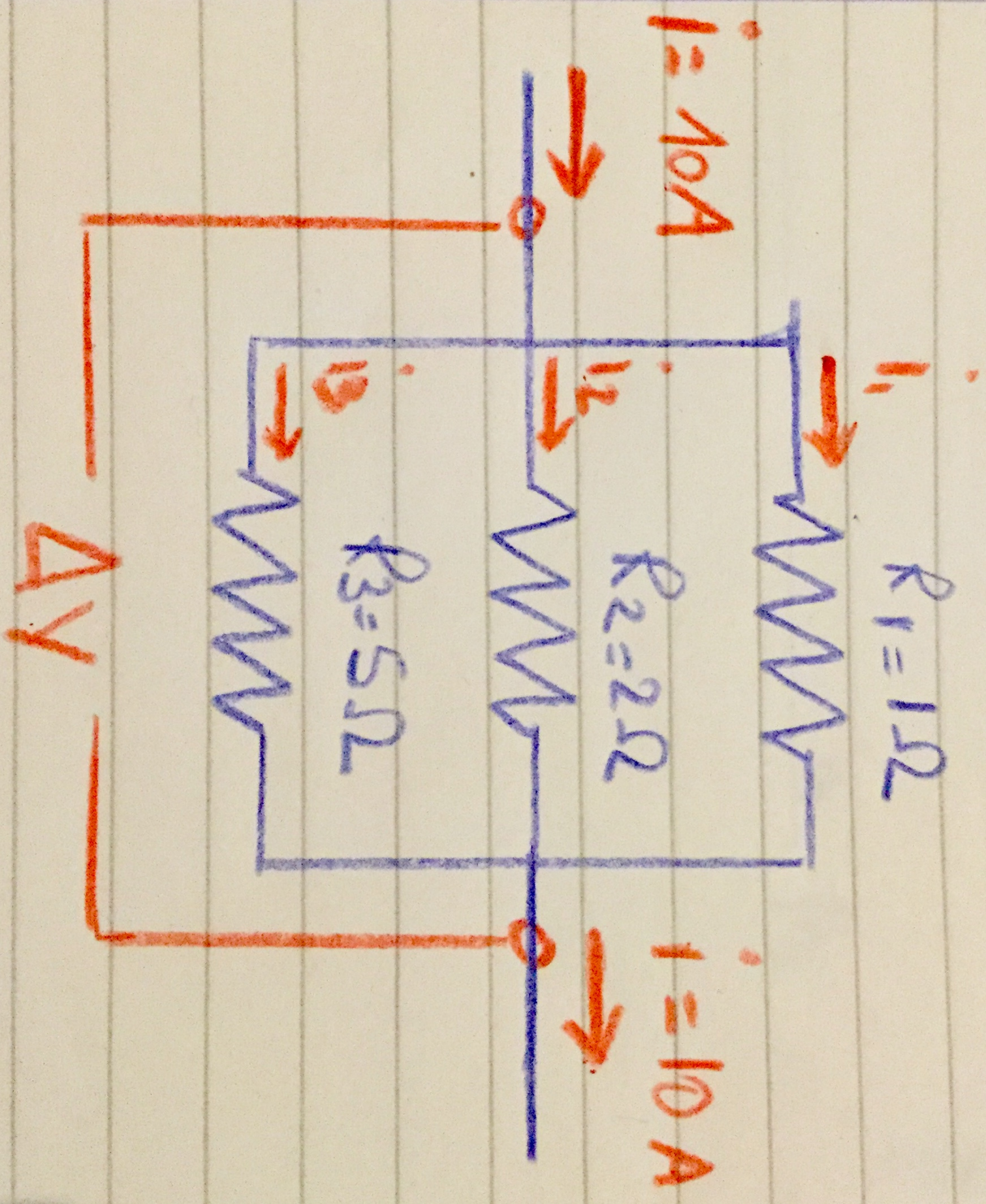
$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

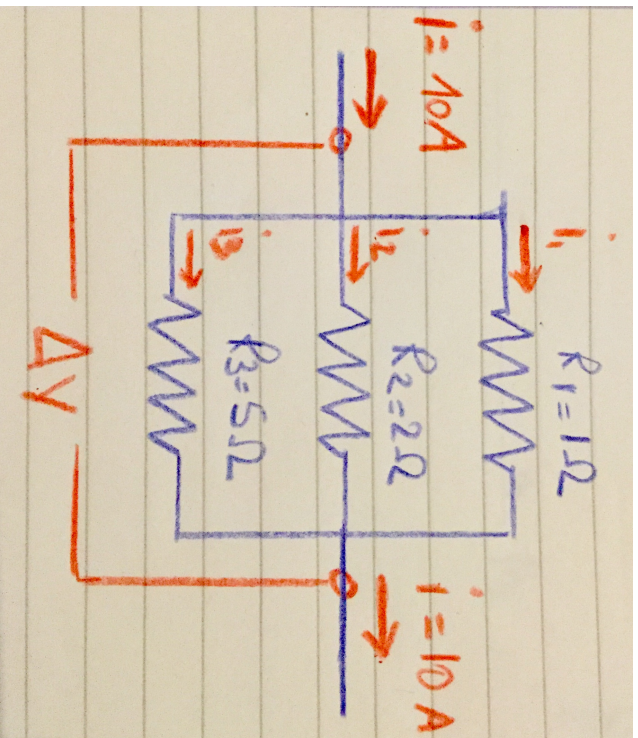
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Q8

Tre resistori, rispettivamente da $1\ \Omega$, $2\ \Omega$ e $5\ \Omega$, sono collegati in parallelo e attraversati complessivamente da una corrente di $10\ \text{A}$.

- Quanto vale la corrente che attraversa il resistore da $2\ \Omega$?





$$\Delta V = \Delta V_2 = \Delta V_1 = \Delta V_3$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_{\text{eq}} \cdot I = R_2 \cdot I_2 \implies I_2 = \frac{R_{\text{eq}} \cdot I}{R_2}$$

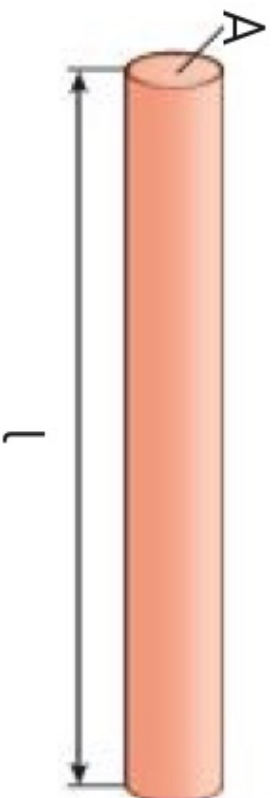
$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \cdot \mathbf{I}$$

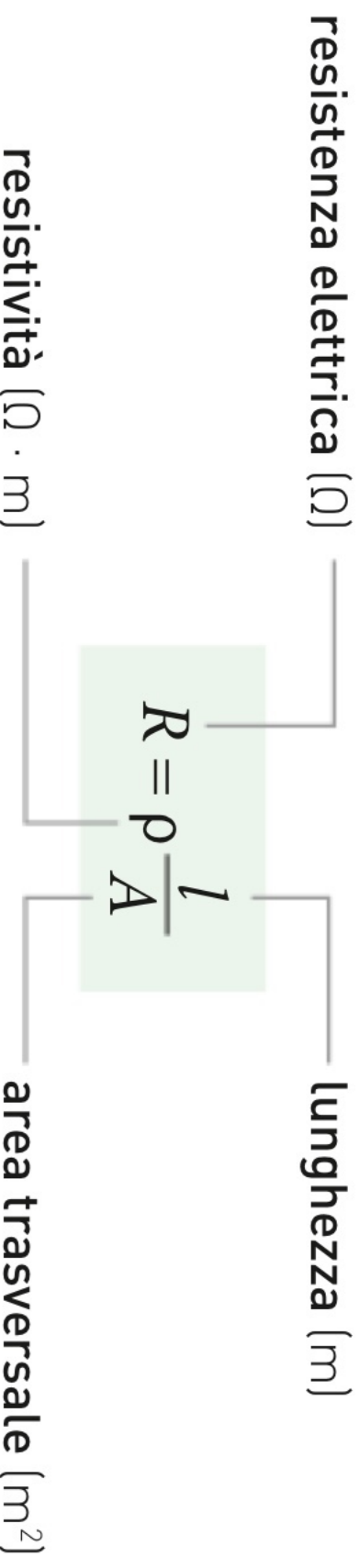
$$\mathbf{I}_2 = 2,94 \text{ A}$$

La seconda legge di Ohm

Ohm, per i metalli, scoprì sperimentalmente un'altra legge:



Un filo conduttore di
lunghezza l e area
trasversale A .



RESISTIVITÀ DI ALCUNE SOSTANZE (A 20 °C)

Sostanza	Resistività ($\Omega \cdot m$)
alluminio	$2,8 \times 10^{-8}$
argento	$1,6 \times 10^{-8}$
ferro	10×10^{-8}
mercurio	96×10^{-8}
platino	10×10^{-8}
rame	$1,7 \times 10^{-8}$
carbonio	$3,5 \times 10^{-5}$
germanio	0,46
silicio	100 - 1000
neoprene	10^9
polietilene	$10^8 - 10^9$
polistirene (polistirolo)	$10^7 - 10^{11}$
porcellana	$10^{10} - 10^{12}$
vetro	$10^{10} - 10^{14}$
teflon	10^{14}

la resistività dei metalli aumenta al crescere della temperatura.

Infatti, se la temperatura è maggiore, gli ioni del reticolo cristallino oscillano attorno alle posizioni di equilibrio più velocemente e con maggiore ampiezza. Ciò rende più probabili gli urti tra elettroni di conduzione e ioni e aumenta l'impedimento opposto dal reticolo al moto degli elettroni.

