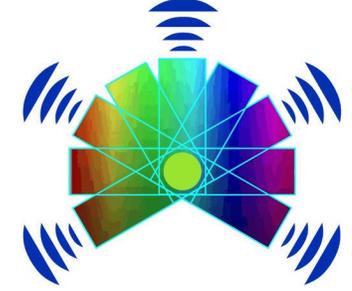




Associazione per
l'Insegnamento
della Fisica

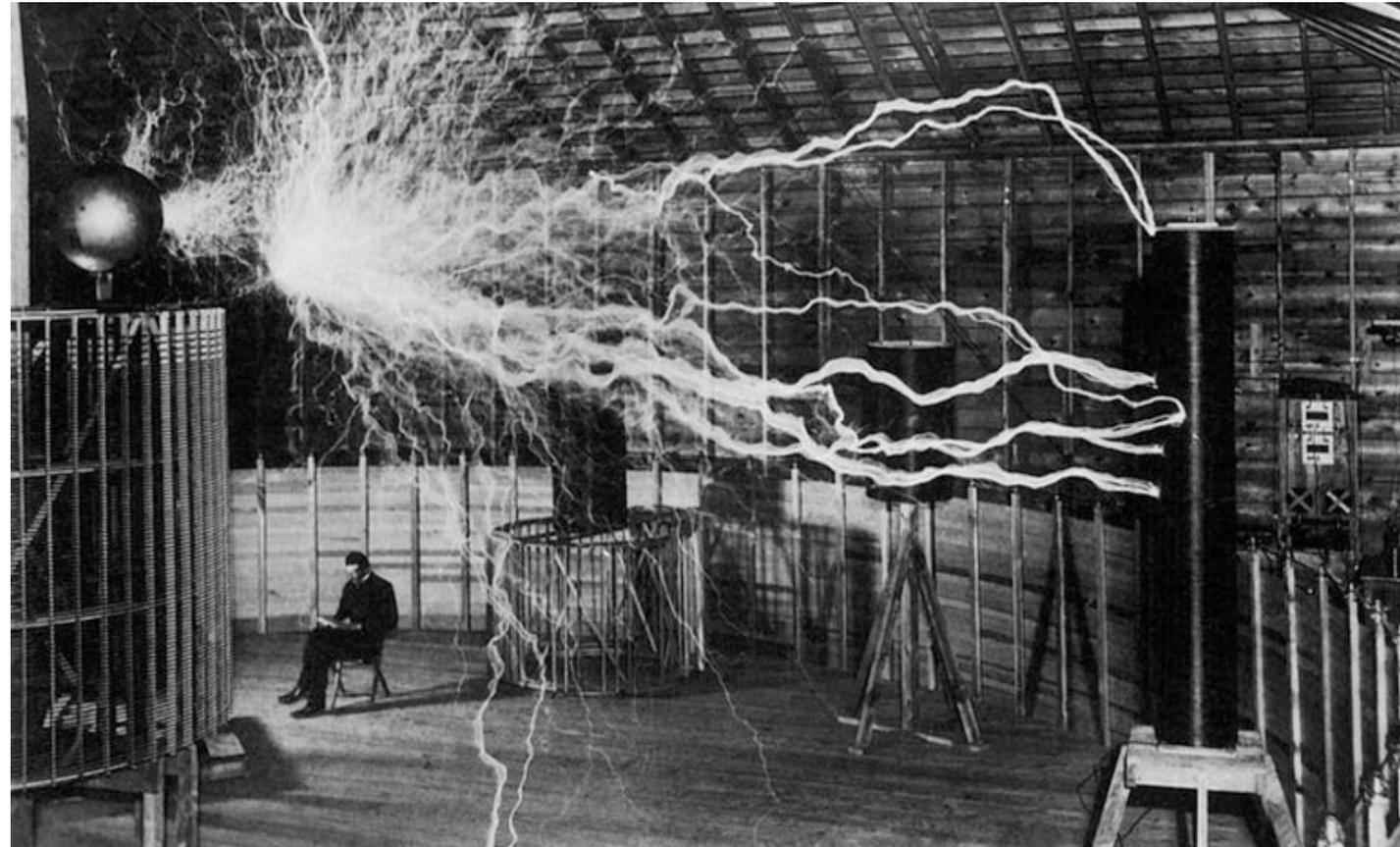
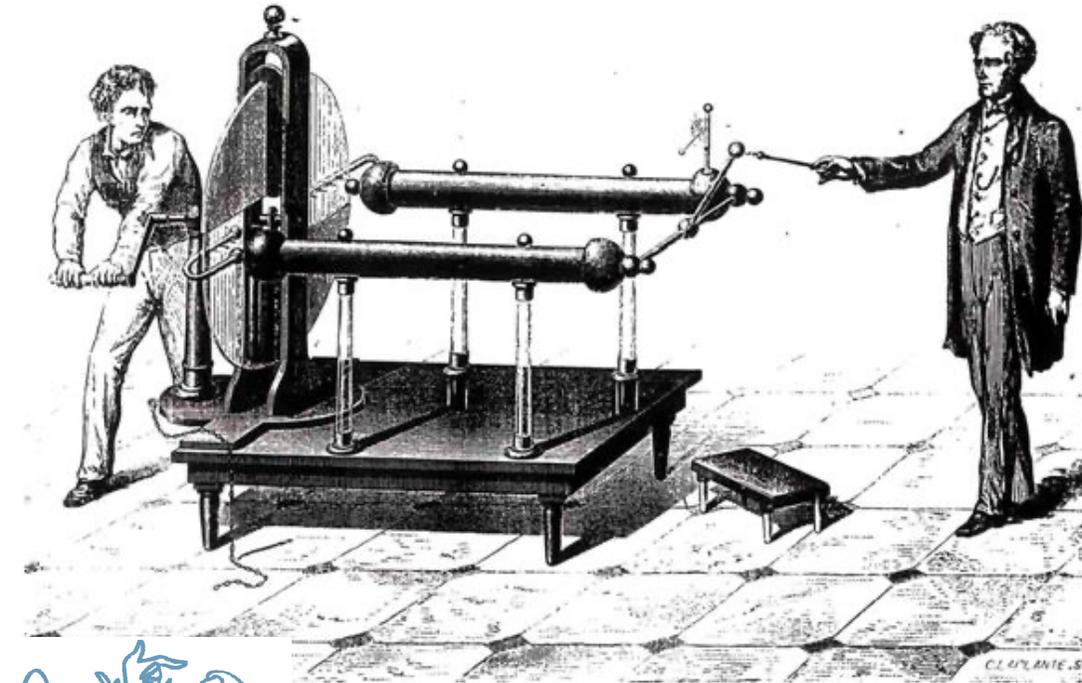
Dipartimento di Matematica e Fisica
"Ennio De Giorgi"



Esercizi di Elettività

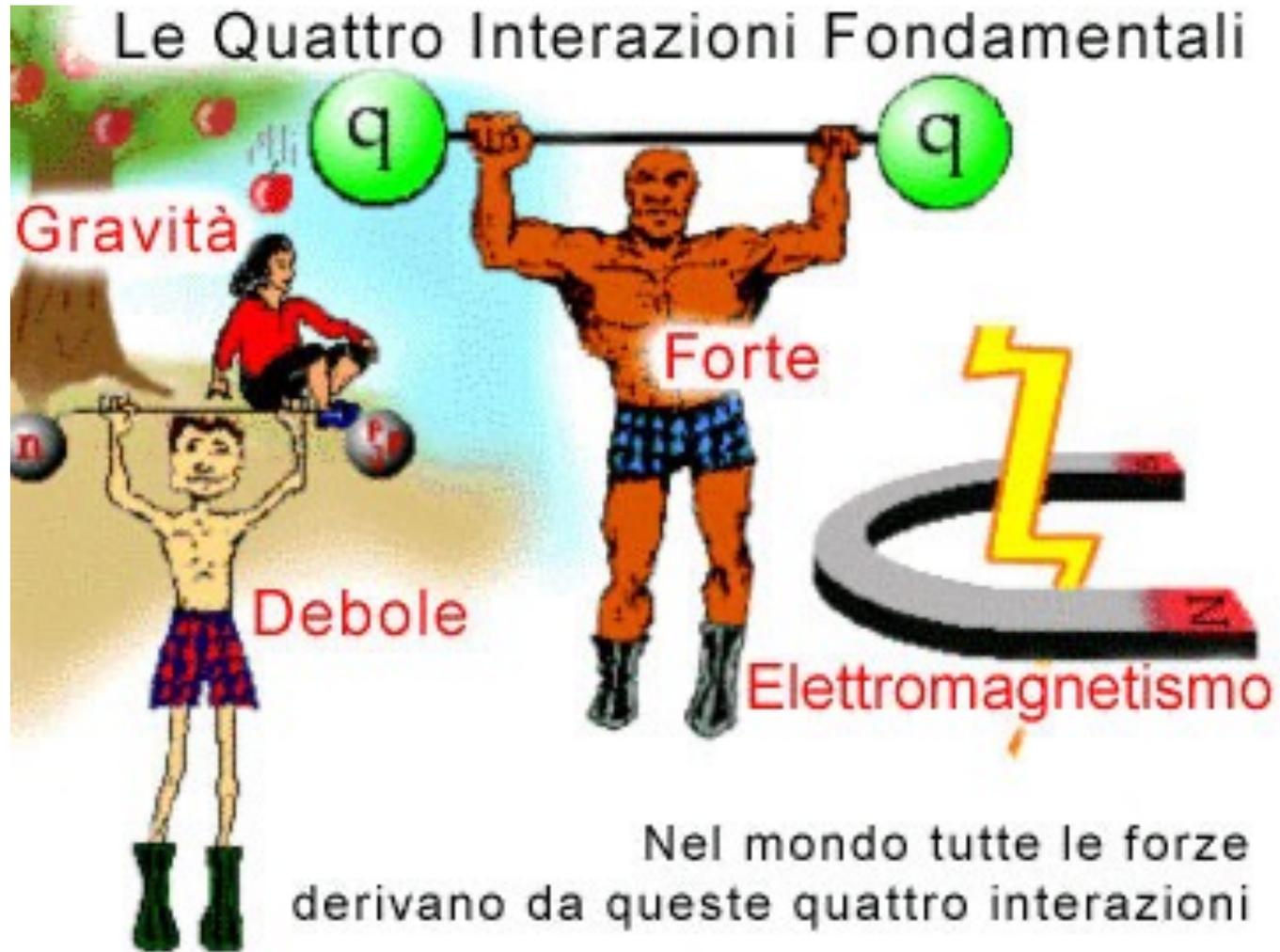
L. Martina

Dipartimento di Matematica e Fisica «Ennio De Giorgi» Università del Salento, Sezione INFN – Lecce
4/09/2023

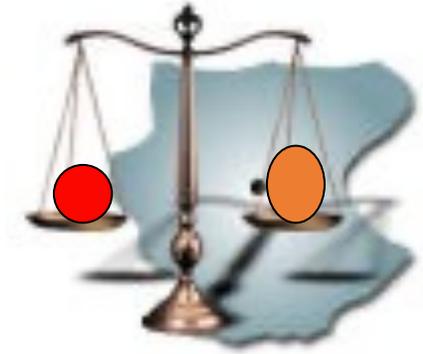


Associazione per l'Insegnamento della Fisica

Forze Fondamentali della Natura



La Carica Elettrica



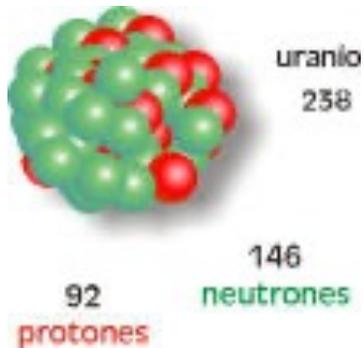
La **carica elettrica** è una *proprietà dei corpi*, come la massa.

