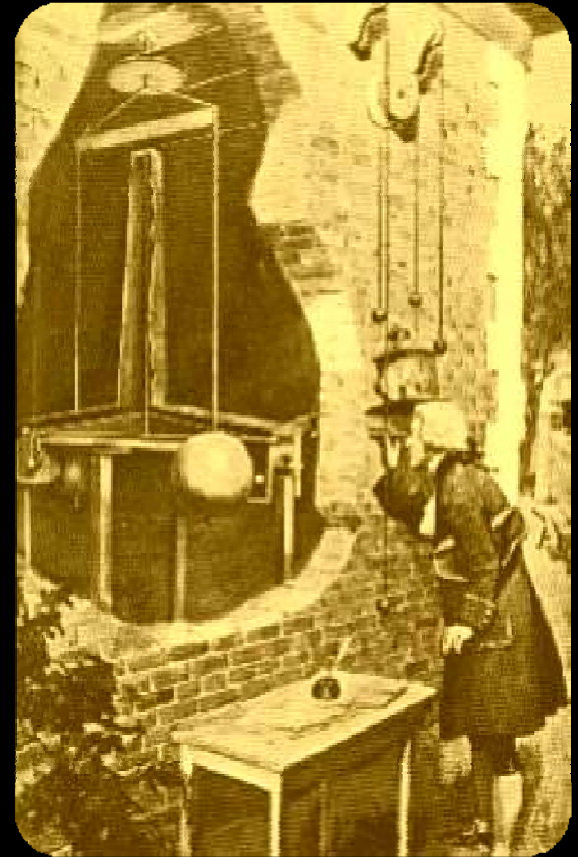
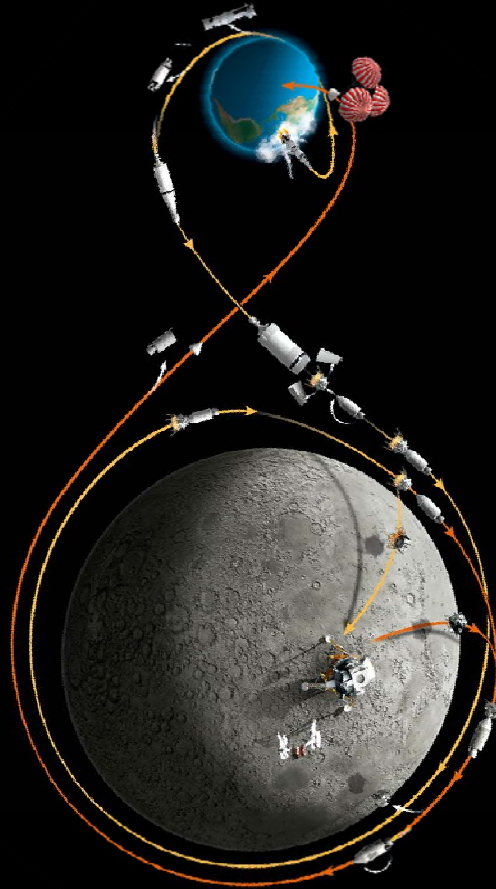
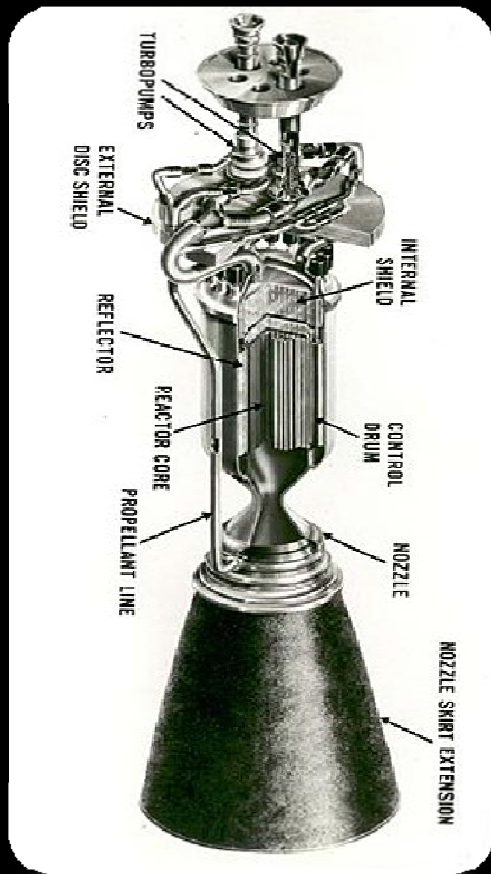
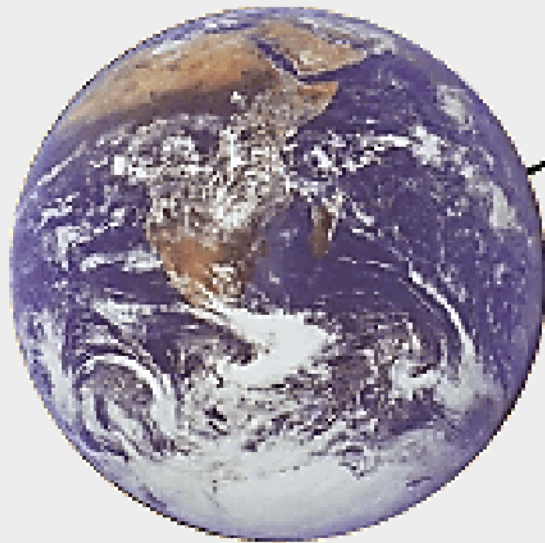