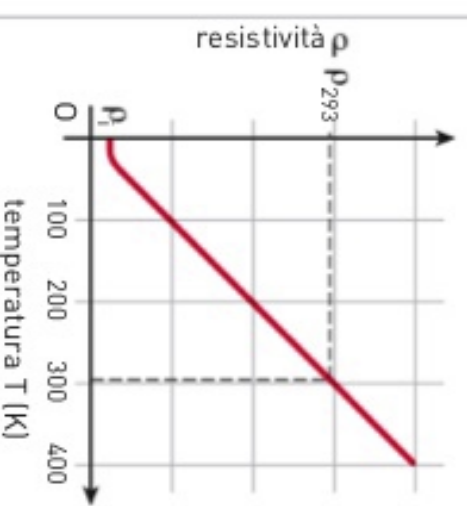


FIGURA 11



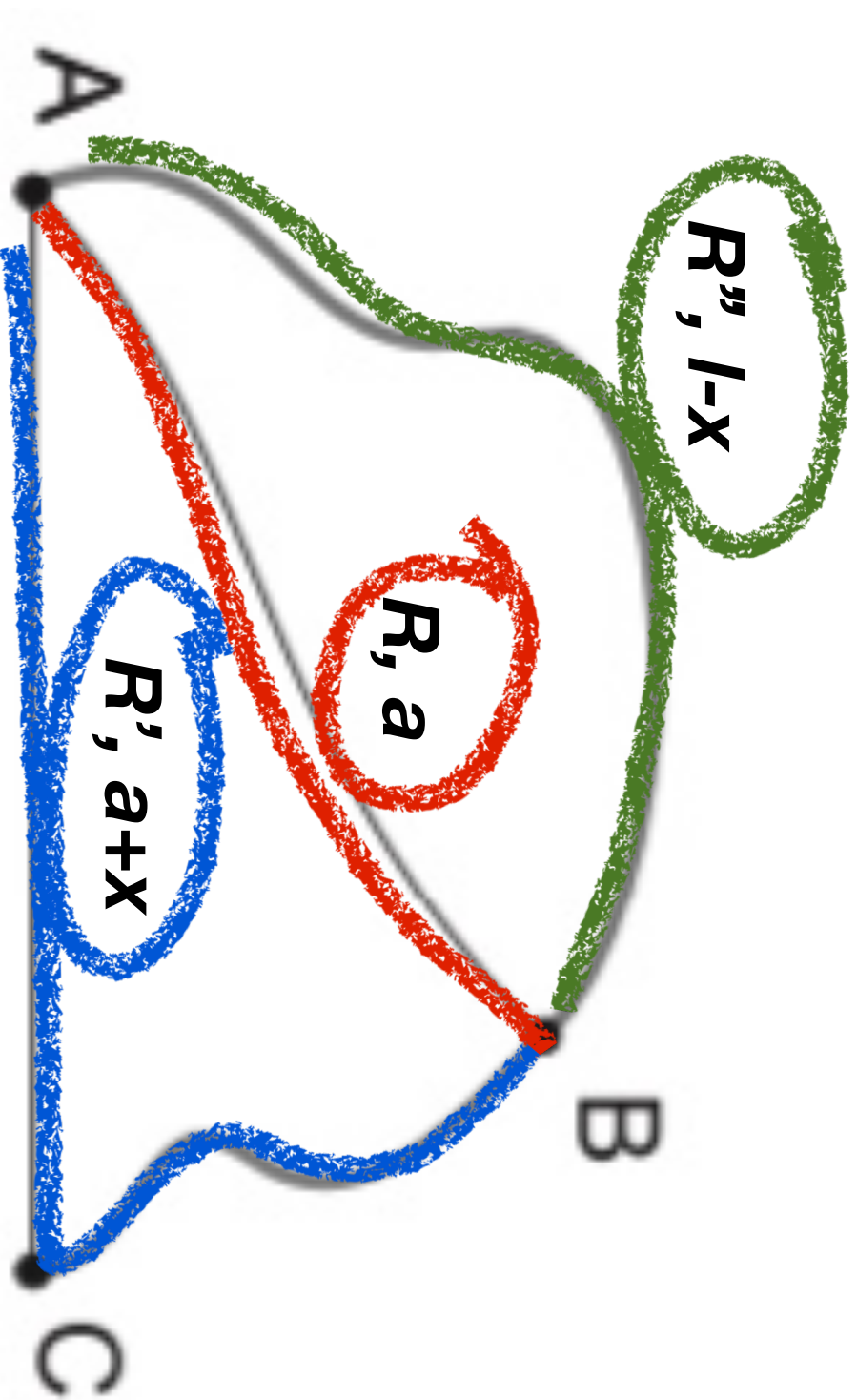
9

Tre fili elettrici, AB e AC, di lunghezza a , e ABC di lunghezza $\ell > a$ sono collegati come mostrato in figura. Il punto B può trovarsi in una qualsiasi posizione, lungo il terzo filo, tra A e C. I fili hanno la stessa sezione e sono fatti dello stesso materiale.

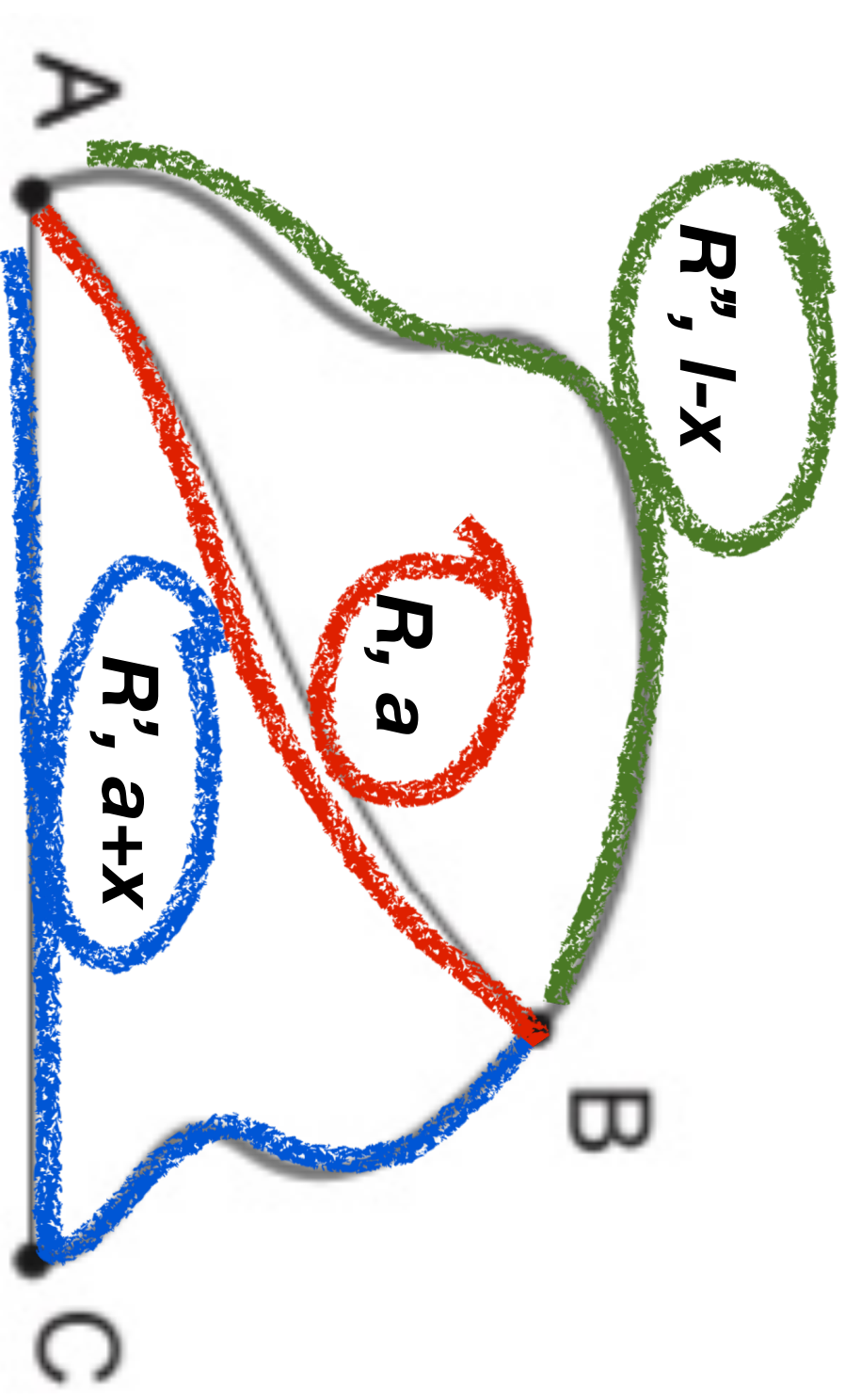
- Quale deve essere la lunghezza x del tratto BC del filo per ottenere la resistenza massima tra A e B?



$$BC = X$$



$$BC = x$$



$$\frac{1}{R_{Ab}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''}$$

$$R' = R \cdot \frac{a+x}{a} \quad R'' = R \cdot \frac{l-x}{a}$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{a}{R(a+x)} + \frac{a}{R(\ell-x)}$$

Sommando si ottiene

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} \left[1 + \frac{a(\ell+a)}{(a+x)(\ell-x)} \right]$$

R_{AB} è massima quando è massimo il prodotto $(\ell - x)(a + x) = \ell a + x(\ell - a) - x^2$

$$x = (\ell - a)/2.$$

La potenza elettrica

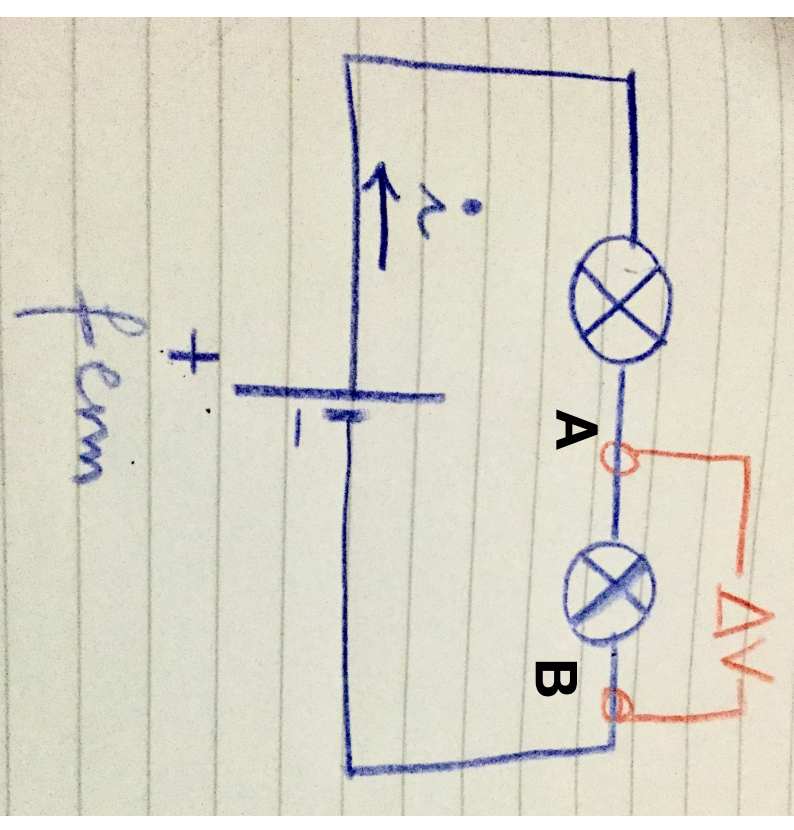
$$i \equiv \frac{q}{\Delta t}$$

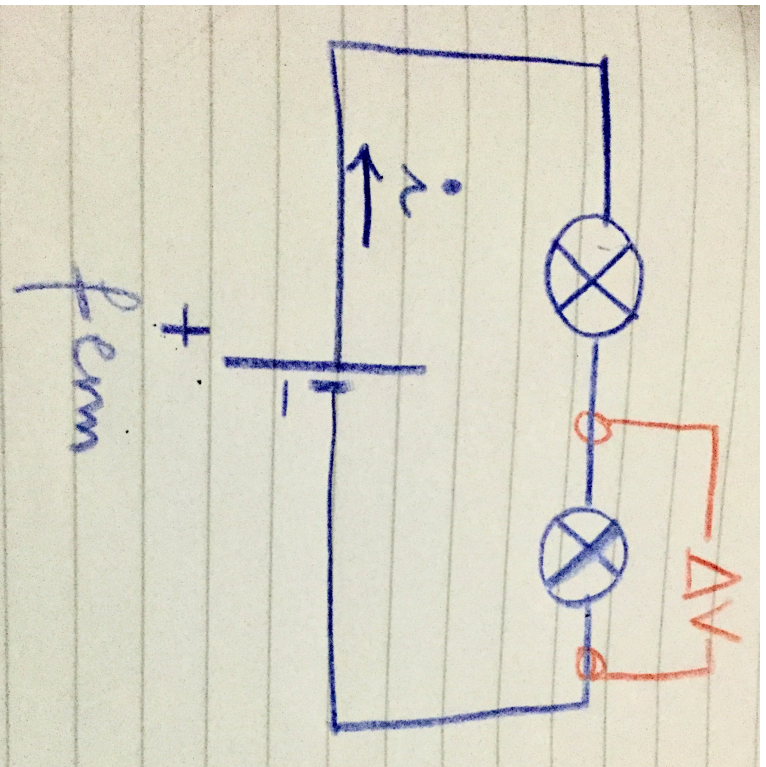
Quando una carica q si sposta da un punto all'altro, tra i quali esiste una differenza di potenziale ($V_A - V_B$), il lavoro fatto dal campo elettrico è

$$W = q(V_A - V_B) = i\Delta t(V_A - V_B).$$

La potenza P è definita come il rapporto tra il lavoro compiuto e il tempo impiegato. Troviamo quindi

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{i\Delta t(V_A - V_B)}{\Delta t} = i(V_A - V_B).$$





Quindi del tutto in generale,
nel circuito un dispositivo
dissipa la seguente energia:

$$P = i \cdot \Delta V \quad (W)$$

Se il dispositivo è una resistenza: $P = Ri^2 = \frac{(\Delta V)^2}{R}$

Mentre la potenza erogata dal generatore:

$$P = i \cdot fem$$



In un bagno d'olio (2 kg di olio) è inserito un riscaldatore elettrico ai cui capi è applicata una differenza di potenziale di 24 V, facendo aumentare la temperatura dell'olio di 1°C in 4 minuti.

- Qual è la resistenza elettrica del riscaldatore?