I costituenti dell'atomo sono infatti *particelle dotate di massa e di carica elettrica*.

- I. La Carica Elettrica si conserva
- II. La Carica Elettrica è quantizzata

La carica di un nucleo di idrogeno (protone) è e : ogni altra carica elettrica è un **multiplo intero** di e

- 1) La carica di un elettrone è $-e$
- 2) L'atomo di idrogeno è neutro, la sua carica è $q_{idrogeno} = e - e = 0$
- 3) Il nucleo di Uranio ha carica $q_U = 92 e$



Nel Sistema Internazionale $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb

Q 15

• La carica elettrica su un oggetto potrebbe assumere uno tra i seguenti valori. Quale?

A $+3.2 \times 10^{-18} \text{ C}$

C $-1.8 \times 10^{-18} \text{ C}$

E $-1.6 \times 10^{-20} \text{ C}$

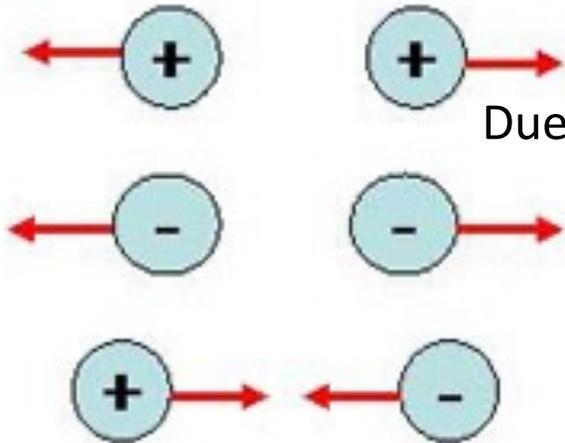
B $+2.4 \times 10^{-19} \text{ C}$

D $-0.80 \times 10^{-19} \text{ C}$

$3.2 \times 10^{-18} = 20 e$

L'elettrostatica

Se le **cariche** sono **ferme** (nel dato sistema di riferimento) la **forza** che si esercita tra di esse si dice **Elettrostatica**, o di **Coulomb**



Legge di Coulomb

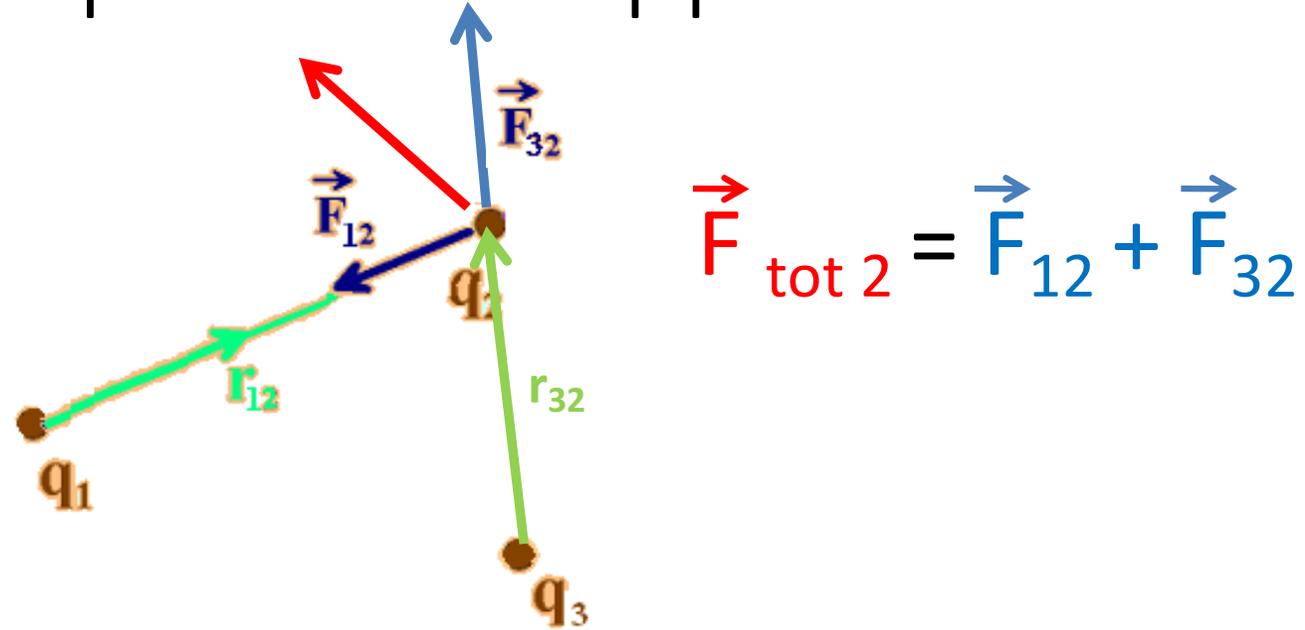
Due cariche puntiformi Q e q , poste a distanza d , si attraggono ($Qq < 0$), o si respingono ($Qq > 0$) con una forza di intensità

$$F = k | Q q | / d^2$$

che si esercita lungo la loro congiungente.

Legge di Newton della Gravitazione Universale	Legge di Coulomb
$F = G M m / d^2$	$F = k Q q / d^2$
La forza gravitazionale è inversamente proporzionale al quadrato della distanza d	La forza elettrica è inversamente proporzionale al quadrato della distanza d
La forza gravitazionale è proporzionale al prodotto M m delle masse	La forza elettrica è proporzionale al prodotto Q q delle cariche
Esiste un solo tipo di massa	Esistono due tipi di cariche: quelle positive e quelle negative
La forza gravitazionale è sempre attrattiva	La forza elettrica può essere attrattiva o repulsiva
G è una costante universale	$k = 1/(4 \pi \epsilon_0)$ è una costante che dipende dal mezzo in cui si trovano le cariche. E' massima nel vuoto.
Il valore numerico di G è molto piccolo ($6,67 \cdot 10^{-11}$ in unità SI)	Il valore numerico di k è molto grande (9×10^9 nel vuoto, in unità SI)

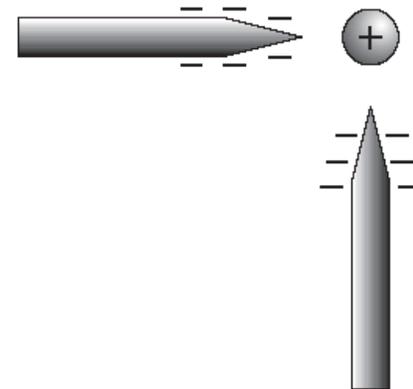
Principio di Sovrapposizione



Q 18

Due punte di plastica sono uguali ed entrambe ugualmente cariche con carica negativa; esse sono disposte ad uguale distanza da una sferetta carica positivamente, come mostrato in figura.

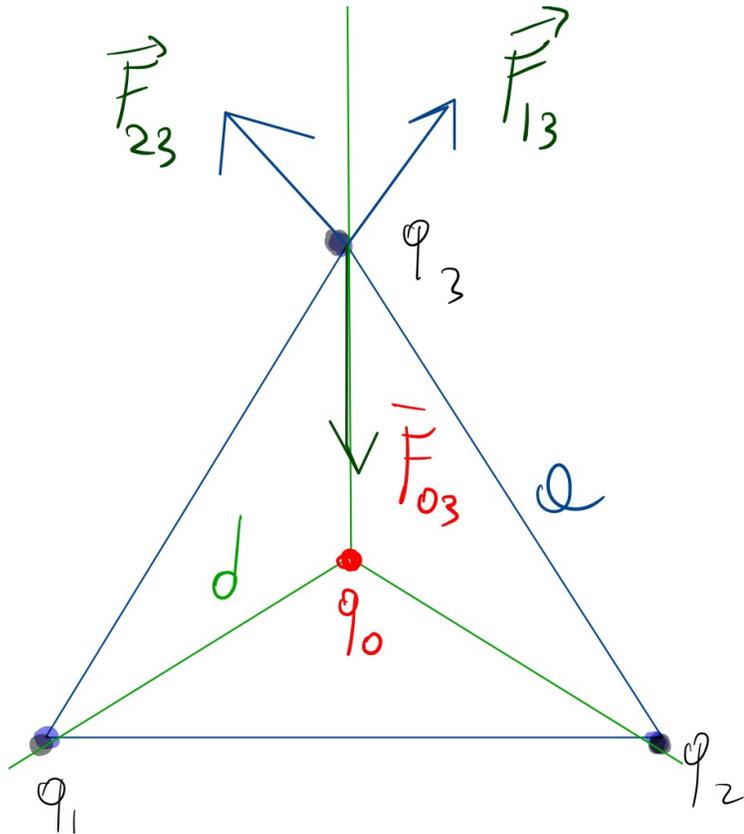
- Quale dei seguenti vettori rappresenta meglio la forza elettrostatica agente sulla sferetta?



quesito 7

Tre cariche elettriche identiche sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero.

- Come deve essere scelta una quarta carica che, posizionata opportunamente, consenta alle tre cariche di rimanere in equilibrio, ossia permetta di avere una forza nulla su ciascuna delle cariche iniziali?



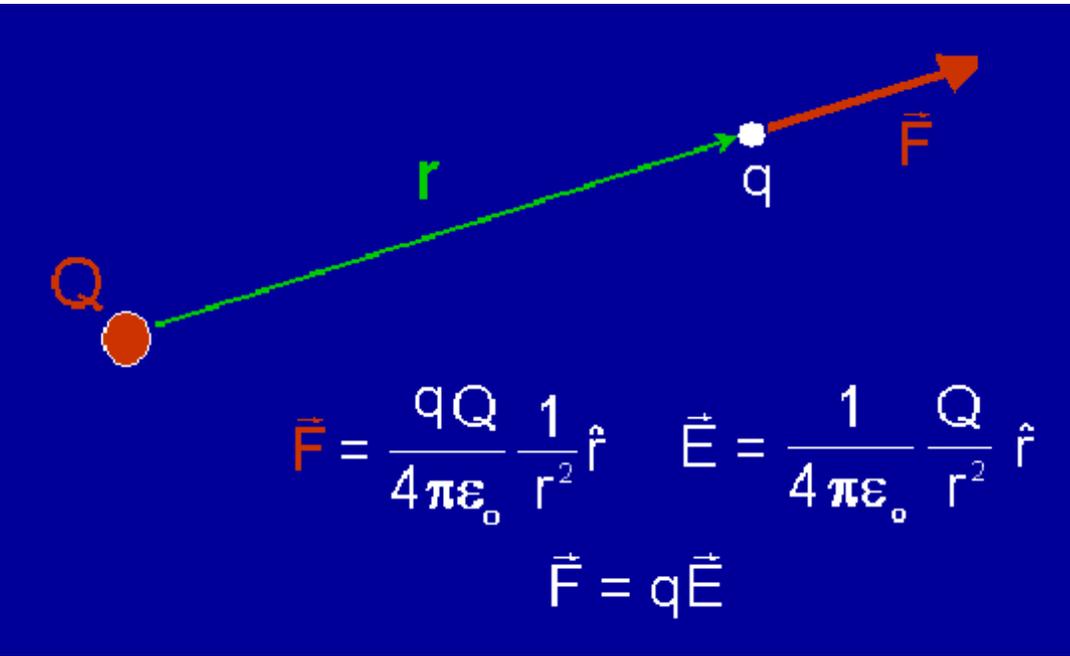
$$q_1 = q_2 = q_3 = q \quad d = \frac{e}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{03} = \vec{0}$$