# Apollo 11:

## Tre tappe scientifiche che hanno condotto l'uomo sulla Luna





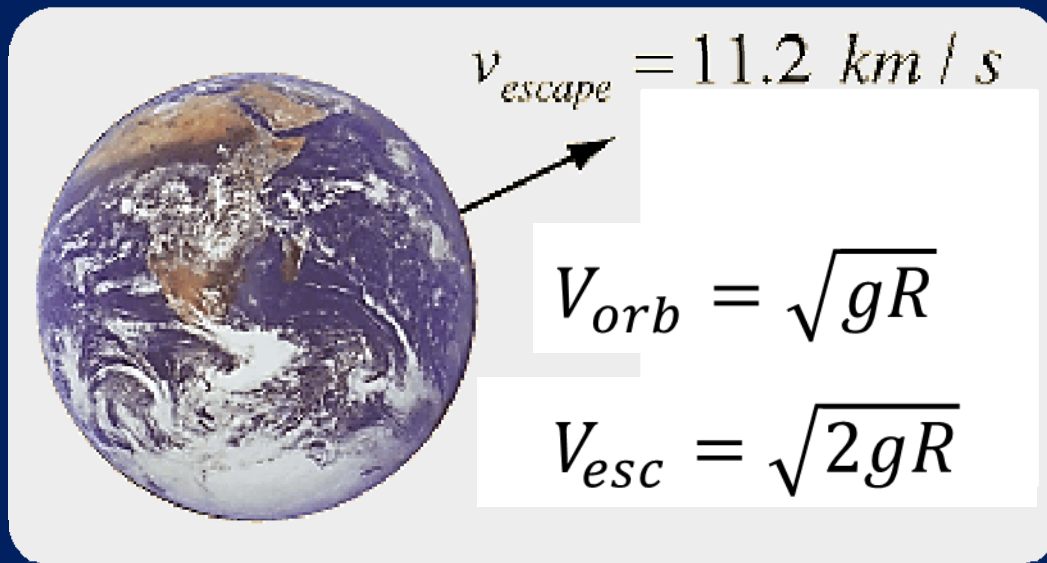
$$v_{escape} = 11.2 \text{ km / s}$$

$$V_{orb} = \sqrt{gR}$$

$$V_{esc} = \sqrt{2gR}$$

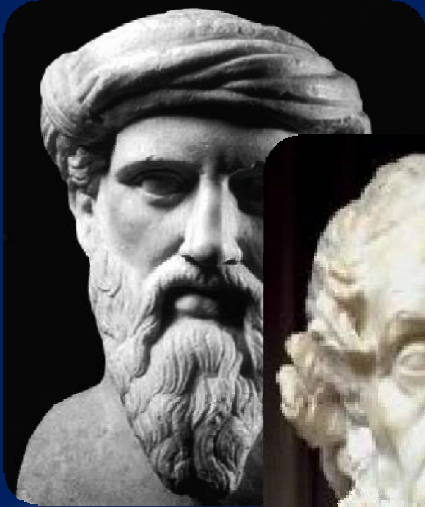
- ❑ Concetto di Velocità  $V$
- ❑ Misura Raggio della Terra  $R$
- ❑ Concetto di accelerazione di Gravità  $g$
- ❑ Numeri irrazionali  $\sqrt{2}$