Il calore specifico dell'olio è $1.8 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

L'energia richiesta per scaldare l'olio è:

$$cm\Delta T$$

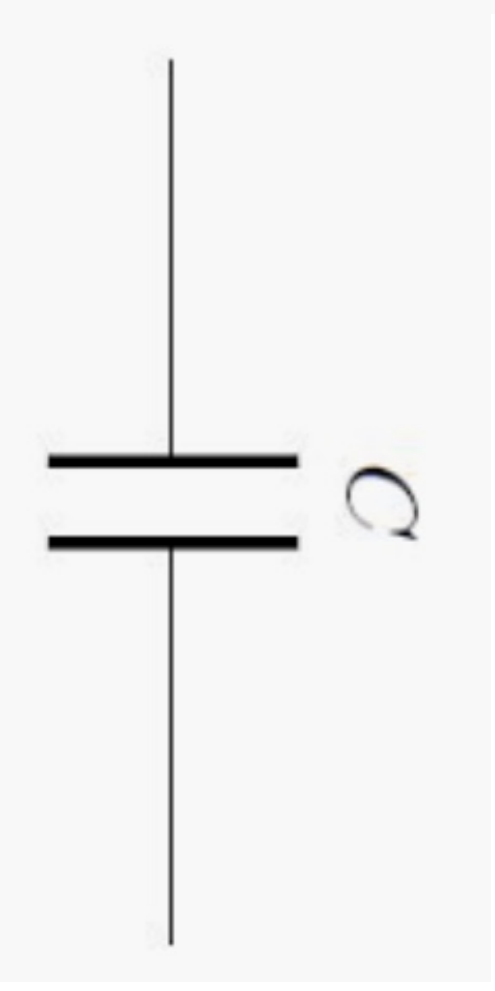
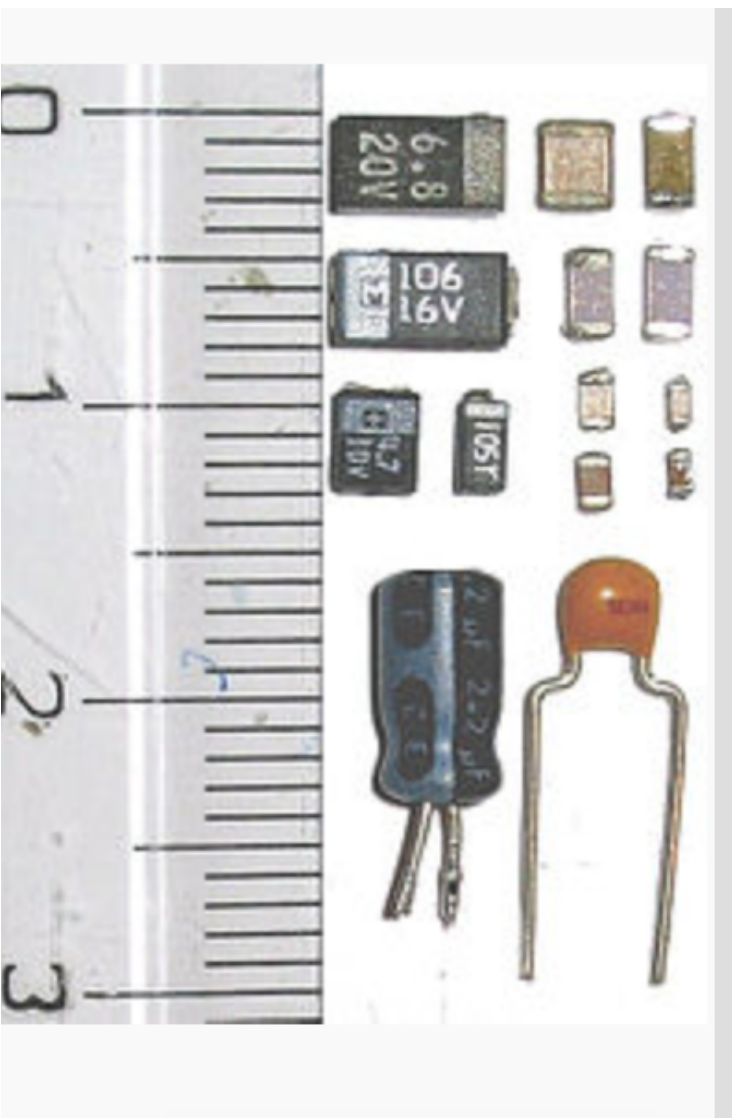
mentre l'energia dissipata per effetto Joule dal resistore è:

$$\frac{(\Delta V)^2}{R} \cdot \Delta t$$

uguagliando si trova R.

$R = 38,4 \text{ Q}$

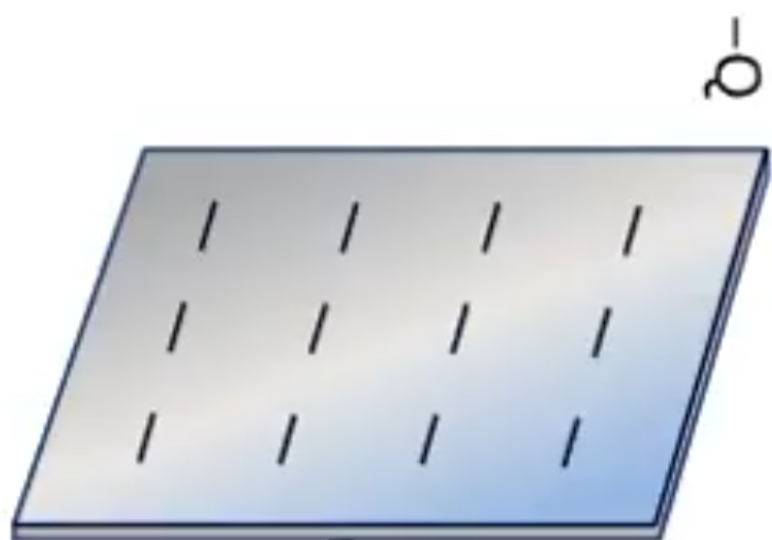
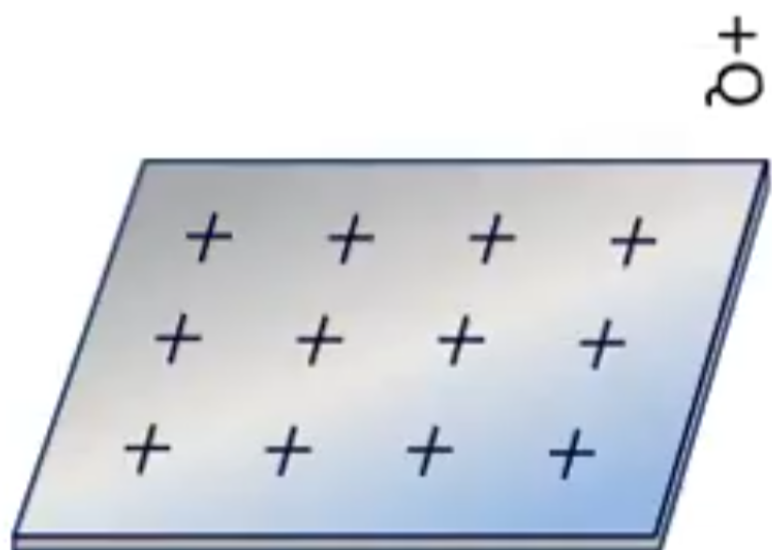
Condensatori



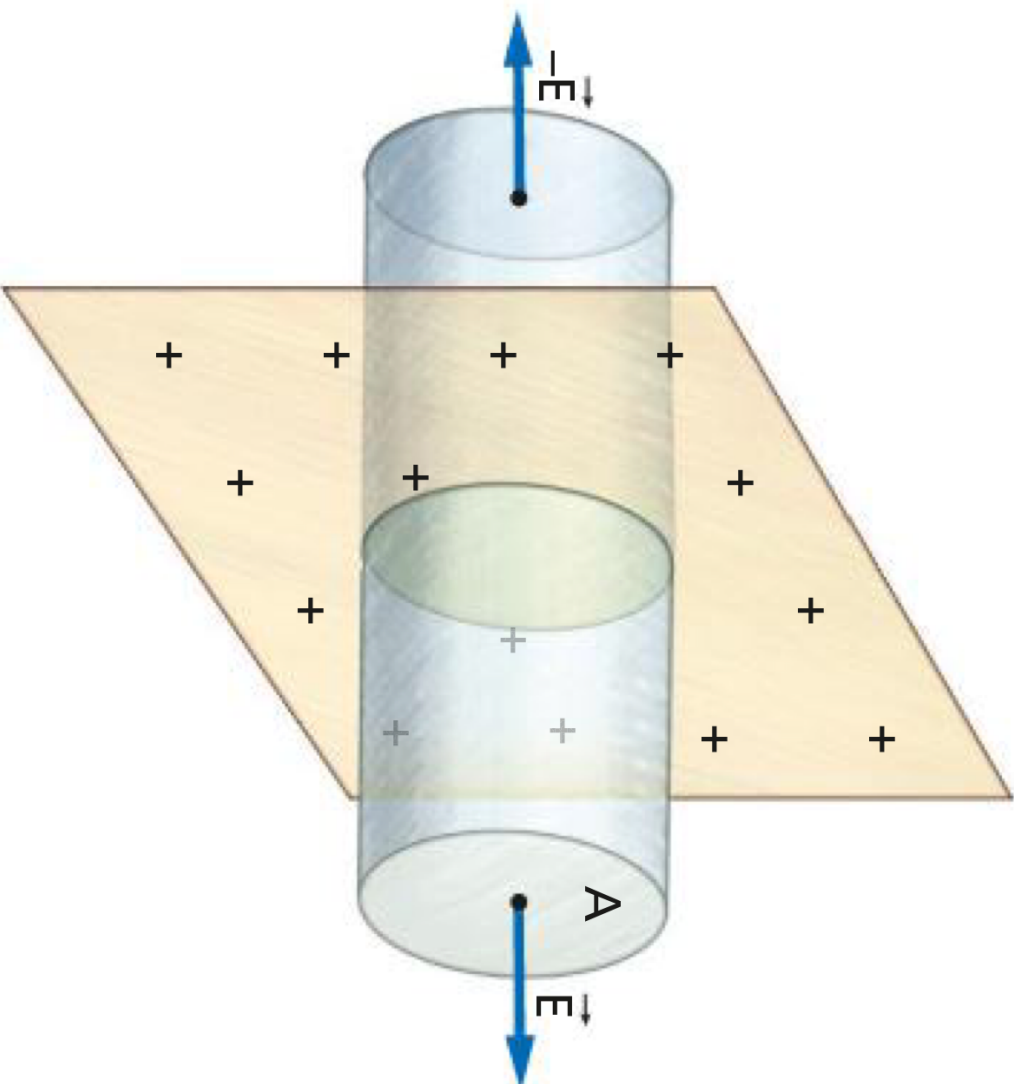
È un componente che ha molteplici applicazioni.

In particolare, è in grado di immagazzinare energia elettrica e rilasciarla quando serve: flash, defibrillatore ...

Ci concentriamo sul condensatore PIANO: consiste in due piastre conduttrici, piane e parallele, dette armature, vicine ma isolate tra di loro. Su un'armatura è presente una carica $+Q$, e sull'altra è presente una carica $-Q$.