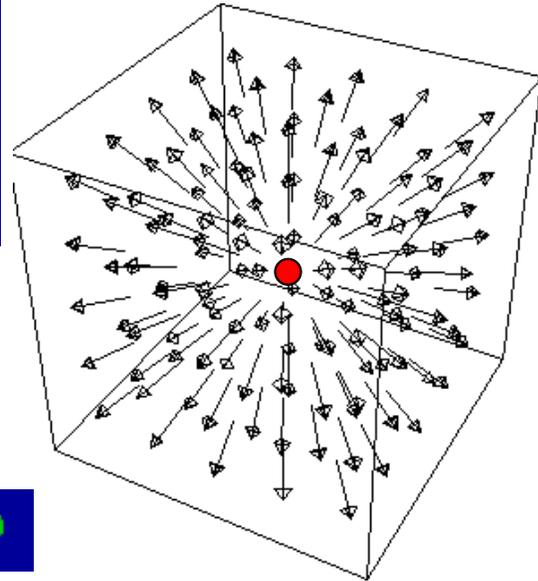
$$F_{03} = k \frac{|q_0 q|}{d^2} = k \frac{q^2}{e^2} 2 \cos \frac{\pi}{6}$$

$$q_0 = - \frac{q}{\sqrt{3}}$$

Campo Elettrico



Si definisce **campo elettrico E** nel punto P una **grandezza vettoriale** che ha direzione e verso della forza elettrica **F** e modulo $E = F / q$



$$[E] = L T^{-2} M Q^{-1}$$

unita' E = Volt/metro

Se in P viene posta una carica qualsiasi q, essa subirà una forza

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E}$$

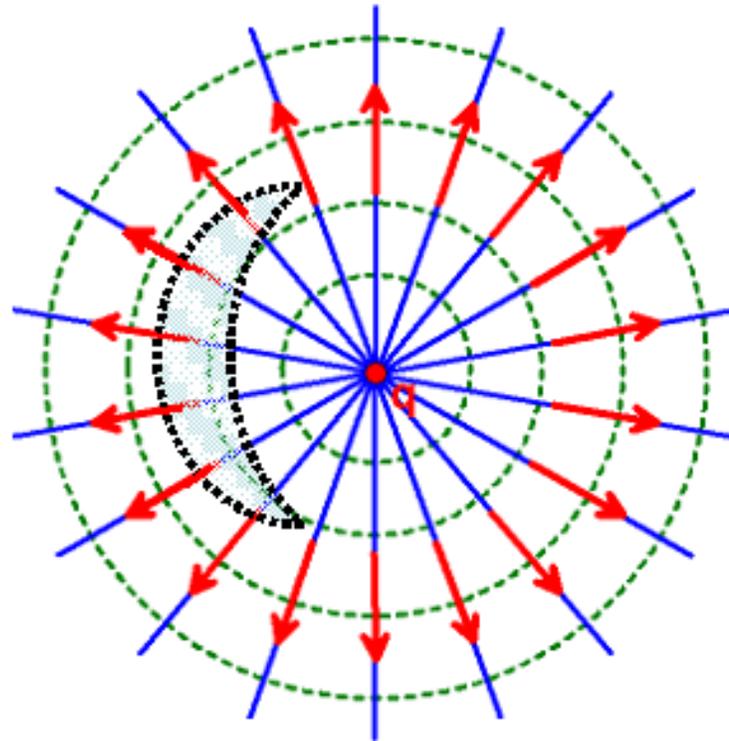
concorde con il campo se la carica q è positiva, discorde se q è negativa.

Alcuni valori tipici di E

	campo E (V/m)
telefono cellulare	$\sim 10^{-4}$
prossimita' rete elettrica	$\sim 3 \cdot 10^{-2}$
tubo fluorescente	~ 10
atmosfera (bel tempo)	$\sim 10^2$
atmosfera(nube temporalesca)	$\sim 10^5$
accleratore elettrostatico	$\sim 10^6$
e ⁻ in atomo di idrogeno	$\sim 6 \cdot 10^{11}$
superficie nucleo Pb	$\sim 10^{21}$

Linee di Forza

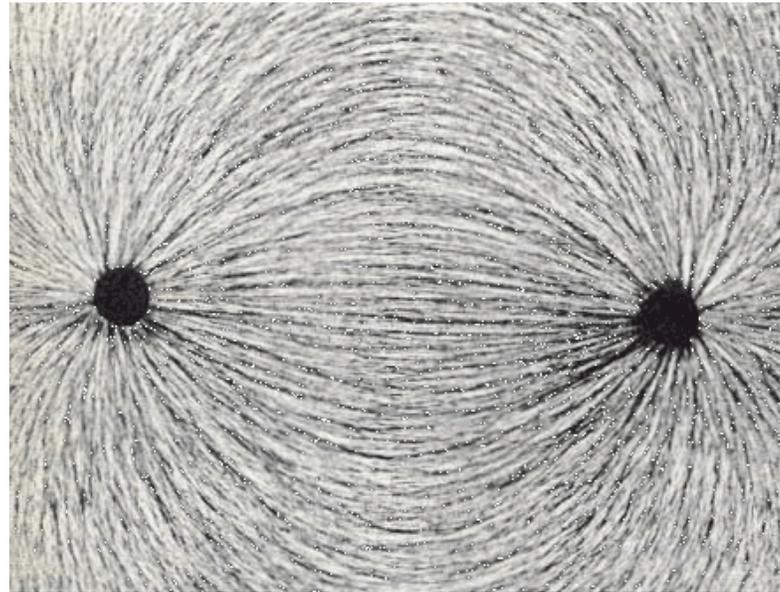
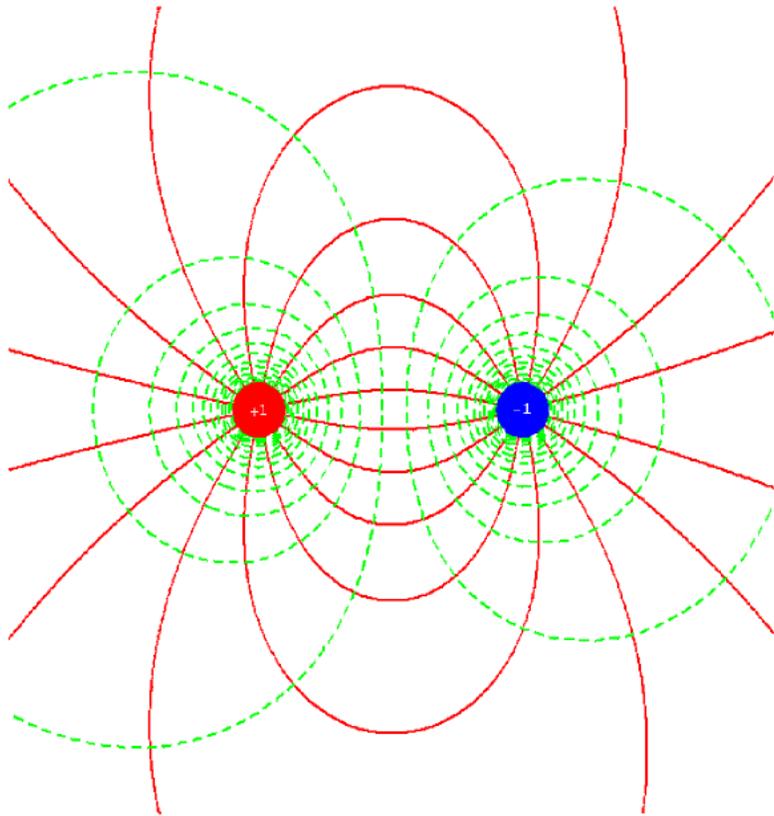
In ogni punto una linea di forza è tangente al campo elettrico
La linea di forza è solo una rappresentazione geometrica del campo,
Indicandone: la direzione, il verso e
l'intensità $\propto (\# \text{ linee})/(\text{area della superficie } \perp \text{ attraversata})$



Le linee di forza () per
una carica puntiforme positiva

Le superfici () ortogonali alle linee di forza si dicono “equipotenziali”

Linee di Forza per cariche uguali, ma di segno opposto



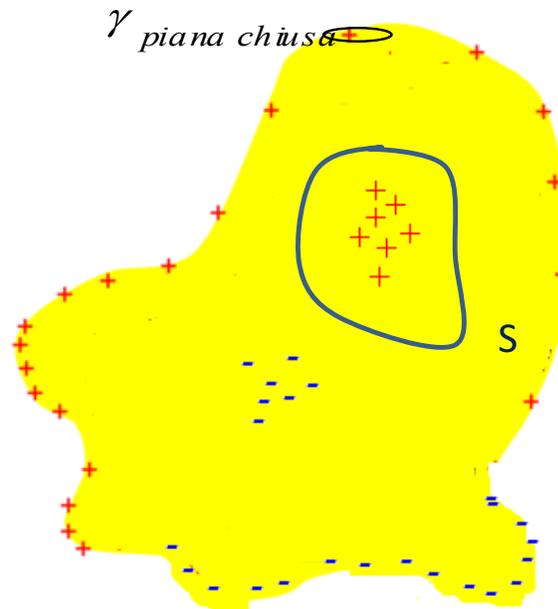
Frammenti di materiale dielettrico si dispongono lungo le linee di forza del campo elettrico

Distribuzioni di carica

$$\rho_{\text{int}} = \frac{Q_{S_{\text{chiusa}}}}{\text{Vol}_{S_{\text{chiusa}}}} \quad \text{Densità volumetrica di carica}$$

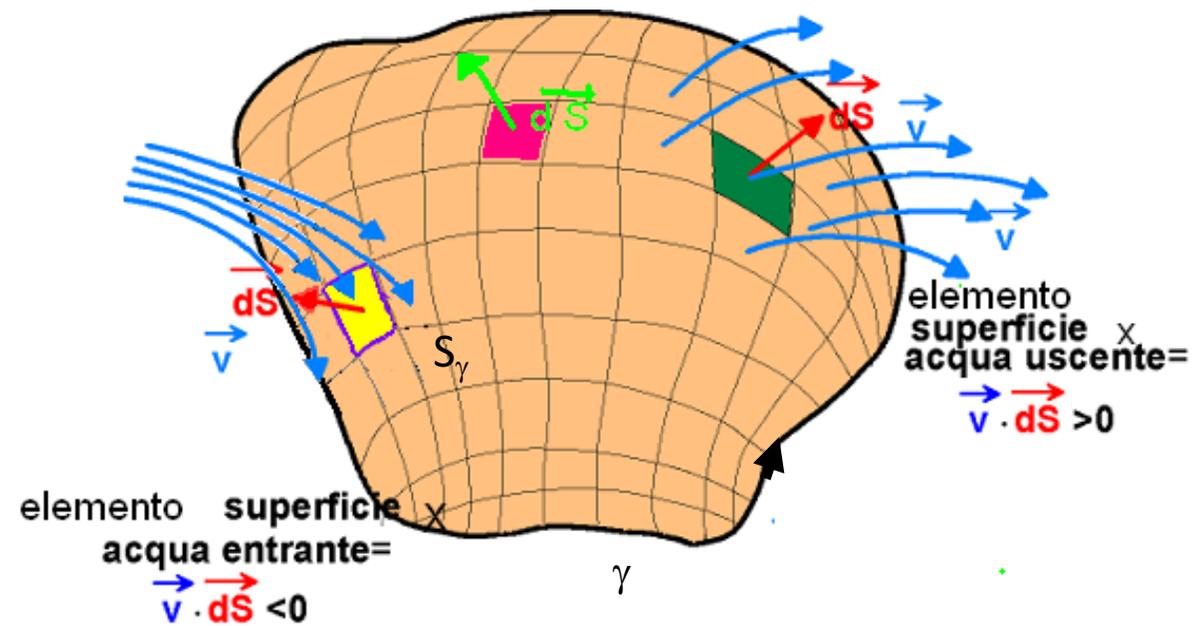
Volume/Superficie piccolo rispetto ai volumi/superfici macroscopici della distribuzione totale, ma grandi rispetto a quelli molecolari

$$\sigma = \frac{Q_{\gamma_{\text{piana chiusa}}}}{\text{Area}_{\gamma_{\text{piana chiusa}}}} \quad \text{Densità superficiale di carica}$$