# Tre passi fondamentali

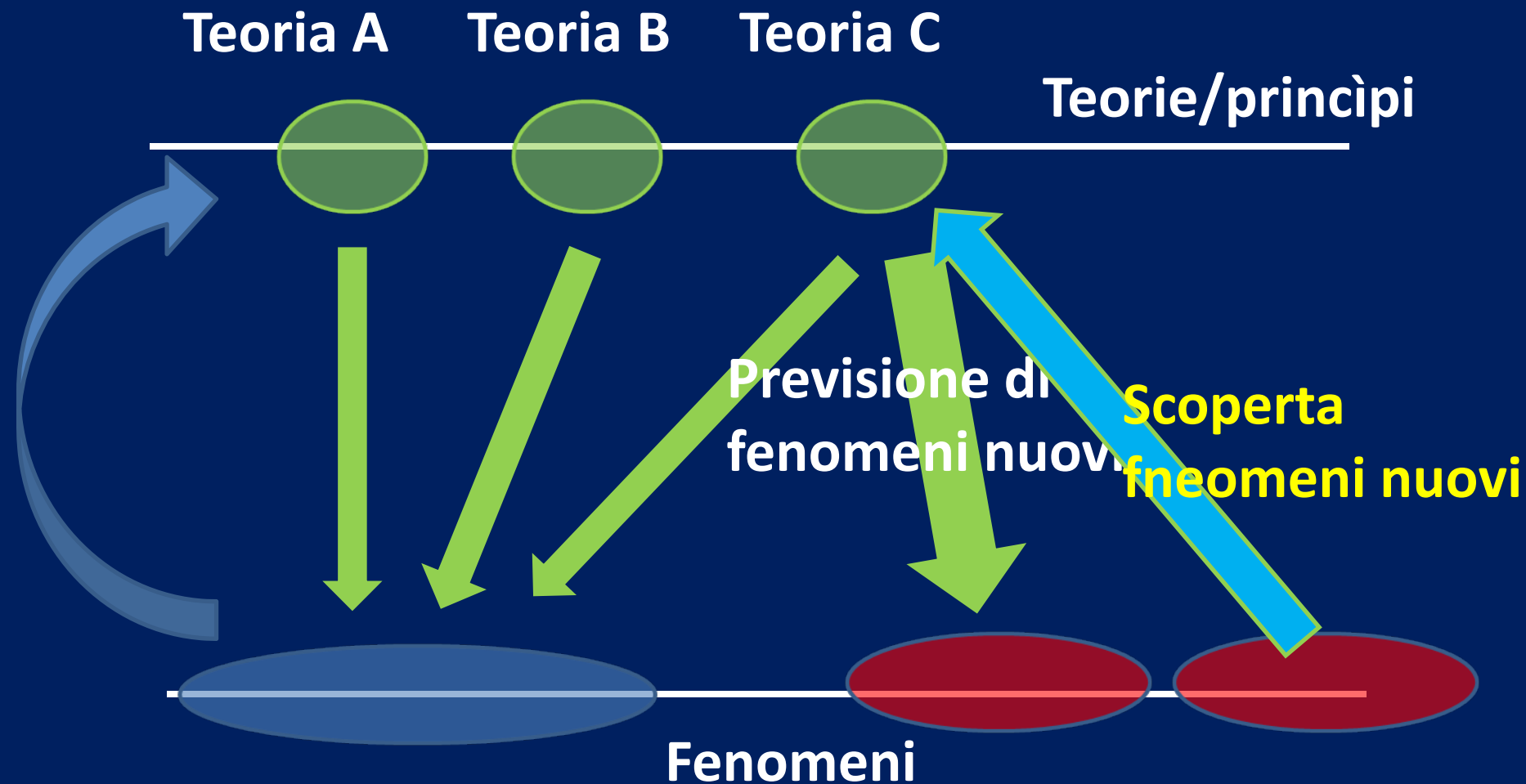


- ❑ Modellizzare il mondo con la matematica
- ❑ La scoperta della accelerazione