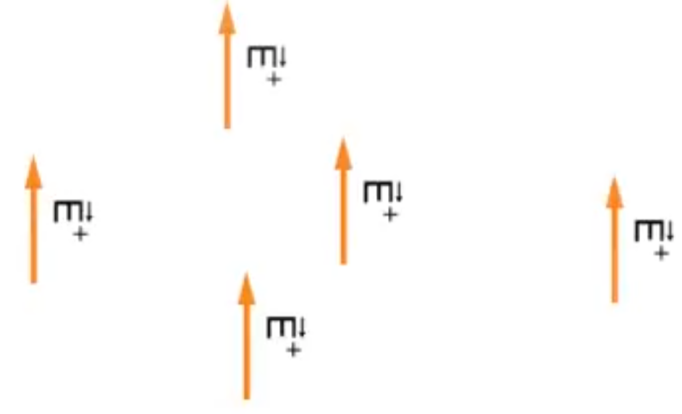
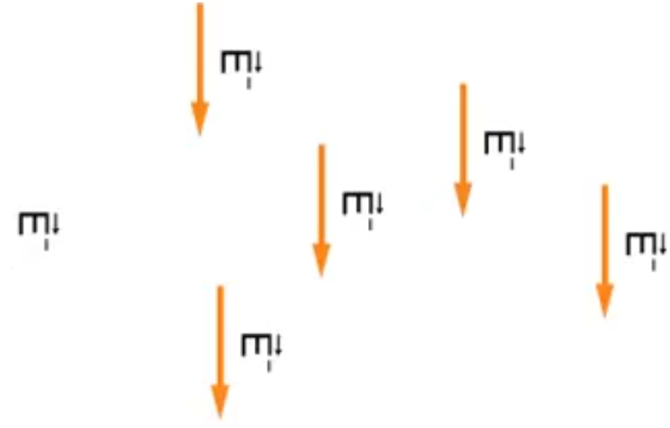
simmetria

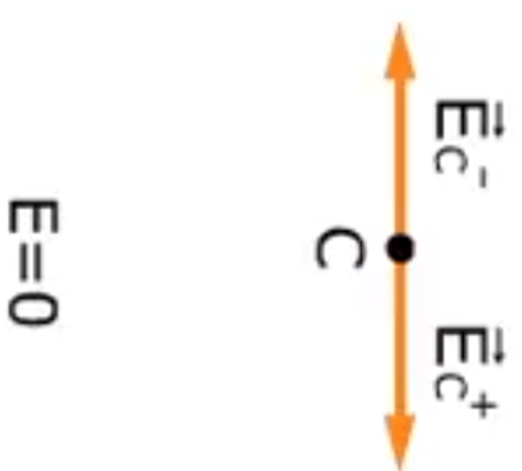
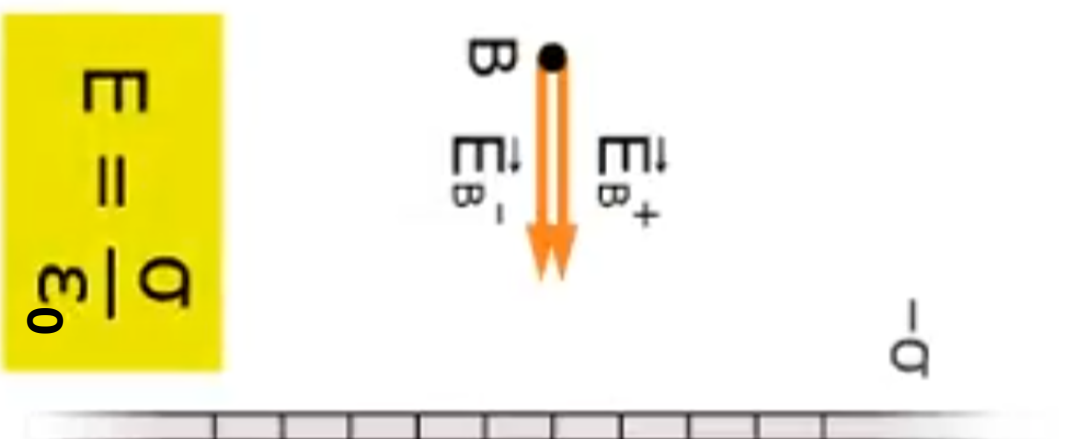
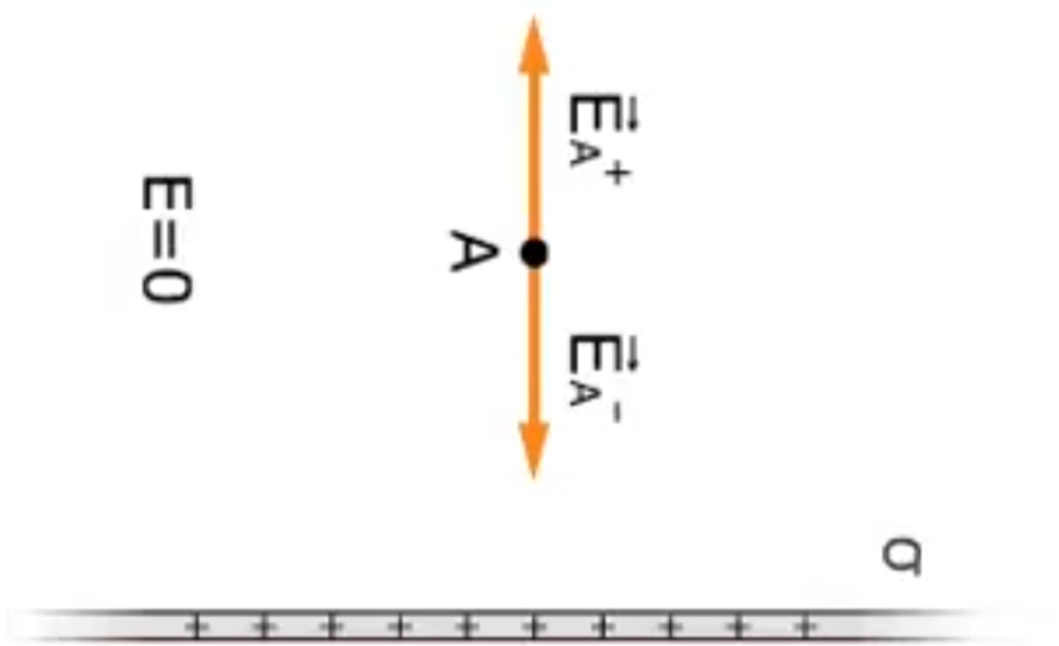


$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

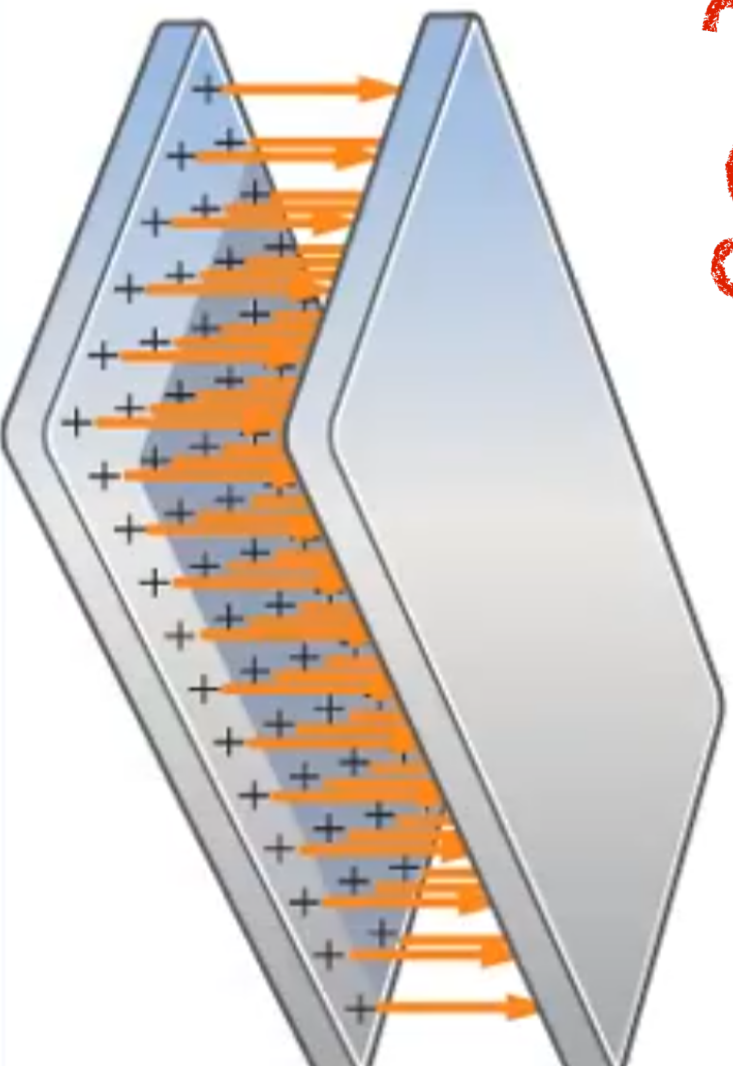
$$2EA = \sigma \frac{A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$





$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_r \cdot \mathcal{E}_0$$



$$E(\text{condensatore piano}) = 2E(\text{piano di carica}) = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

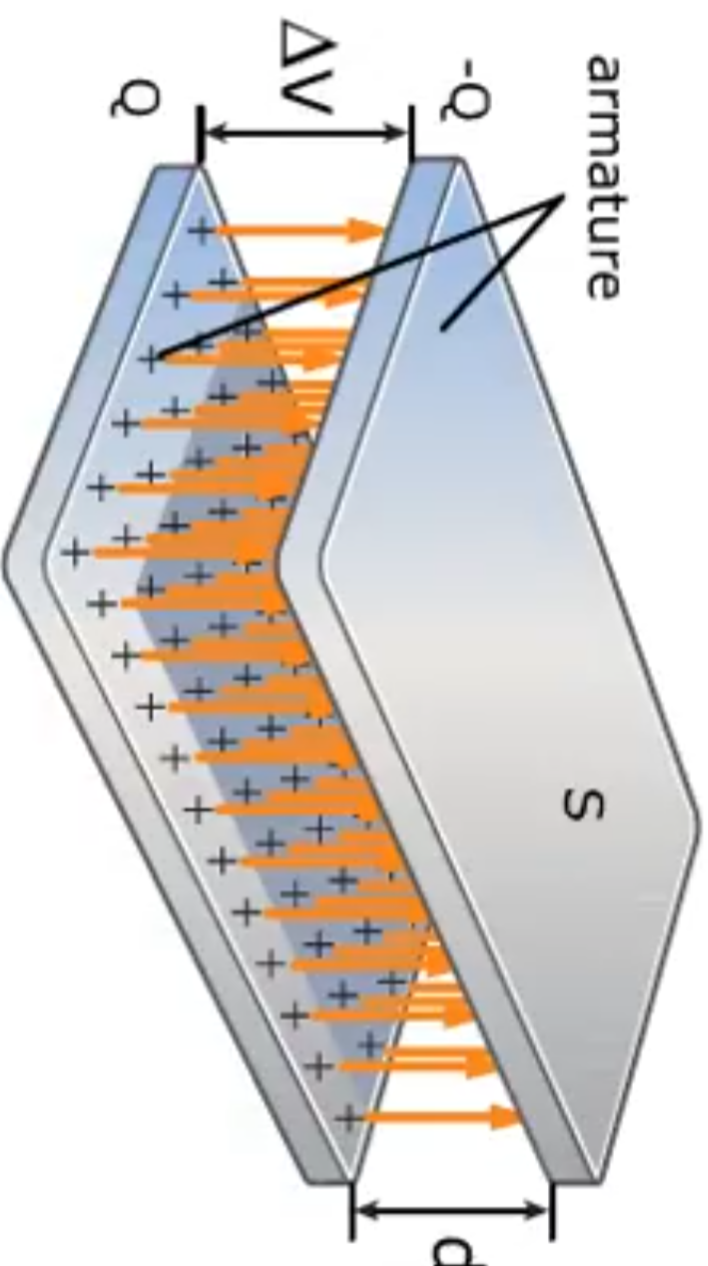
All'**esterno** di un condensatore piano e infinito il campo elettrico è **nullo**, mentre all'interno è **uniforme**, **ortogonale** alle armature e diretto da quella positiva a quella negativa.