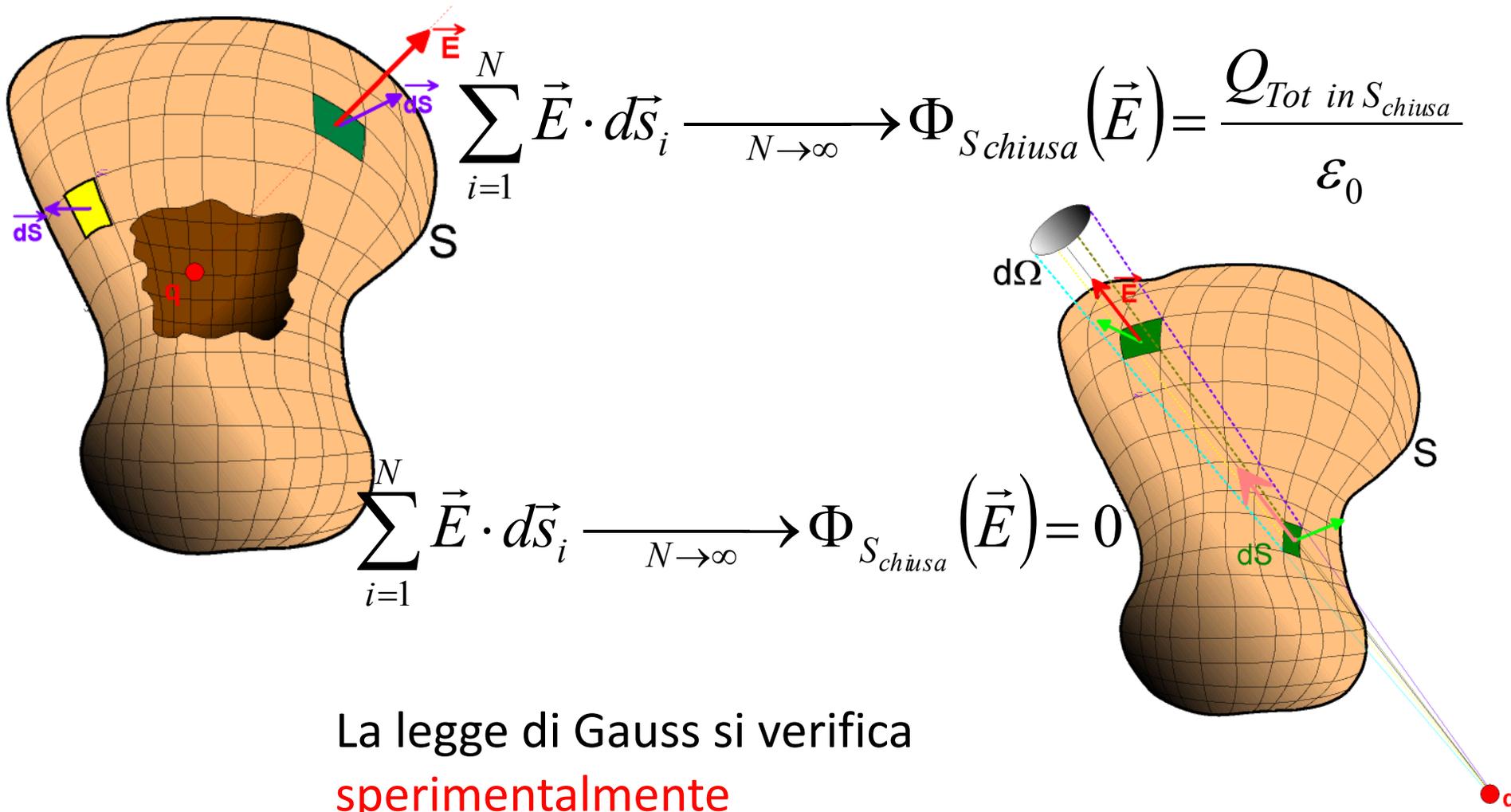


Flusso e Divergenza di un campo vettoriale

$$\sum_{i=1}^N \vec{v} \cdot d\vec{s}_i \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \Phi_{S_\gamma}(\vec{v})$$



Legge di Gauss



La legge di Gauss si verifica
sperimentalmente

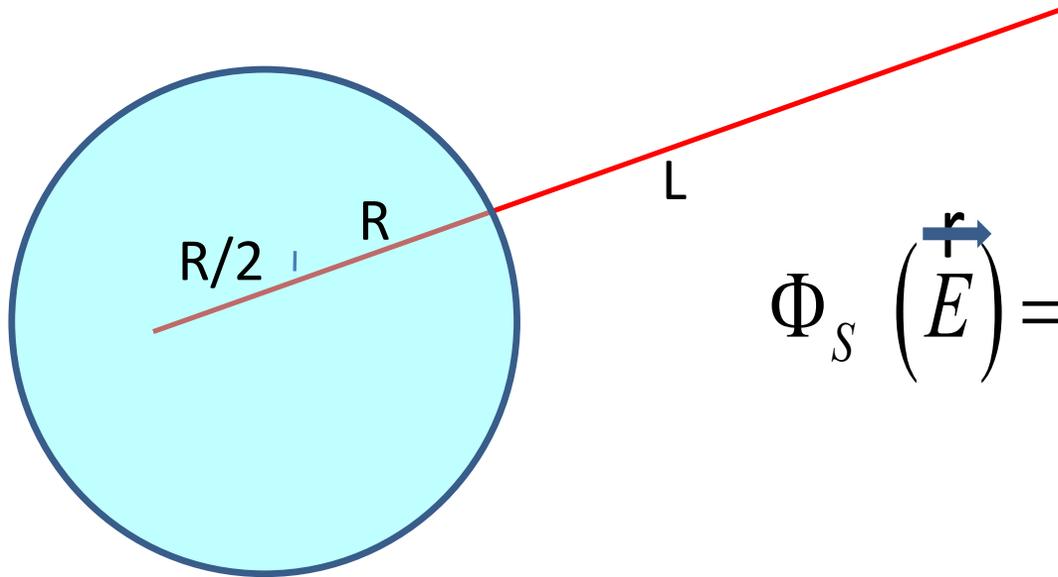
La legge di Gauss è verificata anche da cariche in moto arbitrario

La Legge di Gauss è una legge fondamentale della Natura e costituisce la I Legge di Maxwell

uesito
5

Una carica $Q = 4 \text{ nC}$ è distribuita uniformemente su un filo rettilineo lungo 2.4 m .

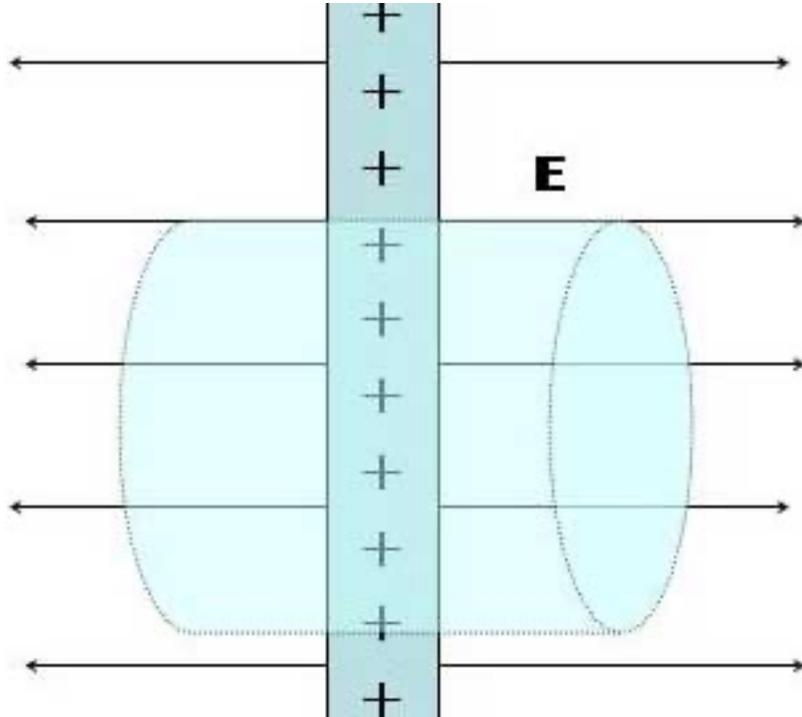
- Si calcoli il flusso del campo elettrico generato dal filo, attraverso una superficie sferica di raggio $R = 40 \text{ cm}$ il cui centro è in un punto del filo situato a 20 cm da un'estremità.



$$\Phi_S (\vec{E}) = \frac{Q_{Tot \text{ in } S}}{\epsilon_0} = \frac{3/2R}{L} \frac{Q}{\epsilon_0} = 113 \text{ Vm}$$

Applicazione della Legge di Gauss

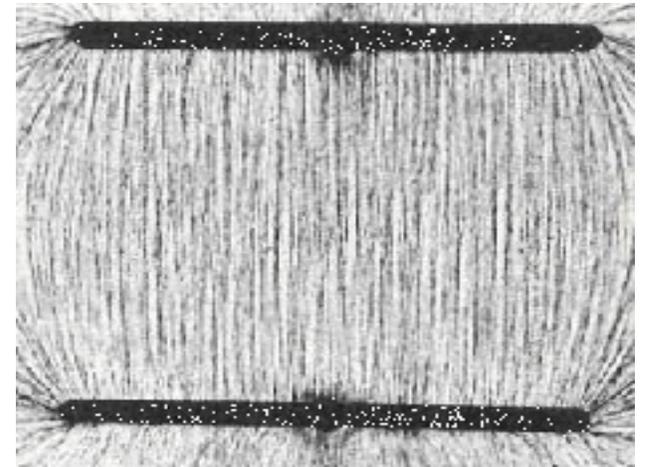
Distribuzione di carica piana uniforme ed infinitamente estesa



$$\Phi(\mathbf{E}) = \sum q_i / \epsilon_0 = \sigma A / \epsilon_0$$

$$\Phi(\mathbf{E}) = 2 \Phi_{\text{base}} + \Phi_{\text{laterale}} = 2 E A$$

Il campo elettrico creato da una piastra uniformemente carica è uniforme dalle due parti della lamina ed è direttamente proporzionale alla densità di carica superficiale: $E = \sigma / 2 \epsilon_0$



Q39

La figura rappresenta tre distribuzioni piane, uniformi e infinite di carica, perpendicolari al piano della pagina con densità superficiali pari a $+\sigma$, $+2\sigma$ e $-\sigma$.

In ogni punto il campo elettrico è diretto perpendicolarmente ai piani di carica.