- ❑ La scoperta della caduta della Luna

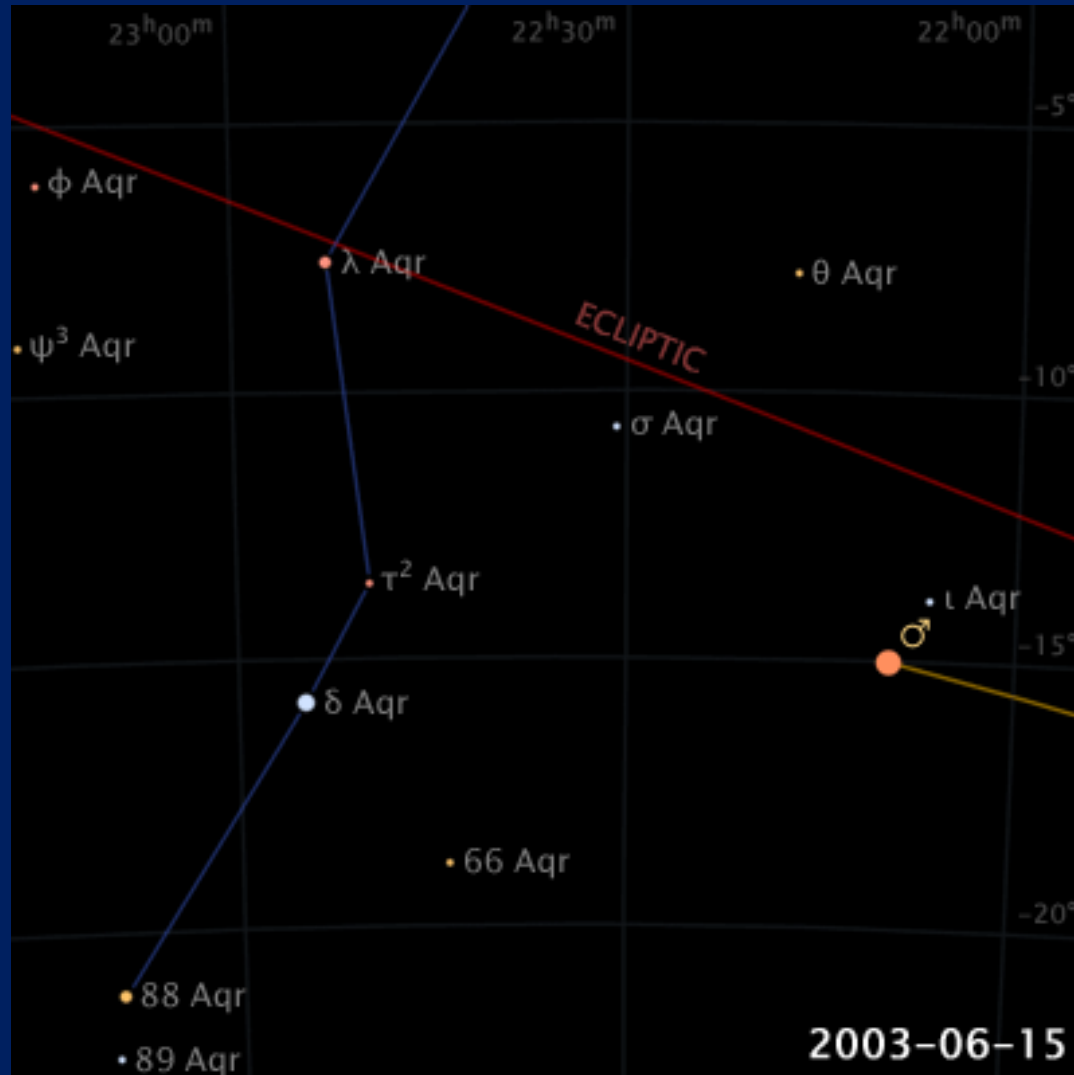
# I PASSO: Modellizzare il mondo con la matematica