Capacità

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Farad, F

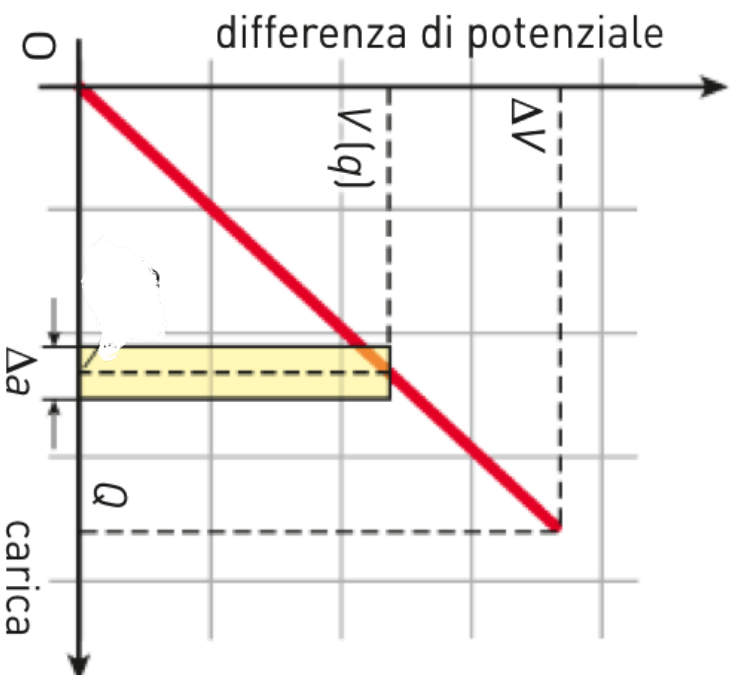
capacità del condensatore



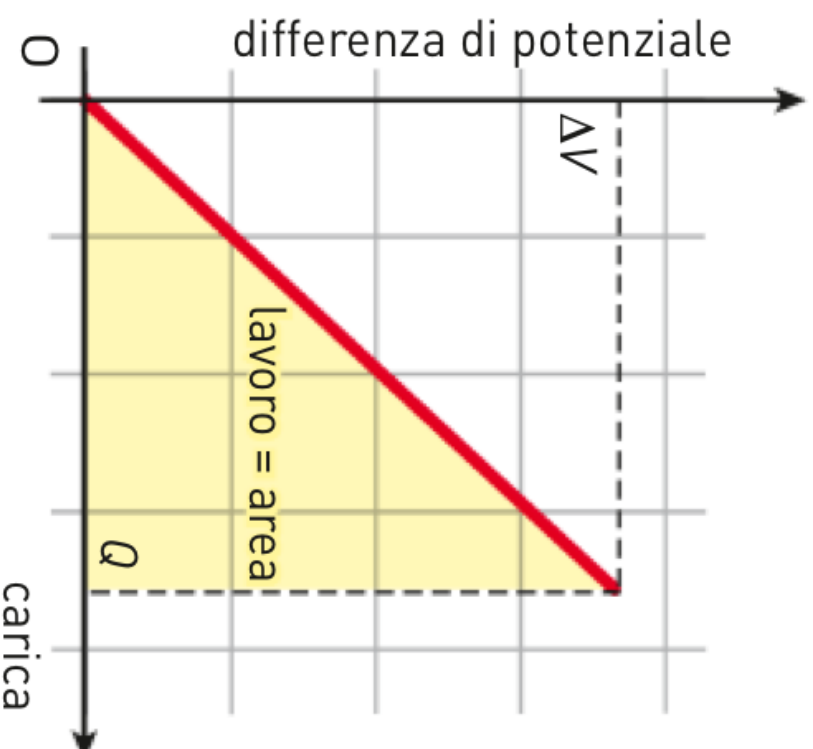
$$\Delta V = E d = \frac{\sigma}{\epsilon} d = \frac{Q d}{S \epsilon}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = Q \frac{S \epsilon}{Q d} = \epsilon \frac{S}{d}$$

Energia immagazzinata



$$\Delta L = \Delta q \cdot V(q)$$



$$L = W = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} C \cdot (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Quesito



(Gara di 2° livello – 24 Febbraio 1995)

Un condensatore a facce piane parallele in aria, di capacità $C = 300 \text{ pF}$, è isolato, carico e la d.d.p. fra le sue armature è di 300 V .

Quanto lavoro è necessario per raddoppiare la distanza fra le sue armature?

Prima

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$Q$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C}$$

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V$$

Dopo

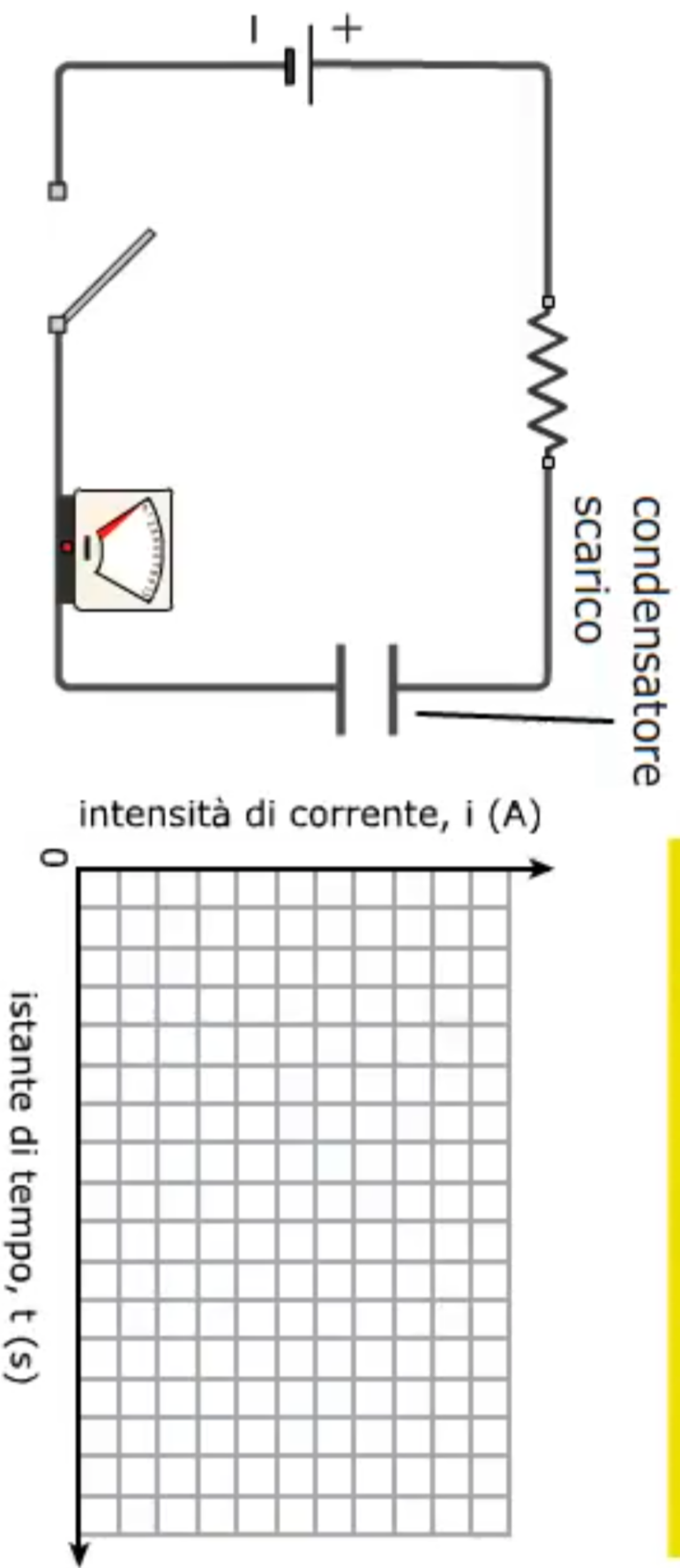
$$C' = \epsilon_0 \frac{S}{2d} = \frac{C}{2}$$

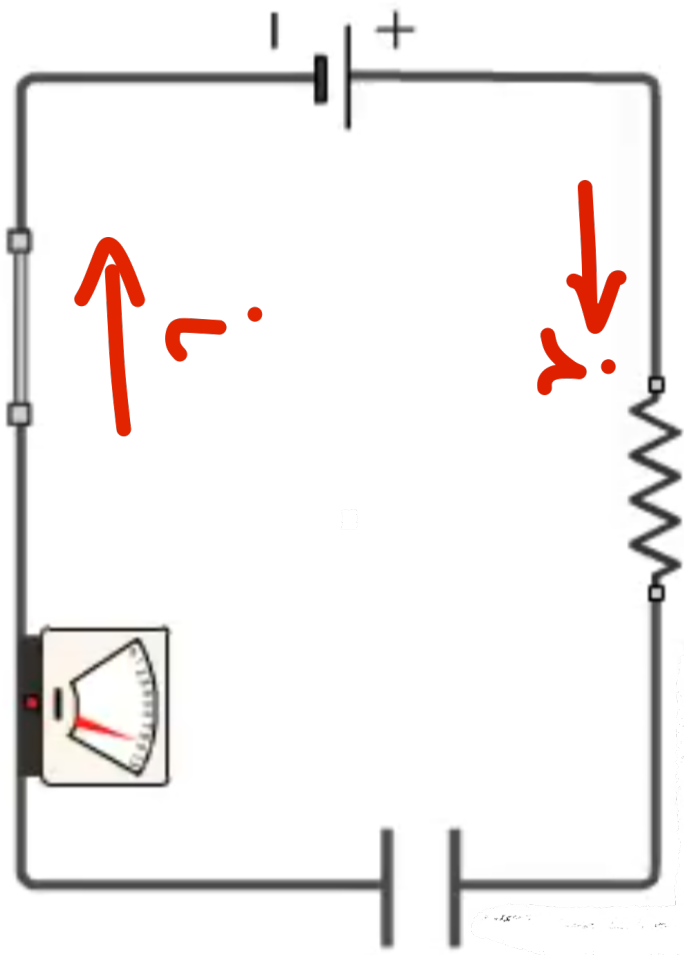
$$Q' = Q$$

$$\Delta V' = \frac{Q}{C'} = 2\Delta V$$

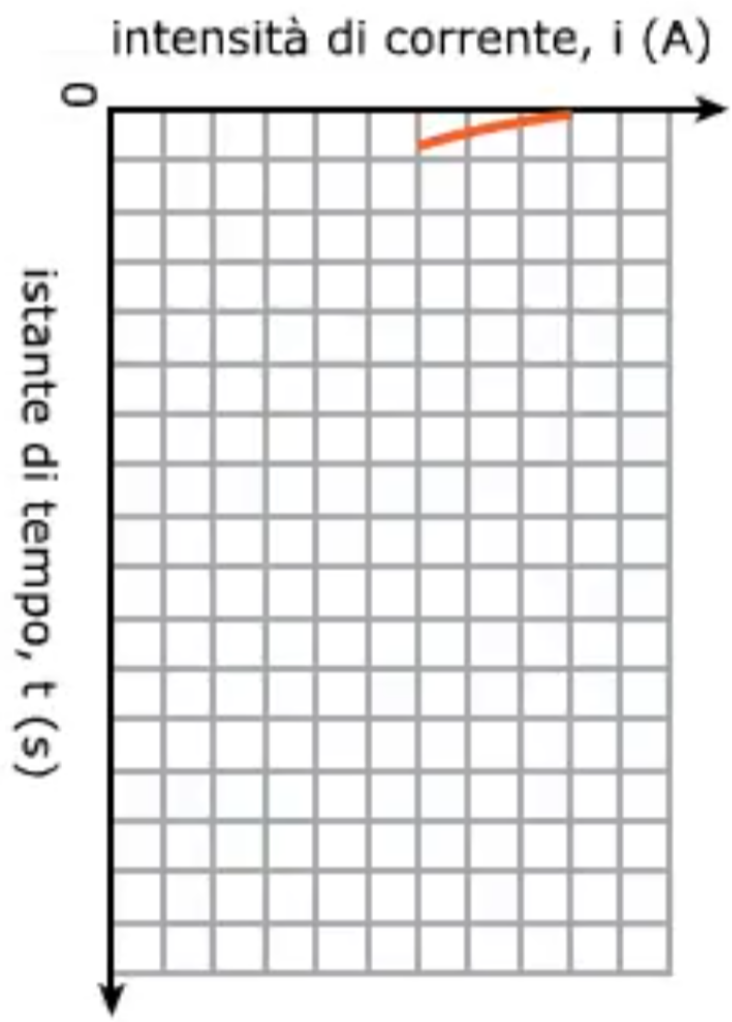
$$W' = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V' = 2W$$