- Nel punto X l'intensità e il verso del campo sono

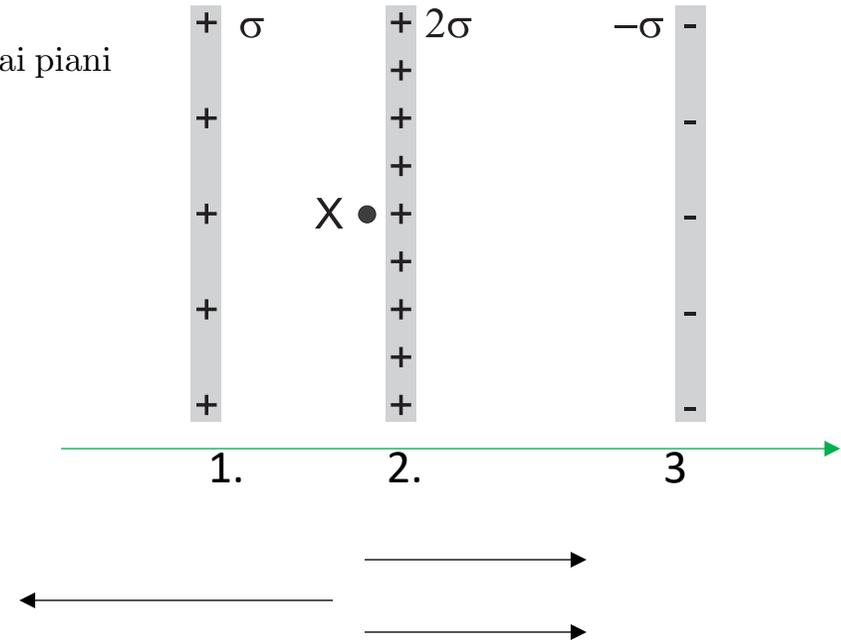
A $\frac{2\sigma}{\epsilon_0}$ verso sinistra

D $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ verso destra

B $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ verso sinistra

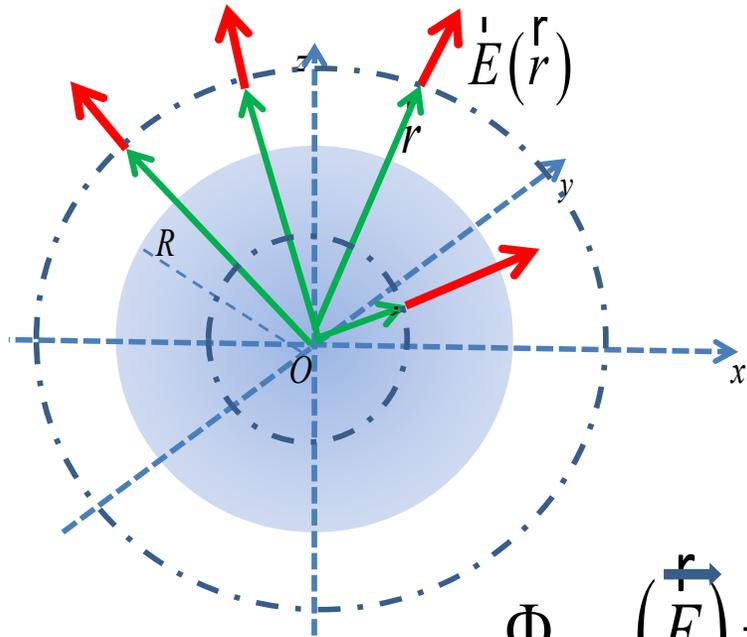
E $\frac{2\sigma}{\epsilon_0}$ verso destra

C 0



$$E_1 + E_2 + E_3 = \sigma / 2 \epsilon_0 - 2 \sigma / 2 \epsilon_0 + \sigma / 2 \epsilon_0 = 0$$

Applicazione della Legge di Gauss



$$\rho(\vec{r}) = \rho(r) \quad \text{Distribuzione volumetrica radiale}$$

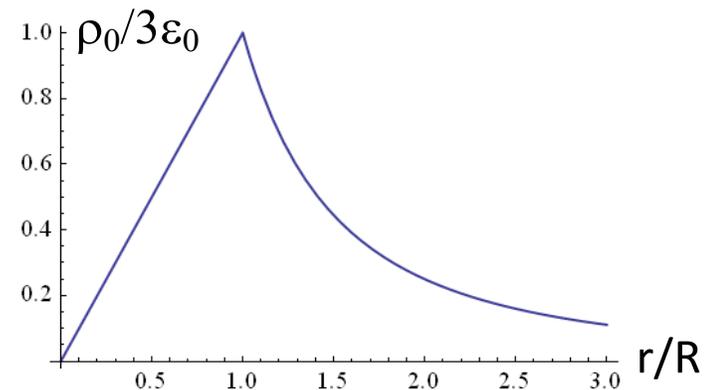
L'invarianza della distribuzione per rotazioni attorno a O

$$\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\hat{r}$$

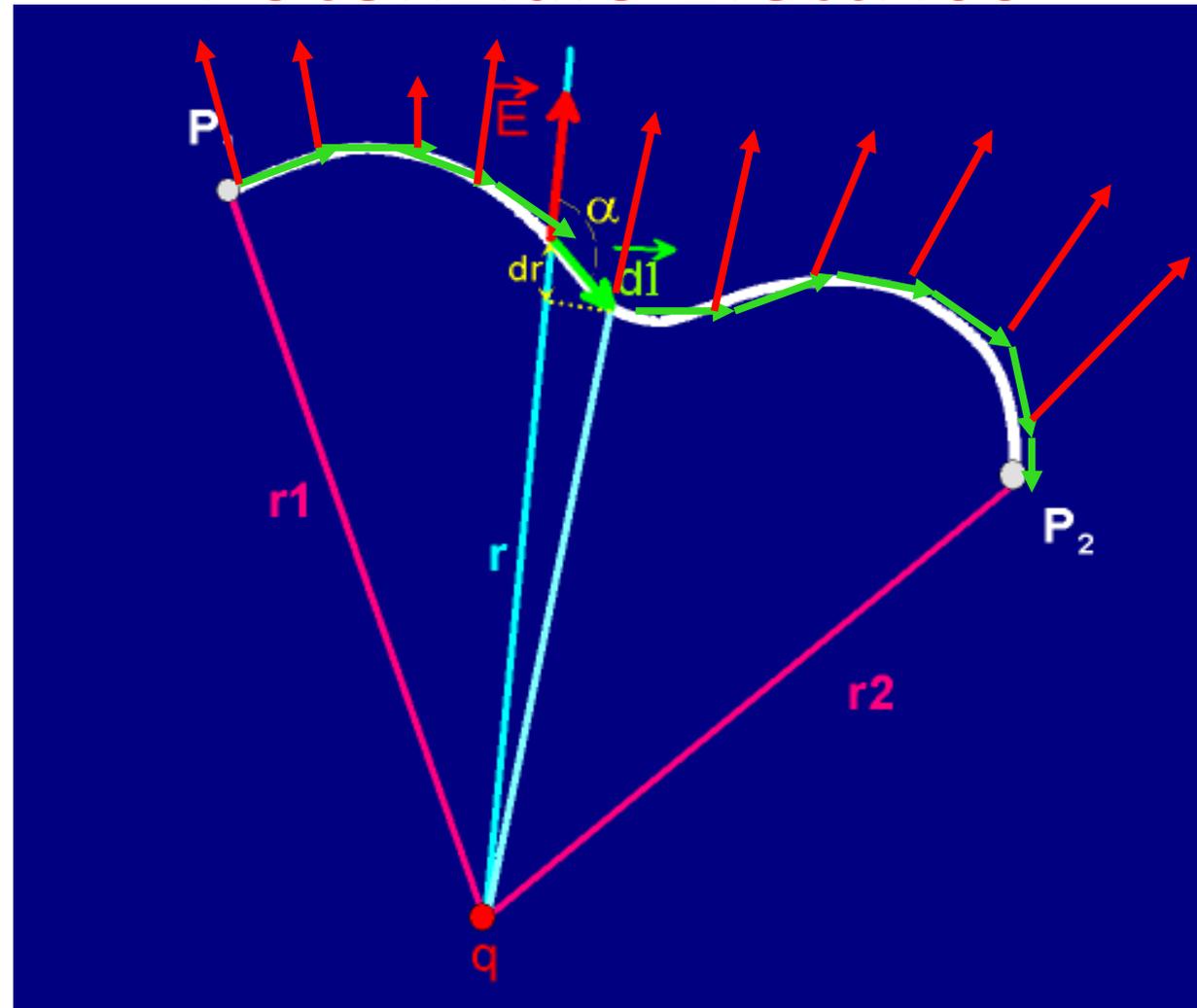
$$\Phi_{S(r)}(\vec{E}) = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{\text{int}}(r)}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{int}}(r)}{r^2}$$

Esempio

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} \rho_0 & 0 \leq r \leq R \\ 0 & R \leq r \end{cases} \quad E(r) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \begin{cases} r & \\ \frac{R^3}{r^2} & \end{cases}$$



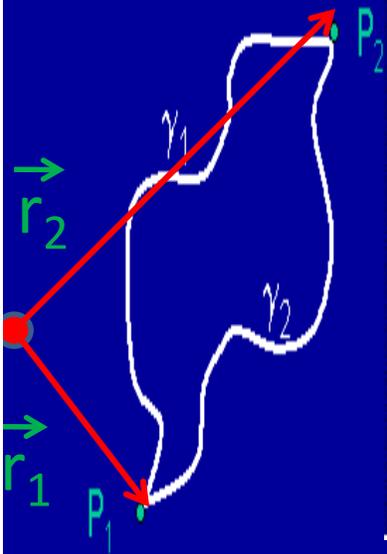
Potenziale Elettrico



Lavoro f. appl. /carica = $-\sum_i \vec{E}_i \cdot d\vec{l}_i$ \longrightarrow $V_{21} = - \int_{p_1}^{p_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

IL potenziale è il lavoro per unità di carica compiuto contro le forze del campo per spostare una carica da P_1 a P_2 .

$$1 \text{ Volt} = \frac{1 \text{ Joule}}{1 \text{ C}}$$



Forza Coulombiana centrale => conservativa

$$V_{21} = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{P_1}^{P_2} E \cos \alpha \, ds = - \int_{r_1}^{r_2} E \, dr =$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

non dipende dal percorso

$$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

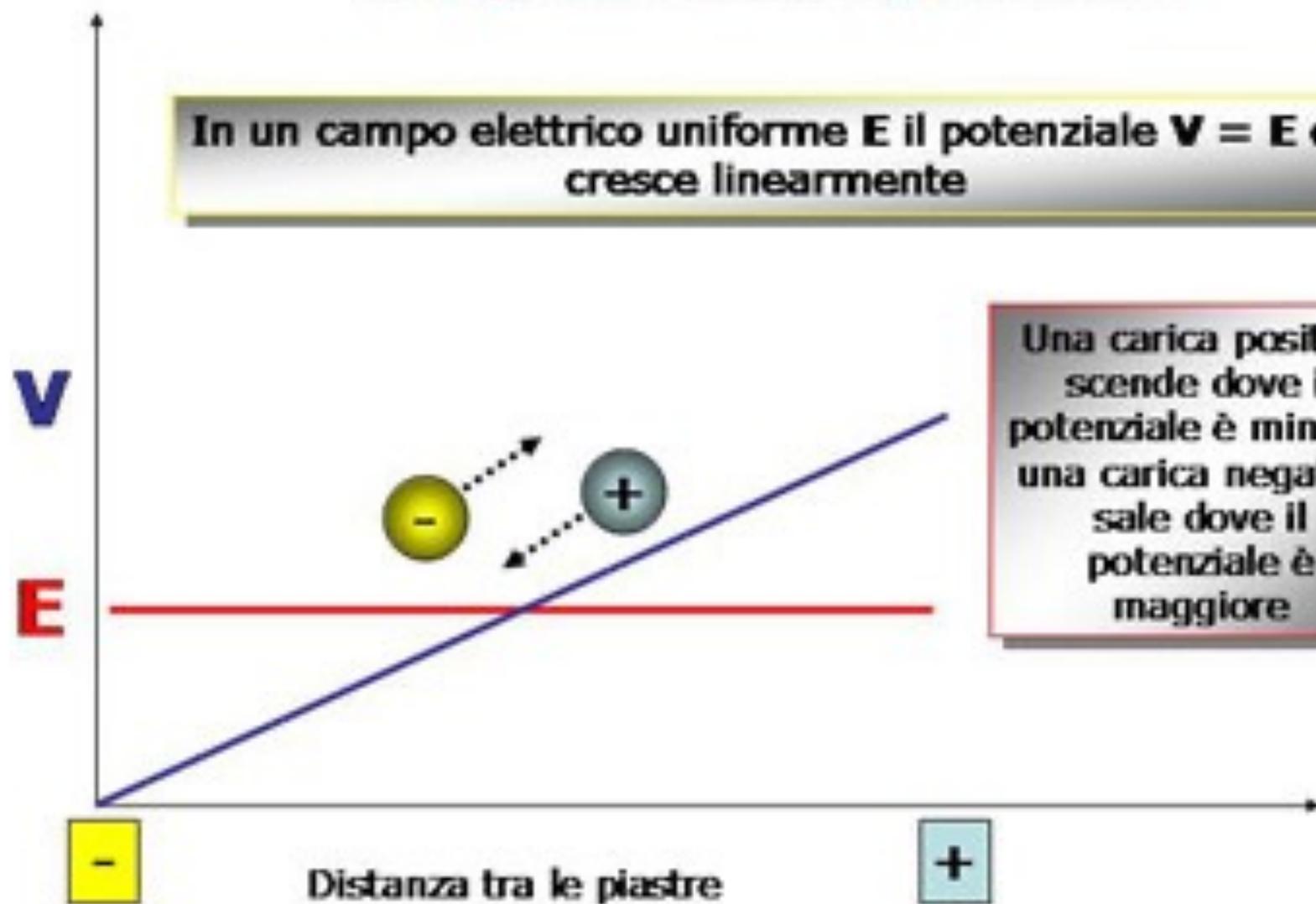
Il campo elettrostatico è conservativo

Distribuzione finita
 $P_2 \rightarrow \infty \quad V(P_2) = 0$

$$V(P) = \int_P^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Campo elettrico e potenziale