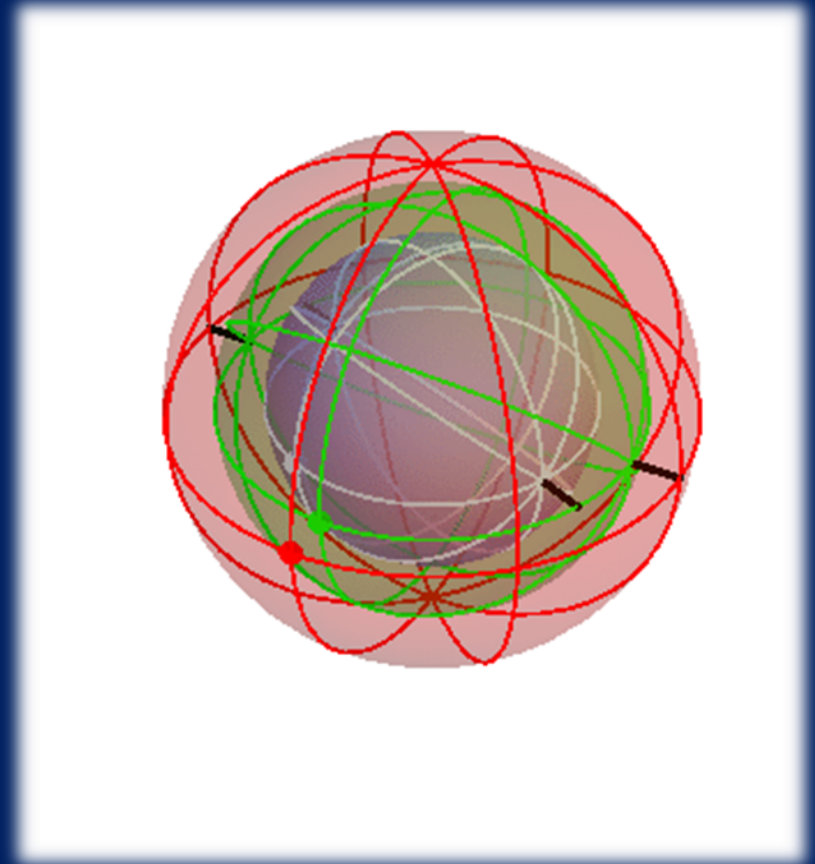
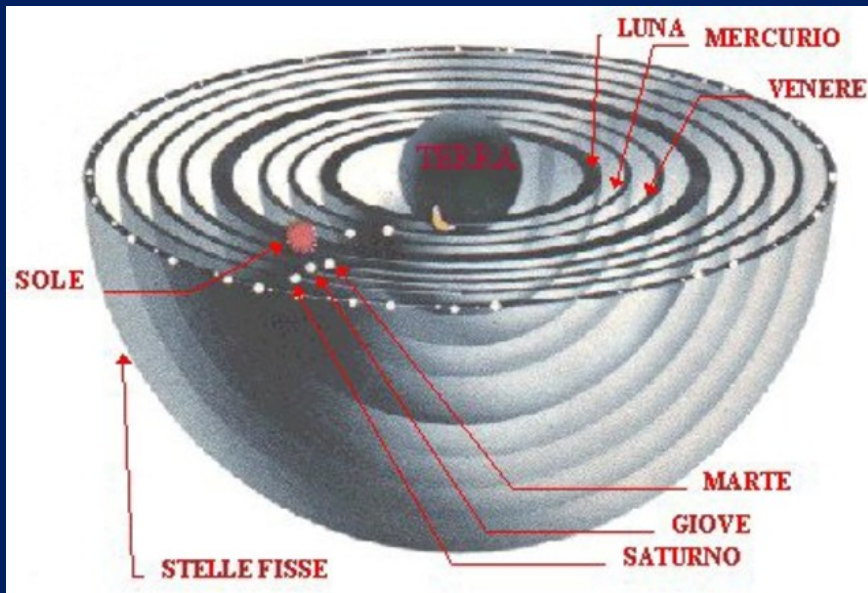
# Le teorie devono salvare i fenomeni