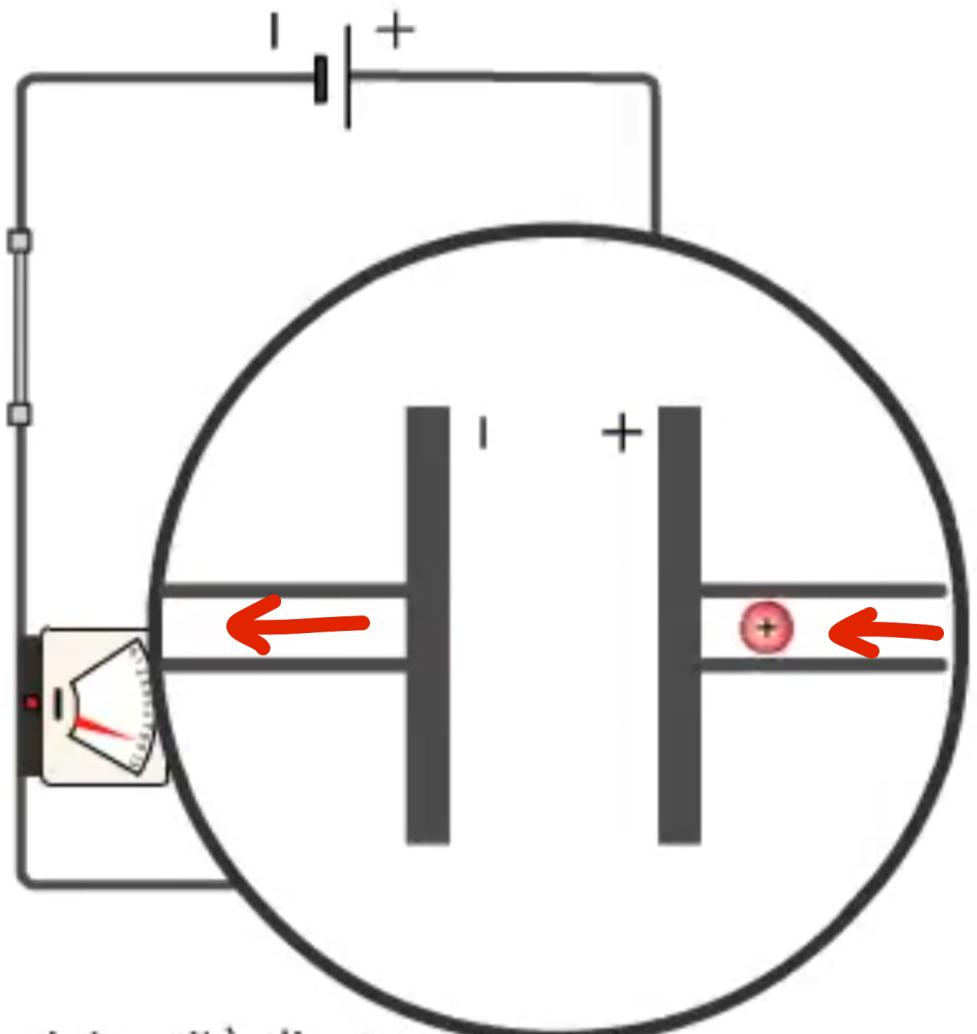
Carica del condensatore



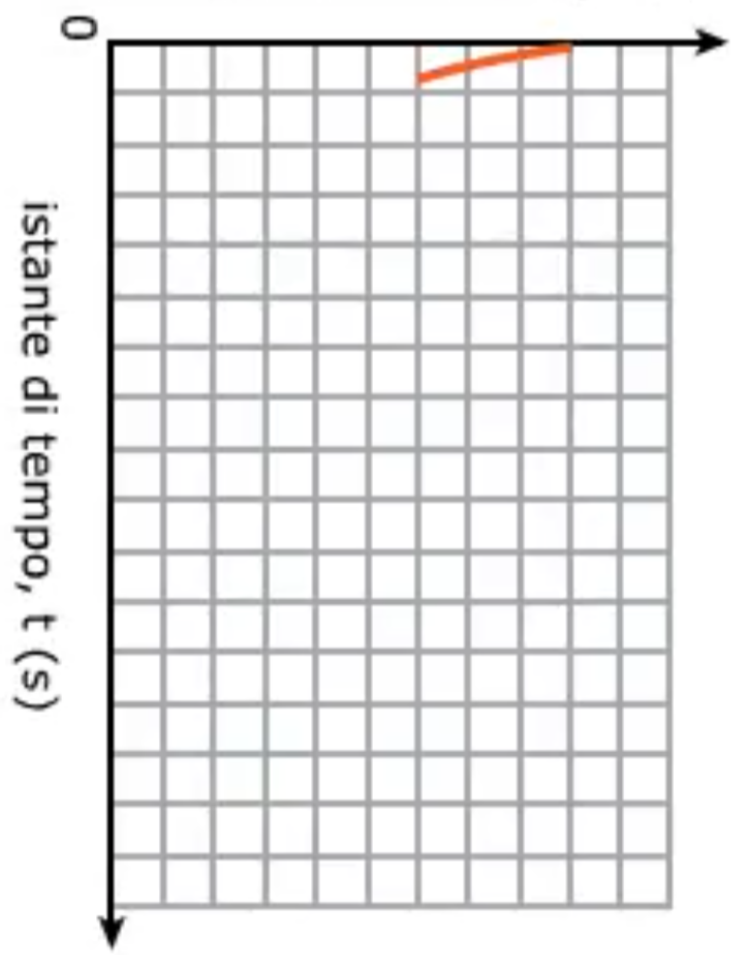


$t = 0$, chiusura dell'interruttore



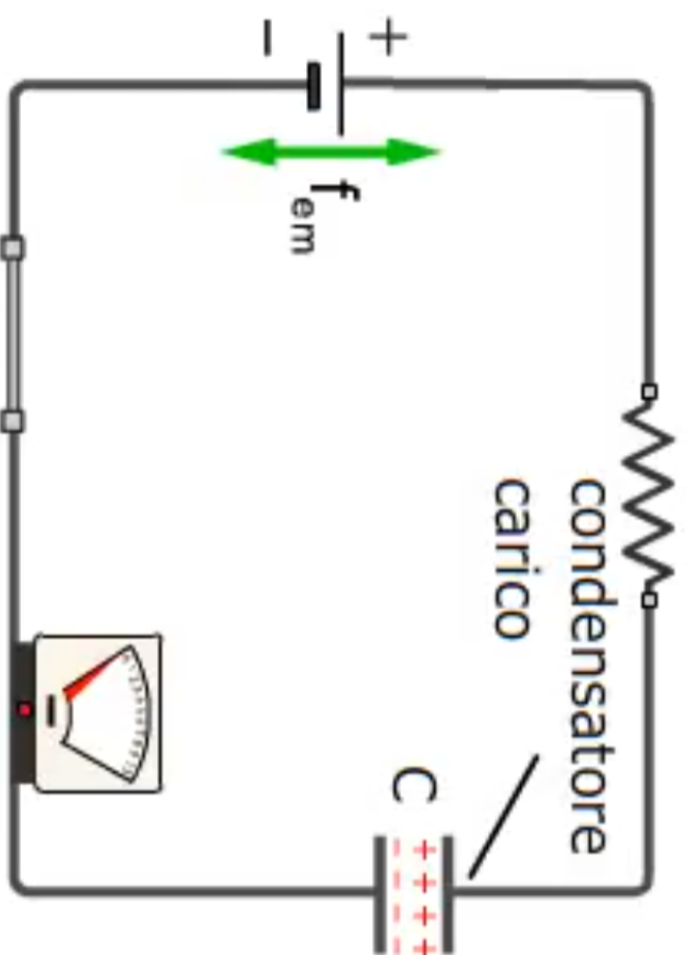


intensità di corrente, I (A)



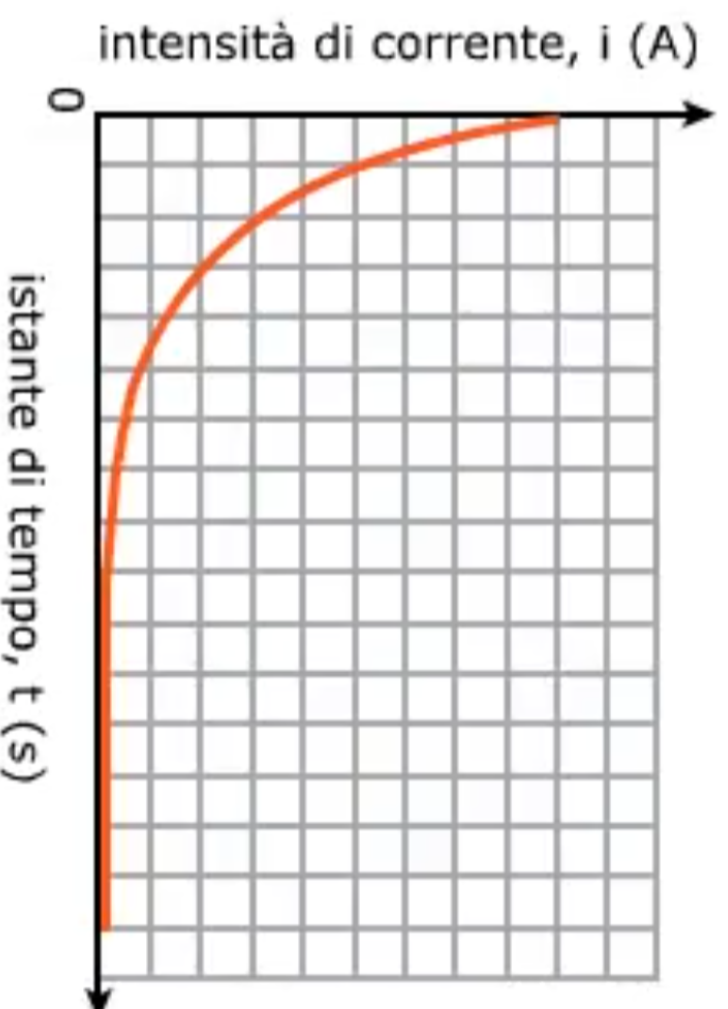
$t = 0$, chiusura dell'interruttore

Nelle applicazioni pratiche, il processo di carica di un condensatore si considera terminato dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 5 RC$.



$$Q = C f_{em}$$

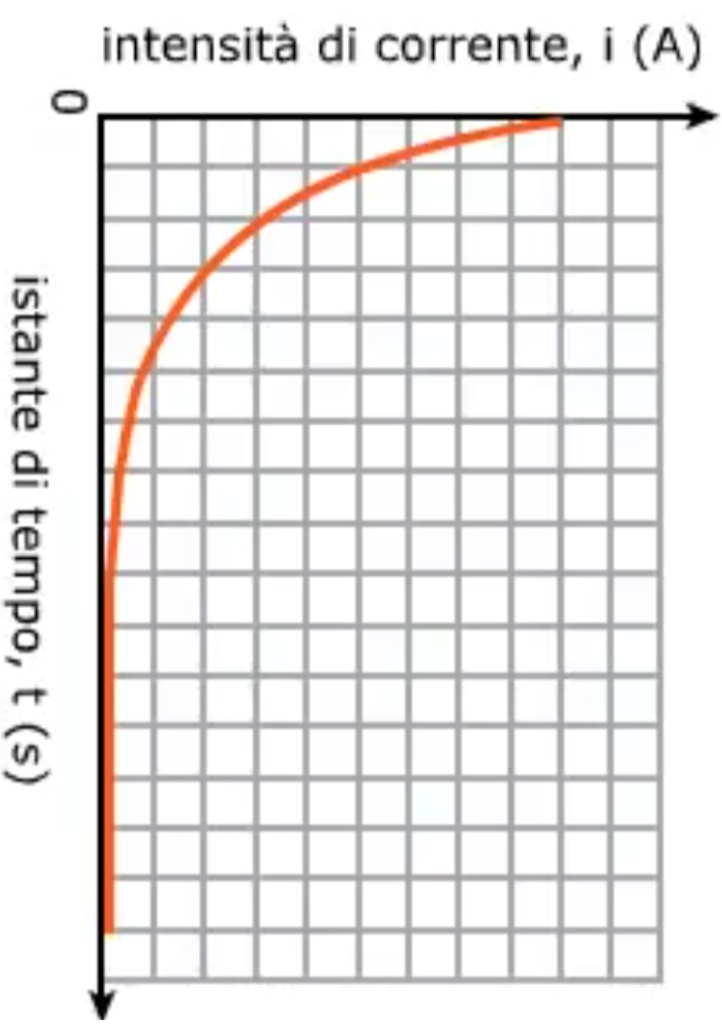
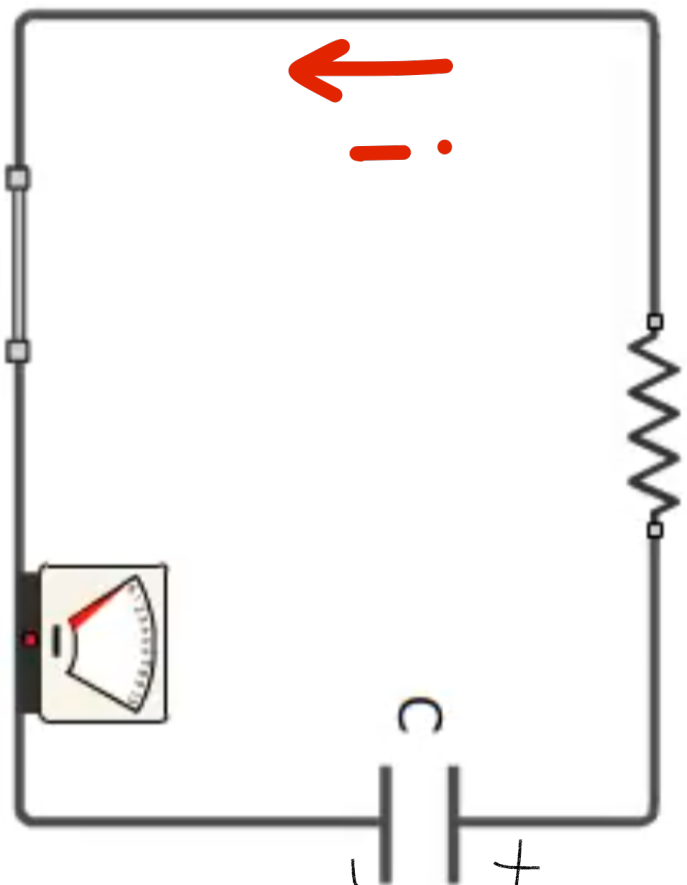
carica sul condensatore



$$i(t) = \frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

corrente di carica
del condensatore

Scarica del condensatore



$$i(t) = -\frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

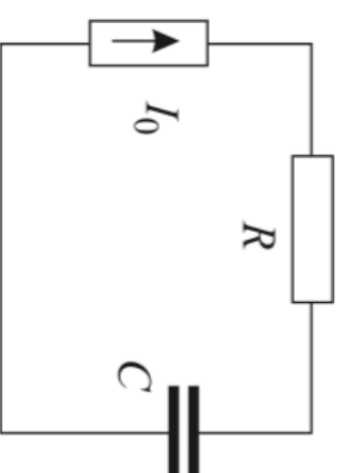
corrente di scarica
del condensatore



5

Nel circuito in figura un condensatore, che al tempo $t = 0$ è scarico, viene caricato mediante un generatore che fornisce una corrente costante nel tempo, con intensità $I_0 = 0.02$ mA. In 30 s la d.d.p. ai capi del condensatore aumenta da 0 a 12 V.