In un campo elettrico uniforme E il potenziale $V = E d$ cresce linearmente



Una carica positiva scende dove il potenziale è minore, una carica negativa sale dove il potenziale è maggiore

uesito 36

In una regione dello spazio c'è un campo elettrico uniforme \vec{E} di intensità 6.0 kV m^{-1} , come indicato in figura.

- Qual è la differenza di potenziale elettrico fra i punti X e Y, ovvero $V_X - V_Y$?

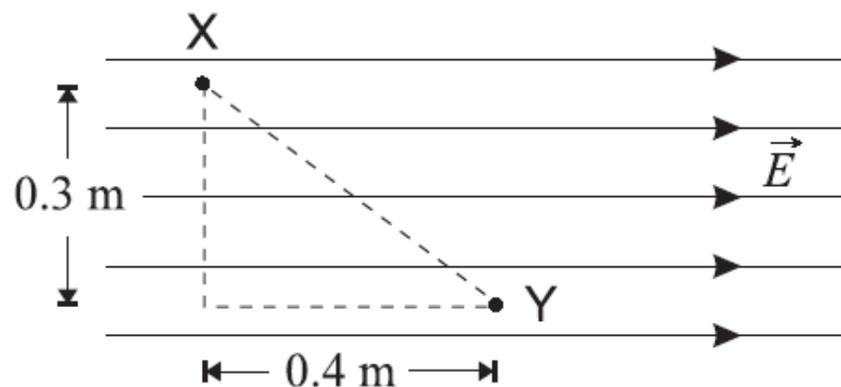
A -12.0 kV

B 0

C 1.8 kV

D 2.4 kV

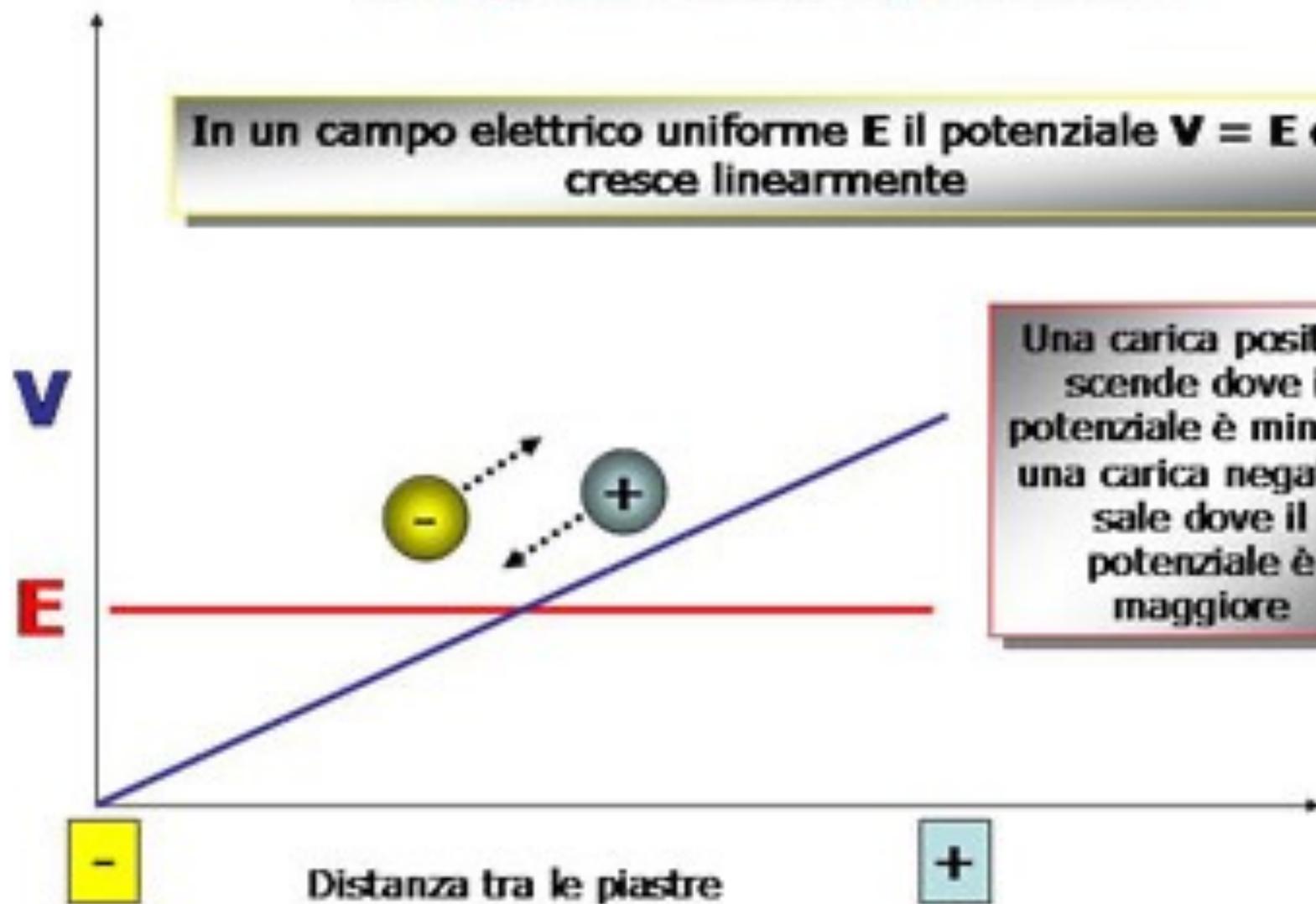
E 3.0 kV



$$= 6.0 \times 0.4 \text{ kV} = 2.4 \text{ kV}$$

Campo elettrico e potenziale

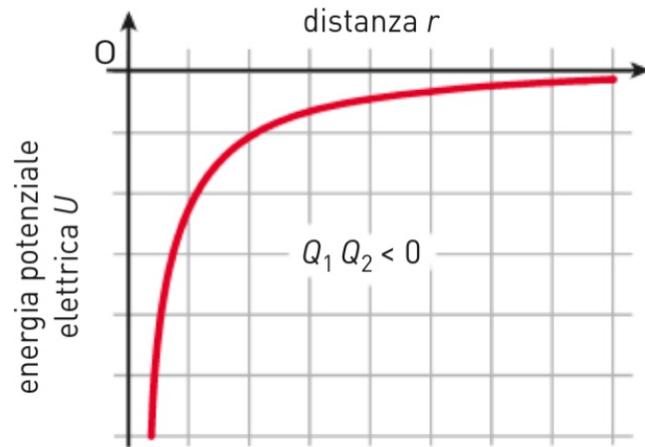
In un campo elettrico uniforme E il potenziale $V = E d$ cresce linearmente



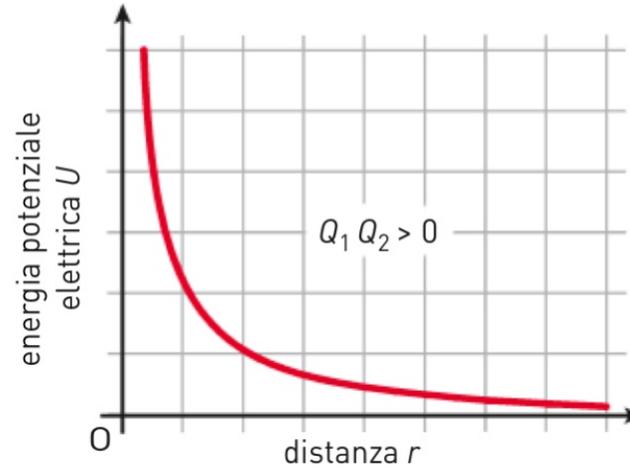
Una carica positiva scende dove il potenziale è minore, una carica negativa sale dove il potenziale è maggiore

Distanza tra le piastre

**Cariche di segno
opposto
Forza attrattiva**



**Cariche di stesso
segno
Forza repulsiva**

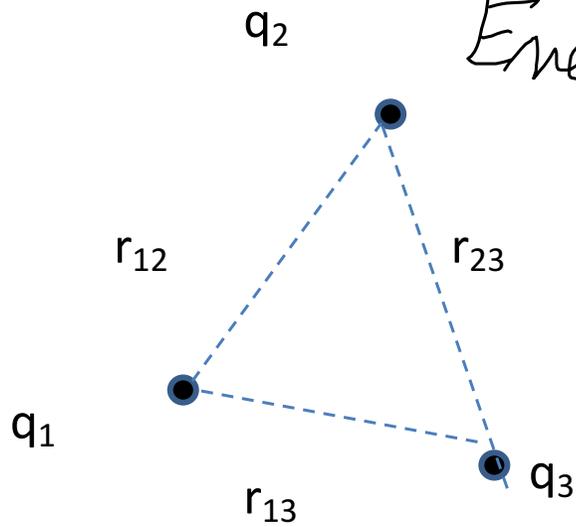


$$U_e(r) = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

Il lavoro totale per spostare una carica Q tra due punti P_1 e P_2 ,
tra i quali esiste una d.d.p. V_{21} e' data da $U = Q V_{21}$

Energia elettrostatica di 3 cariche



$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_3 q_2}{r_{32}} \right)$$

L'Energia Potenziale Elettrostatica e' il lavoro
necessario per realizzare una data distribuzione di carica

La forza elettrostatica è conservativa : quindi l'energia totale è costante

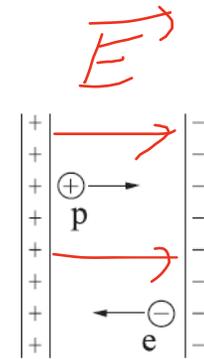


Una zona di spazio vuoto è occupata dal campo elettrico generato da due piastre parallele uniformemente cariche. Un protone "p" e un elettrone "e" vengono lasciati andare nello stesso istante, in prossimità delle due piastre, come si vede nella figura. Le due particelle accelerano da parti opposte, rimanendo abbastanza lontane da non risentire l'una della presenza dell'altra.

Una volta che le particelle hanno completato il loro moto e stanno per raggiungere la piastra opposta, hanno velocità v_p ed v_e ed energia cinetica E_p ed E_e .

- Quali relazioni tra le grandezze sono corrette?

	Velocità	Energia cinetica
<input type="checkbox"/> A	$v_e < v_p$	$E_e < E_p$
<input type="checkbox"/> B	$v_e = v_p$	$E_e > E_p$
<input type="checkbox"/> C	$v_e > v_p$	$E_e > E_p$
<input type="checkbox"/> D	$v_e = v_p$	$E_e = E_p$
<input checked="" type="checkbox"/> E	$v_e > v_p$	$E_e = E_p$



campo E uniforme

$$E_c = \frac{1}{2} m_c v_c^2 = U = |e\Delta V|$$

$$v_c = \sqrt{2 \frac{|e\Delta V|}{m_c}}$$

$$m_p \approx 1840 m_e \Rightarrow v_e \approx 43 v_p$$



Un fascio di elettroni di energia cinetica 1.25 keV viene frenato con un campo elettrostatico opportunamente orientato.

- Quanto deve essere intenso il campo elettrostatico per poter arrestare questi elettroni in 2.8 cm?

A $1.75 \times 10^1 \text{ V m}^{-1}$

B $2.11 \times 10^2 \text{ V m}^{-1}$

C $1.26 \times 10^3 \text{ V m}^{-1}$

D $4.46 \times 10^4 \text{ V m}^{-1}$

E $8.93 \times 10^4 \text{ V m}^{-1}$

$$E_c = |e\Delta V| \approx |edE| \quad \rightarrow \quad E = \frac{E_c}{ed} = \frac{E_c \times 10^3 (J)}{d}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = e \times 1 \text{ Volt}$$

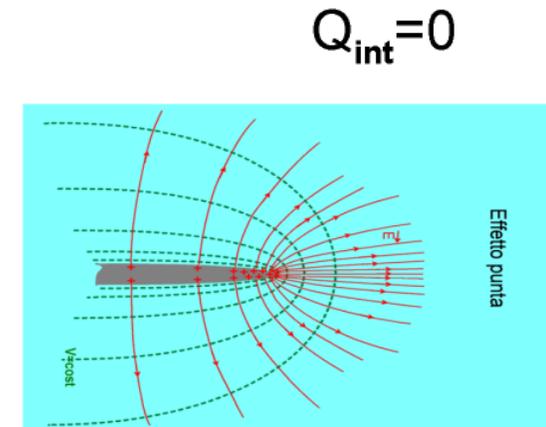
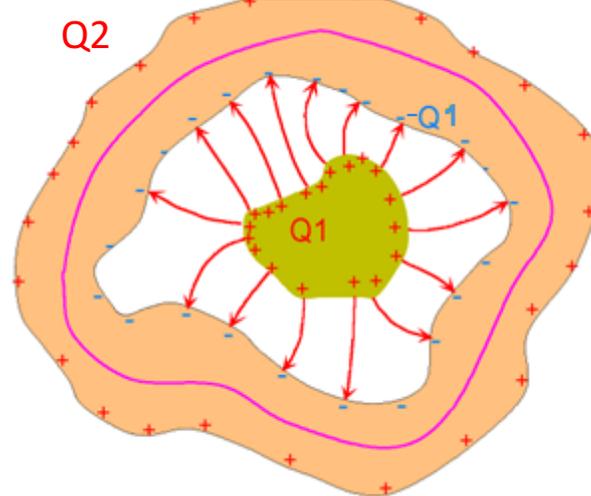
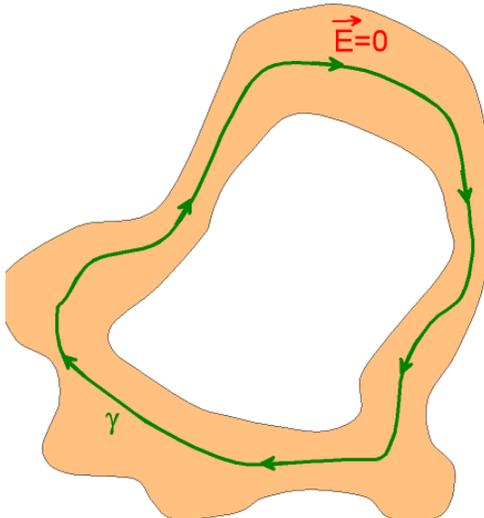
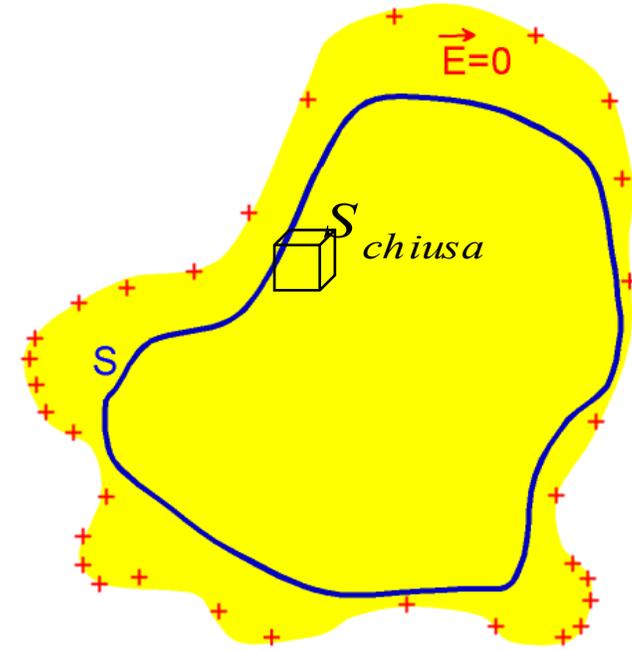
Conduttori

isolanti cariche fisse (dielettrici)

conduttori cariche libere di muoversi

conduttore in equilibrio :

- $E_{\text{int}}=0$
- $\rho_{\text{int}}=0$
- cariche solo su superficie
- conduttore e' equipotenziale
- superficie e' equipotenziale
- E_{ext} perpendicolare superficie
- $E_{\text{ext}} = \sigma / \epsilon_0$



uesito
18

Una carica puntiforme q si trova all'interno di un conduttore sferico di raggio interno a e raggio esterno b . La carica totale del conduttore è $Q = -4q$.

- Qual è la carica q_a sulla superficie interna del conduttore e quella q_b sulla sua superficie esterna?

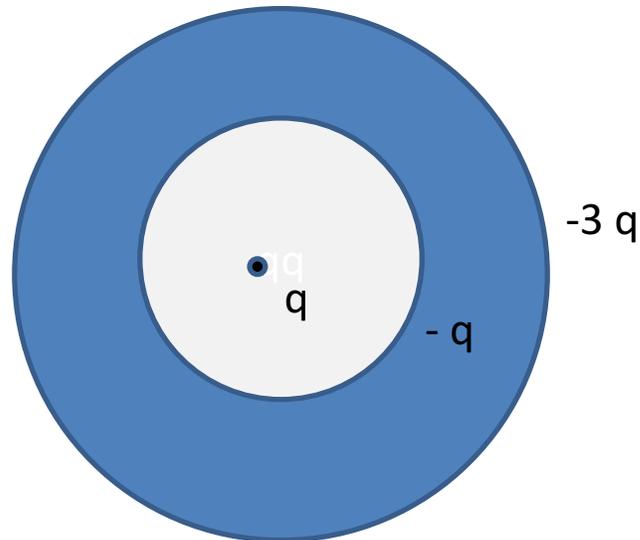
A $q_a = -q$ $q_b = -3q$

D $q_a = q$ $q_b = -4q$

B $q_a = -3q$ $q_b = -q$

E $q_a = -q$ $q_b = -4q$

C $q_a = 0$ $q_b = -4q$

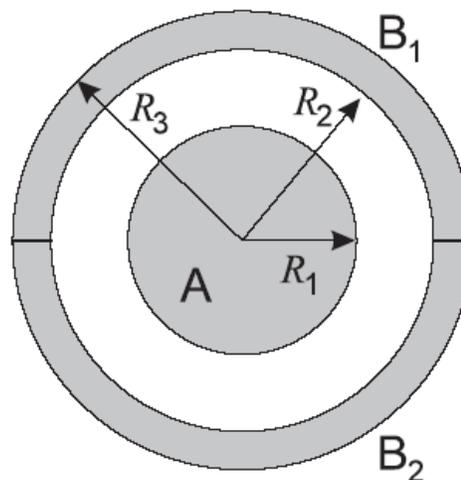


Problema 2

Una sfera solida conduttrice A di raggio $R_1 = 6$ cm si trova al potenziale elettrostatico $V = 30$ kV rispetto al terreno.

La sfera A viene quindi circondata da due pezzi conduttori B_1 e B_2 che, uniti, formano un guscio sferico concentrico alla sfera A, di raggio interno $R_2 = 10$ cm e raggio esterno $R_3 = 12$ cm, come mostrato in figura. Su ciascun pezzo del guscio è presente una carica pari a metà di quella della sfera A. Il sistema è in equilibrio elettrostatico.

- Determinare la carica elettrica totale presente sulla superficie esterna del guscio sferico.



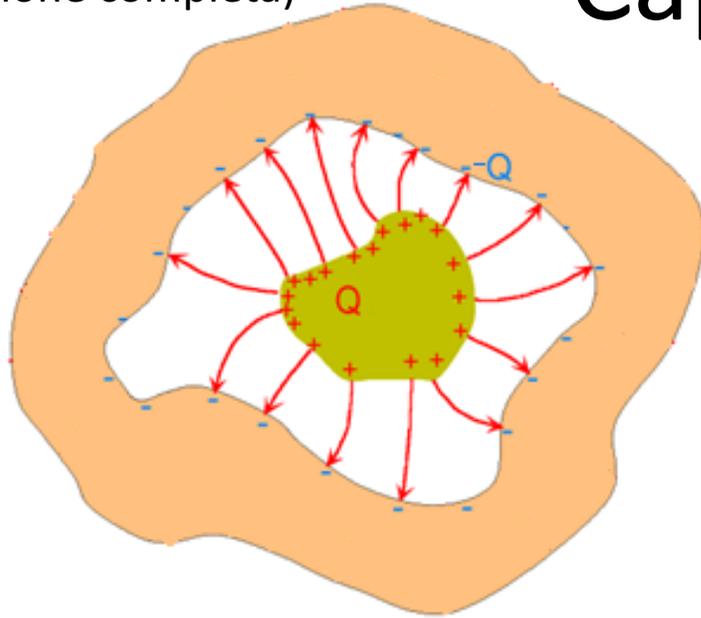
$$\Delta V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 R \Delta V$$

$$Q_{est} = 2Q$$

(induzione completa)

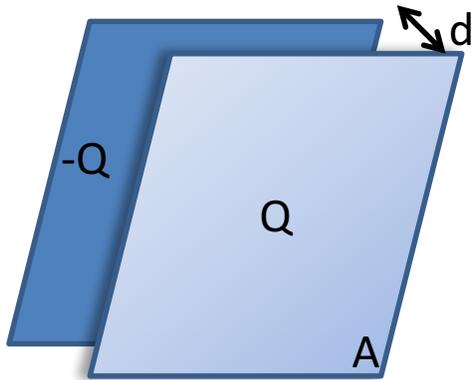
Capacitori



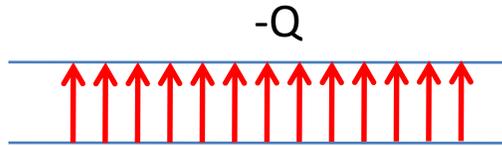
$$Q = C \Delta V$$

Capacita'

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$$



Condensatore a facce piane parallele



$$E = \frac{Q/A}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \Delta V = Ed = \frac{Q/A}{\epsilon_0} d$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

In presenza di dielettrico

$$C_d = \epsilon_r C, \epsilon_r > 1$$

Energia Elettrostatica di un Condensatore

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2$$

31

Un condensatore a facce piane parallele viene caricato adoperando una batteria da 12 V. In assenza di dielettrico tra le armature, il condensatore ha una capacità di 4.8 pF. La batteria viene staccata e lo spazio fra le armature del condensatore viene riempito di vetro Pyrex avente costante dielettrica relativa 4.7.