- Determinare la capacità del condensatore.



$$Q = I_0 \cdot \Delta t$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{I_0 \cdot \Delta t}{\Delta V} = 50 \mu\text{F}$$

Q8

Un condensatore di capacità 1 mF è caricato con una carica di $15\text{ }\mu\text{C}$.

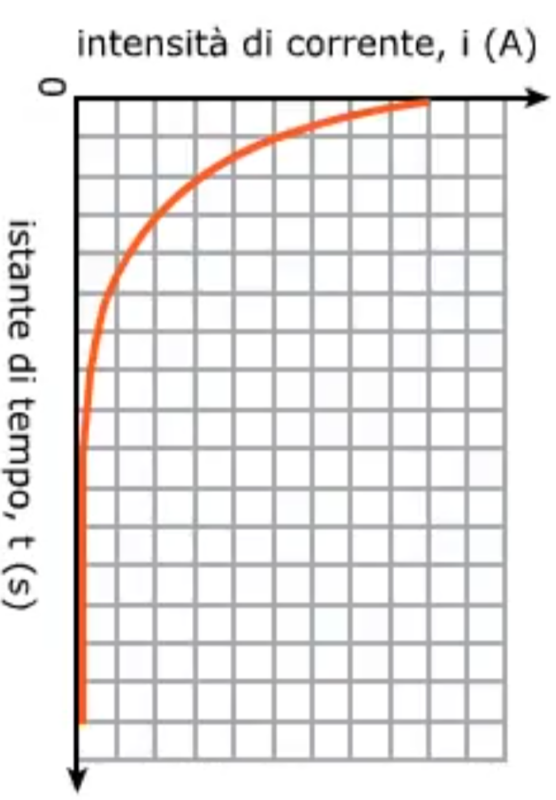
- Calcolare la massima corrente che si ha quando viene connesso ad un resistore di $25\text{ }\Omega$.

Condensatore carico

$$\Delta V = \frac{Q}{C}$$

Corrente di scarica:

$$i(t) = \frac{\Delta V}{R} e^{-t/RC}$$

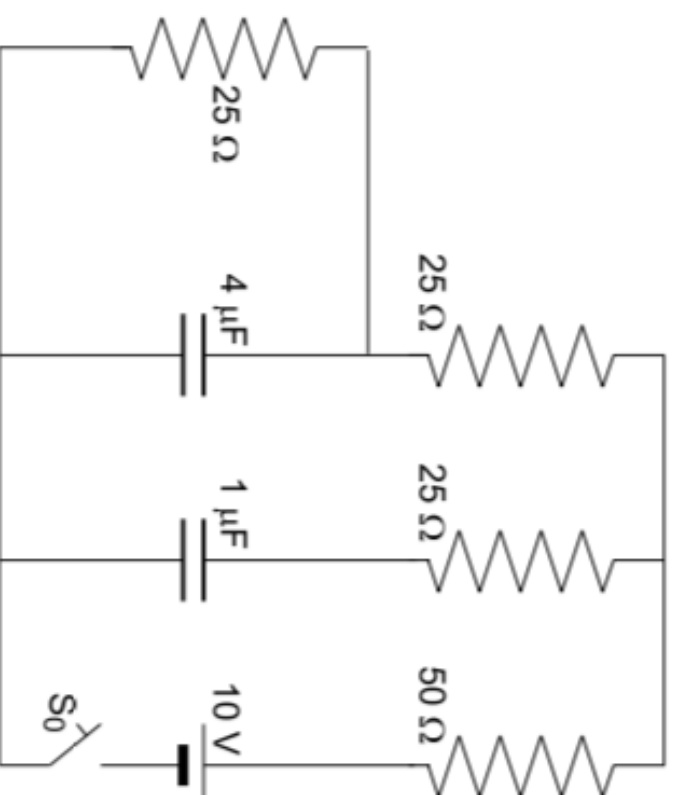


$$i_{max} = i(0) = \frac{\Delta V}{R} = \frac{Q}{CR}$$

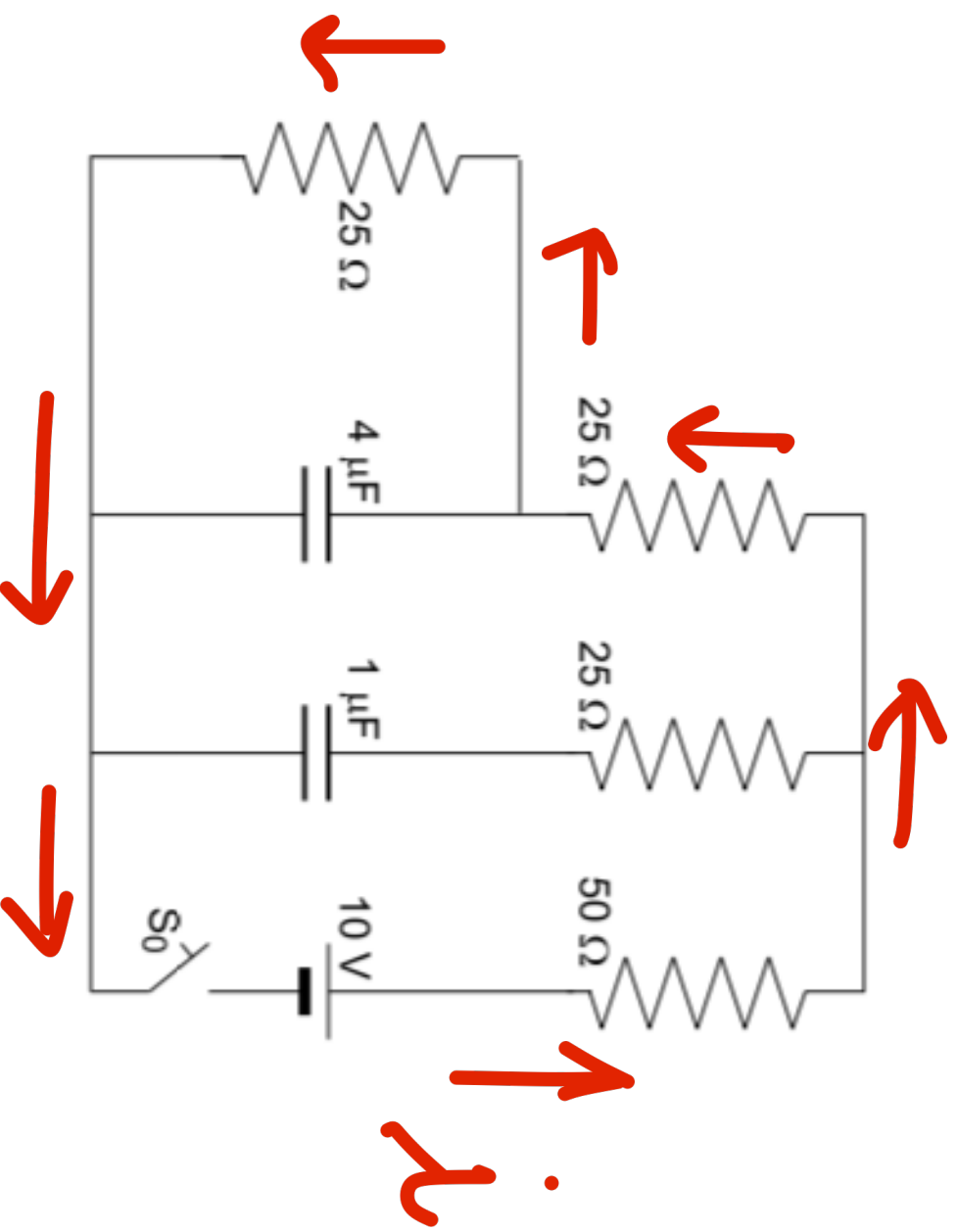
$$i_{max} = 0,6 \text{ mA}$$



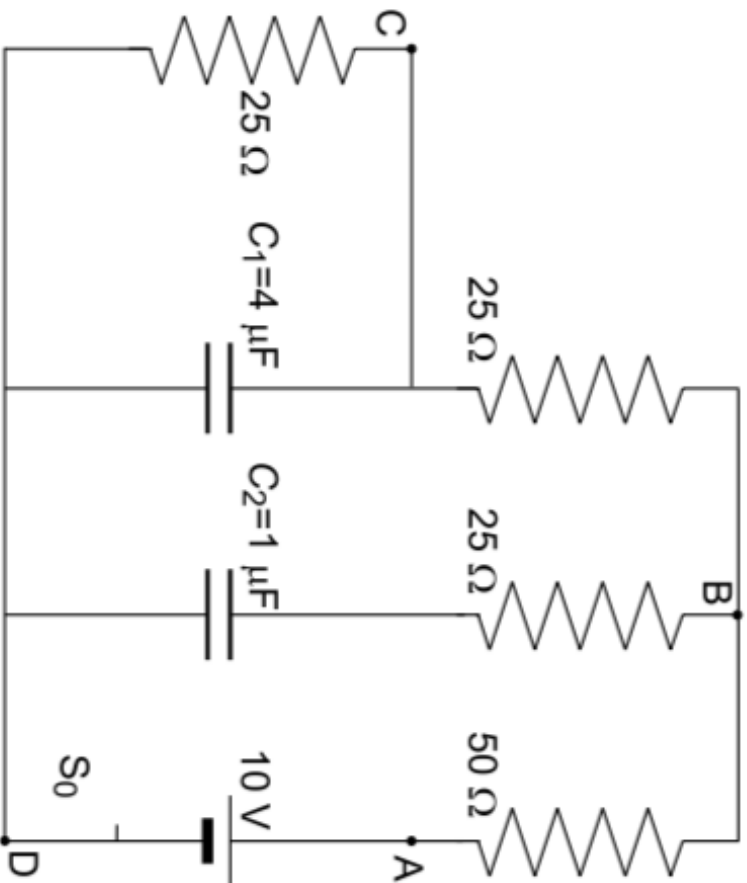
Nel circuito elettrico mostrato in figura inizialmente l'interruttore S_0 è aperto ed i condensatori scarichi.



- L'interruttore S_0 viene chiuso.
- Dopo un tempo molto lungo quanto vale la carica su ciascun condensatore?