- Di quanto varia l'energia immagazzinata nel condensatore?

A 0 pJ

B -272 pJ

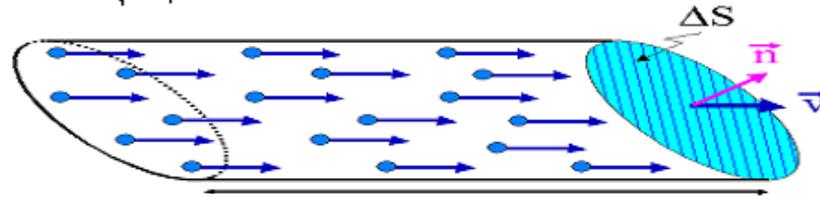
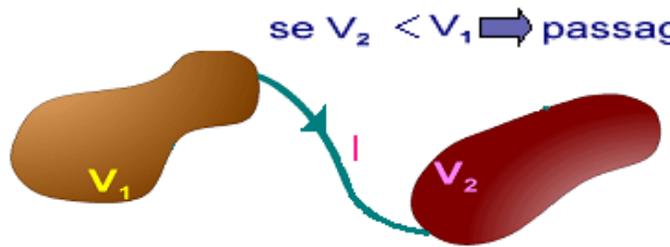
C -346 pJ

D -544 pJ

E -1280 pJ

$$U_d - U = (1 - \epsilon_r) / \epsilon_r \cdot \frac{1}{2} C V^2$$

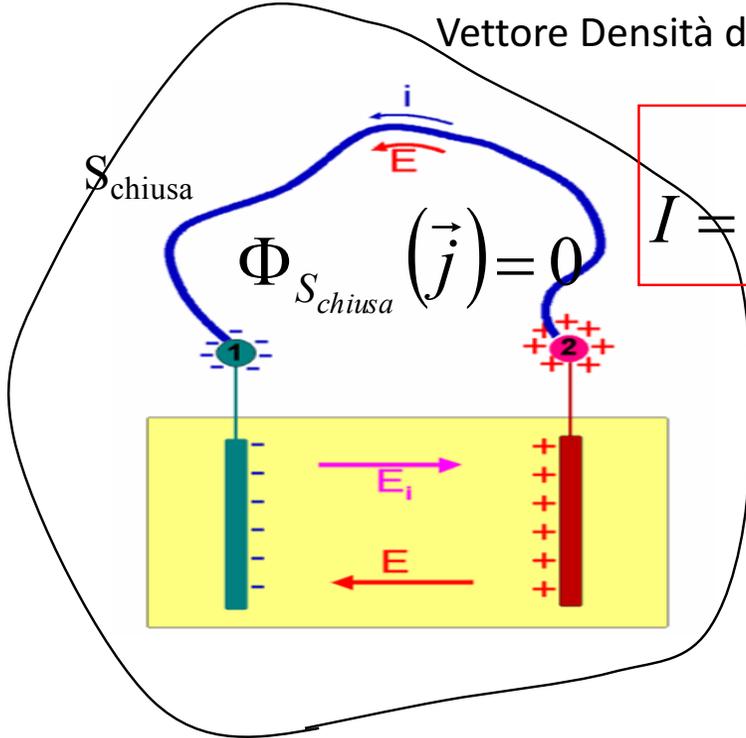
Correnti Elettriche



Corrente

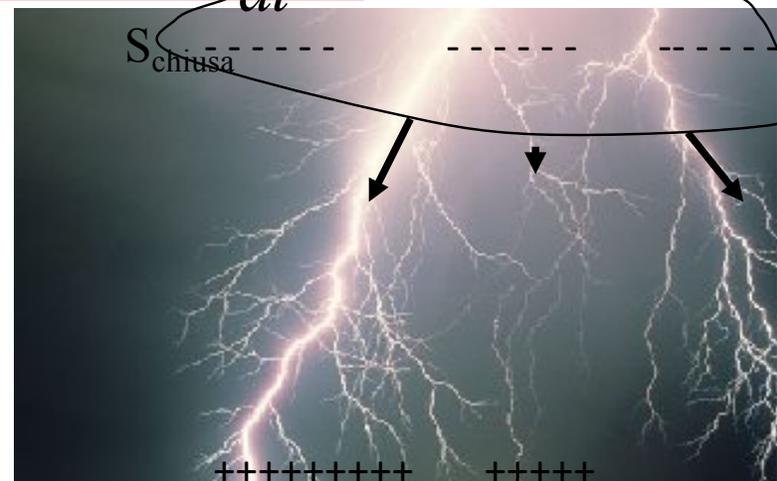
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{qN \vec{v} \cdot \vec{n} \Delta S}{dt} \quad (C \text{ sec}^{-1} = \text{Ampere})$$

Vettore Densità di corrente $\vec{j} = qN \vec{v} = \rho \vec{v} \quad I = \vec{j} \cdot \vec{n} \Delta S$

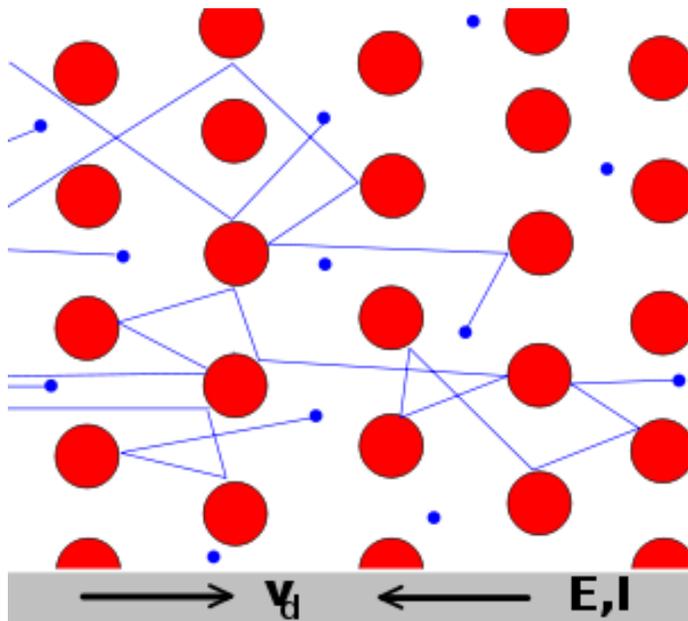


$$I = \Phi_{S_{chiusa}}(\vec{j}) = - \frac{dQ_{S_{chiusa}}}{dt}$$

Equazione di Continuità



Resistenza Elettrica



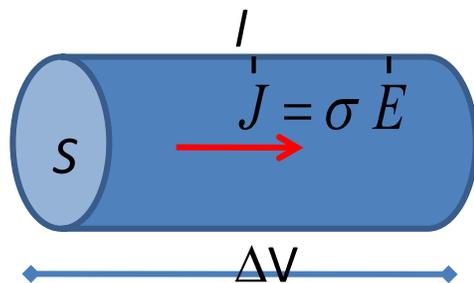
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Legge di Ohm microscopica

Conducibilita' elettrica

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Resistivita'



$$R = \rho \frac{l}{S}$$

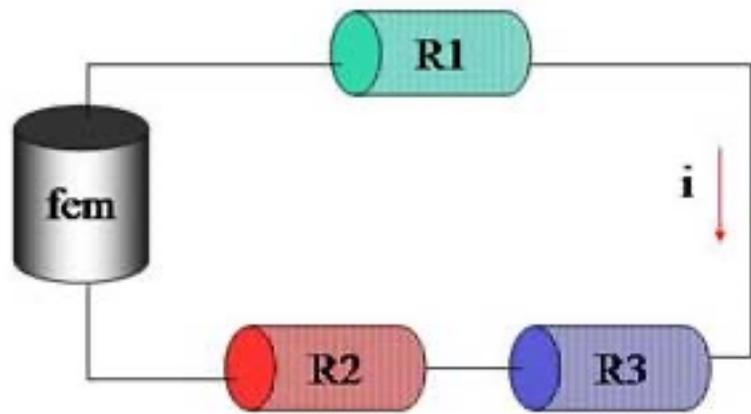
Resistenza elettrica
di un conduttore filiforme

$$R I = \Delta V$$

Legge di Ohm microscopica

RESISTIVITÀ DI ALCUNE SOSTANZE (A 20 °C)

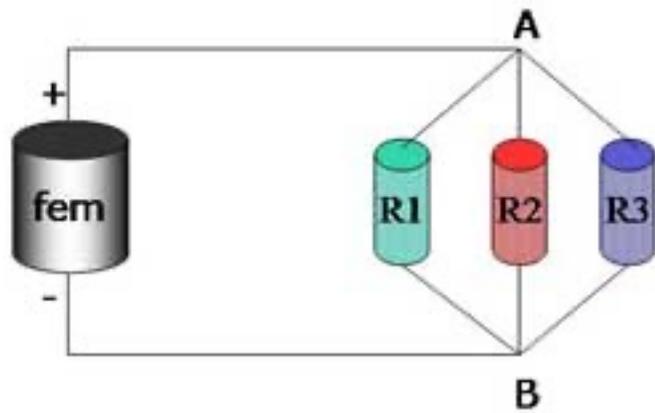
Sostanza	Resistività ($\Omega \cdot m$)
alluminio	$2,8 \times 10^{-8}$
argento	$1,6 \times 10^{-8}$
ferro	10×10^{-8}
mercurio	96×10^{-8}
platino	10×10^{-8}
rame	$1,7 \times 10^{-8}$
carbonio	$3,5 \times 10^{-5}$
germanio	0,46
silicio	100 - 1000
neoprene	10^9
polietilene	$10^8 - 10^9$
polistirene (polistirolo)	$10^7 - 10^{11}$
porcellana	$10^{10} - 10^{12}$
vetro	$10^{10} - 10^{14}$
teflon	10^{14}



Due o più resistenze si dicono **collegate in serie** se sono attraversate dalla stessa corrente.

Due o più resistenze collegate in serie *equivalgono* ad un'unica resistenza data dalla somma di tutte le resistenze della serie.

$$R_{eq} = R1 + R2 + R3 + \dots$$



Due o più resistenze si dicono **collegate in parallelo** se ai loro capi c'è la stessa differenza di potenziale.

Due o più resistenze collegate in parallelo *equivalgono* ad un'unica resistenza

R_{eq} tale che

$$1 / R_{eq} = 1/R1 + 1/R2 + 1/R3 + \dots$$

quesito
19

Due fili di uguale lunghezza, uno di alluminio ($\rho_{\text{Al}} = 2.75 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$) e l'altro di rame ($\rho_{\text{Cu}} = 1.69 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$), hanno la stessa resistenza elettrica.

- Qual è il rapporto dei loro raggi $r_{\text{Al}}/r_{\text{Cu}}$?

$$R_{\text{Al}}/R_{\text{Cu}} = (\rho_{\text{Al}}/\rho_{\text{Cu}})$$

- A 0.61
 B 0.78
 C 1.00
 D 1.28
 E 1.63

quesito
13

L'insieme dei due resistori R_1 e R_2 nel circuito mostrato in figura ha una resistenza equivalente di 6Ω .

- Fra i seguenti, quale può essere un valore possibile della resistenza di R_1 ?

$$R_1 = 6 R_2 / (R_2 - 6)$$

- A 1Ω
 B 3Ω
 C 4Ω
 D 6Ω
 E 8Ω