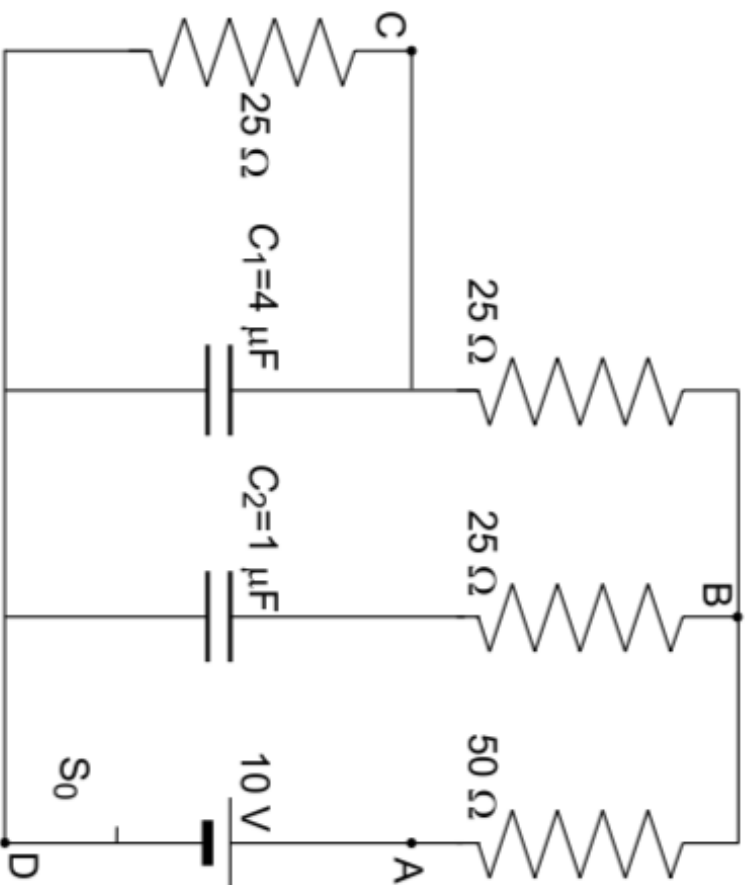


$$i = \frac{10 \text{ V}}{(50 + 25 + 25) \Omega} = 0,1 \text{ A}$$



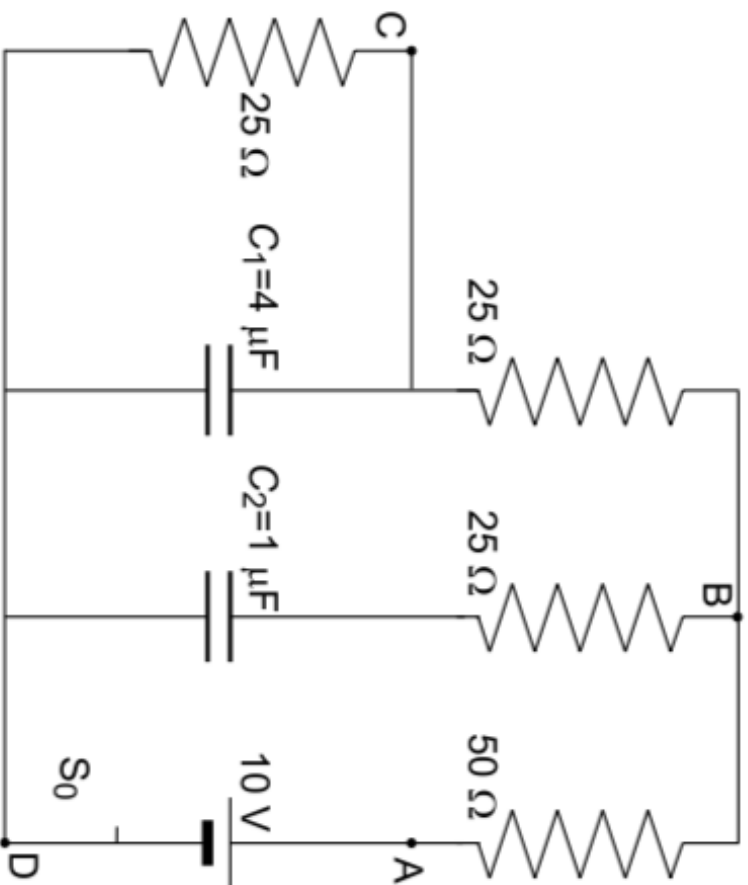
$$10 \text{ V} = \Delta V_{AB} + \Delta V_{BC} + \Delta V_{CD}$$

$$\Delta V_{BD} = 10 \text{ V} - \Delta V_{AB} = 10 \text{ V} - i \cdot 50\Omega = 5 \text{ V}$$



$$\Delta V_{BD} = 5\ \text{V}$$

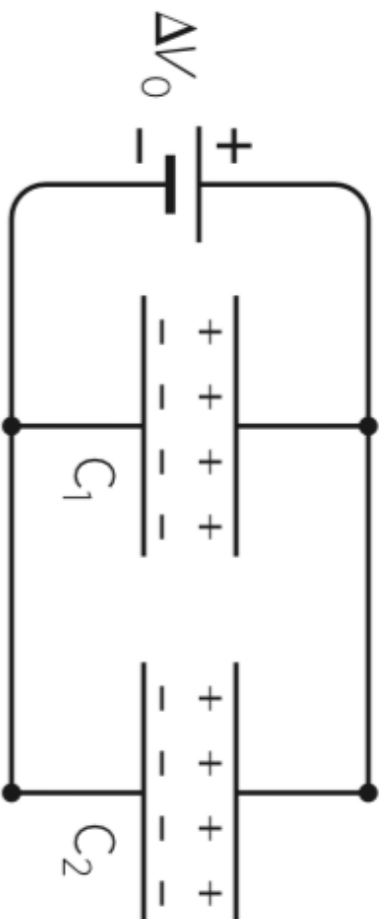
$$Q_2 = C_2 \times 5\ \text{V} = 1 \times 10^{-6}\ \text{F} \times 5\ \text{V} = 1 \times 10^{-6}\ \text{C}$$



$$\Delta V_{CD} = 2,5 \text{ V}$$

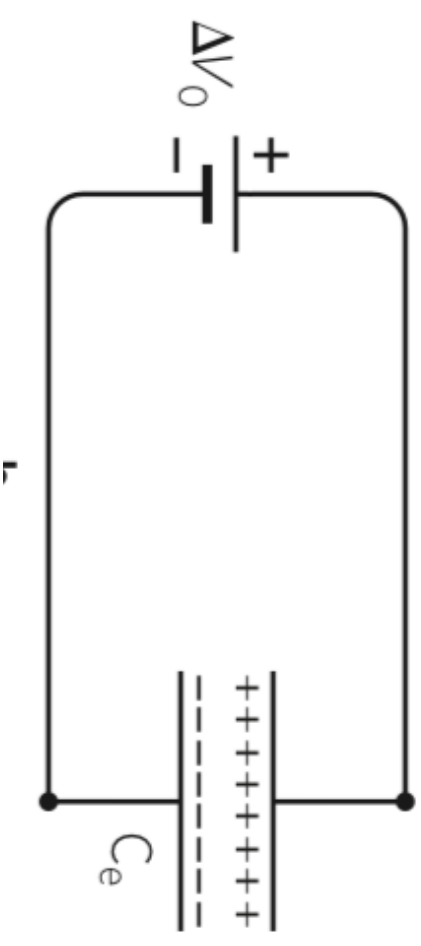
$$Q_1 = C_1 \times 2,5 \text{ V} = 4 \times 10^{-6} \text{ F} \times 2,5 \text{ V} = 10 \mu\text{C}$$

Condensatori in parallelo



$$Q_1 = C_1 \Delta V_0$$

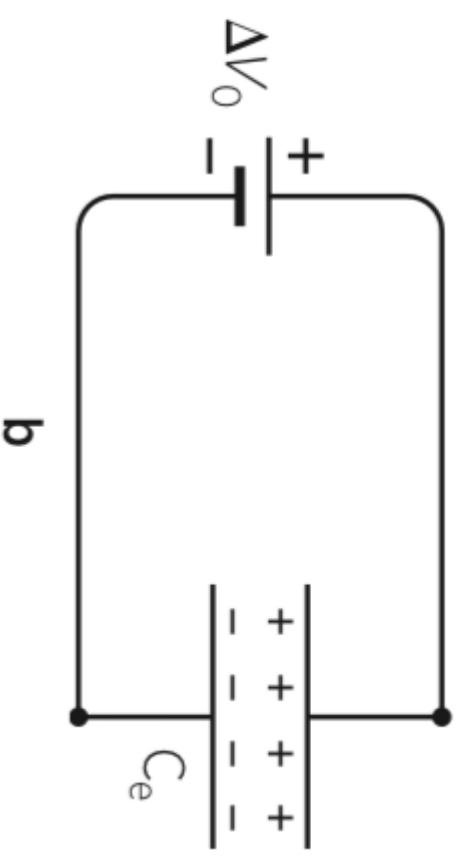
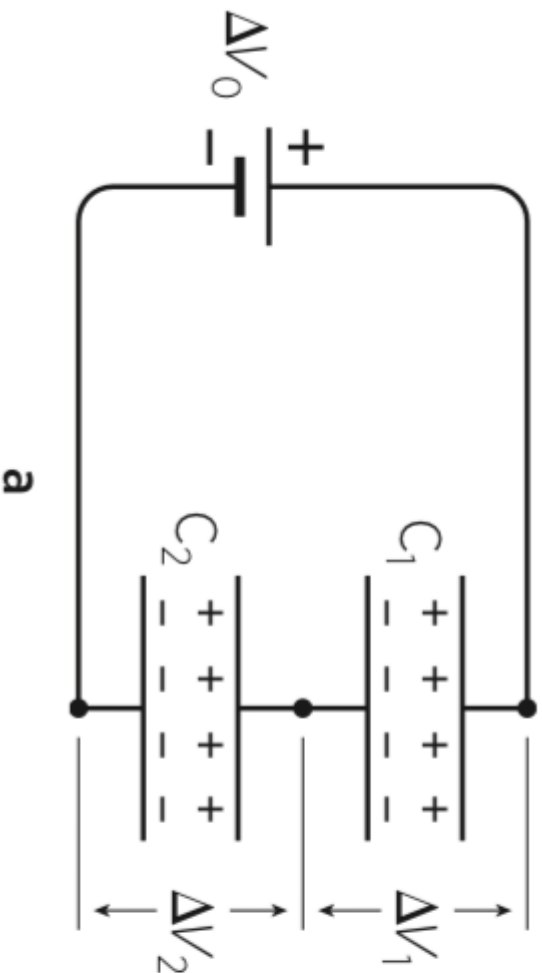
$$Q_2 = C_2 \Delta V_0$$



$$C_e = \frac{Q}{\Delta V_0} = \frac{(Q_1 + Q_2)}{\Delta V_0} = \frac{(C_1 + C_2)\Delta V_0}{\Delta V_0} = C_1 + C_2$$

Condensatori in serie

$$\Delta V_0 = \Delta V_1 + \Delta V_2$$



$$C_e = \frac{Q}{(\Delta V_1 + \Delta V_2)}$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{\Delta V_0}{Q} = \frac{(\Delta V_1 + \Delta V_2)}{Q} = \frac{\Delta V_1}{Q} + \frac{\Delta V_2}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

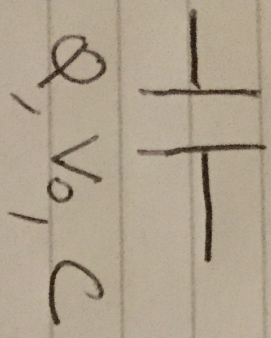


uesito 3

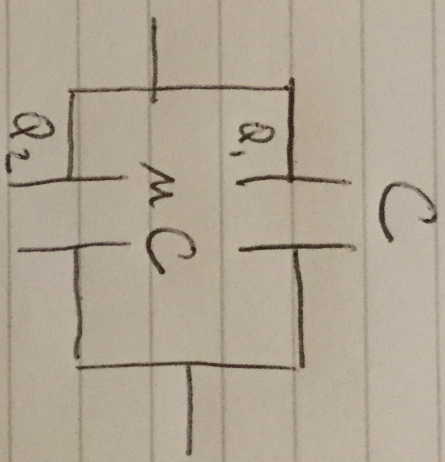
Un condensatore di capacità elettrica C è caricato ad una differenza di potenziale V_0 e successivamente isolato. Un secondo condensatore, inizialmente scarico e di capacità elettrica nC , viene collegato in parallelo al primo.

- Indicata con $V' = V_0/7$ la differenza di potenziale elettrico presente ai capi dei due condensatori così collegati, quanto vale n ?

PRIMA



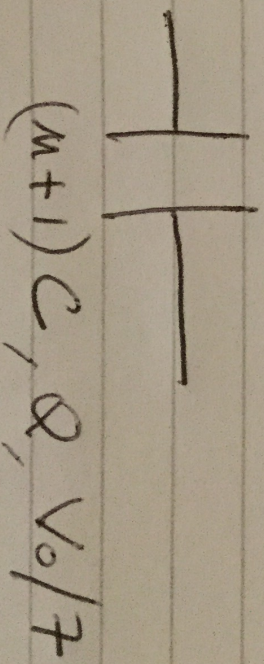
DOPO



$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$V_0/7$$

equivalente a



$$Q = CV_0 = C'V' \Rightarrow CV_0 = (n+1)C \frac{V_0}{7} \Rightarrow n = 6.$$