# Fenomeni: retrogradazioni planetarie; cambiamento luminosità pianeti

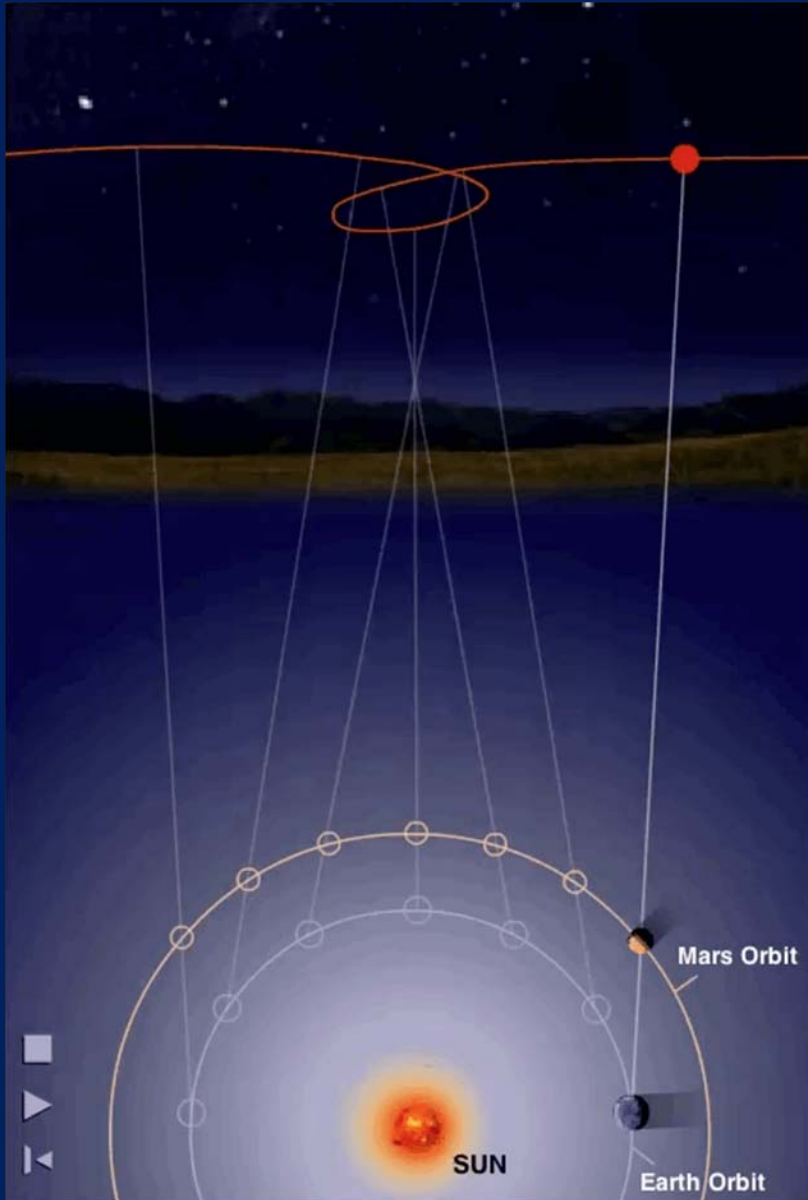


# Le sfere omocentriche di Eudosso di Cnido (-IV)



Questo modello non spiegava la diversa  
luminosità dei pianeti nel tempo

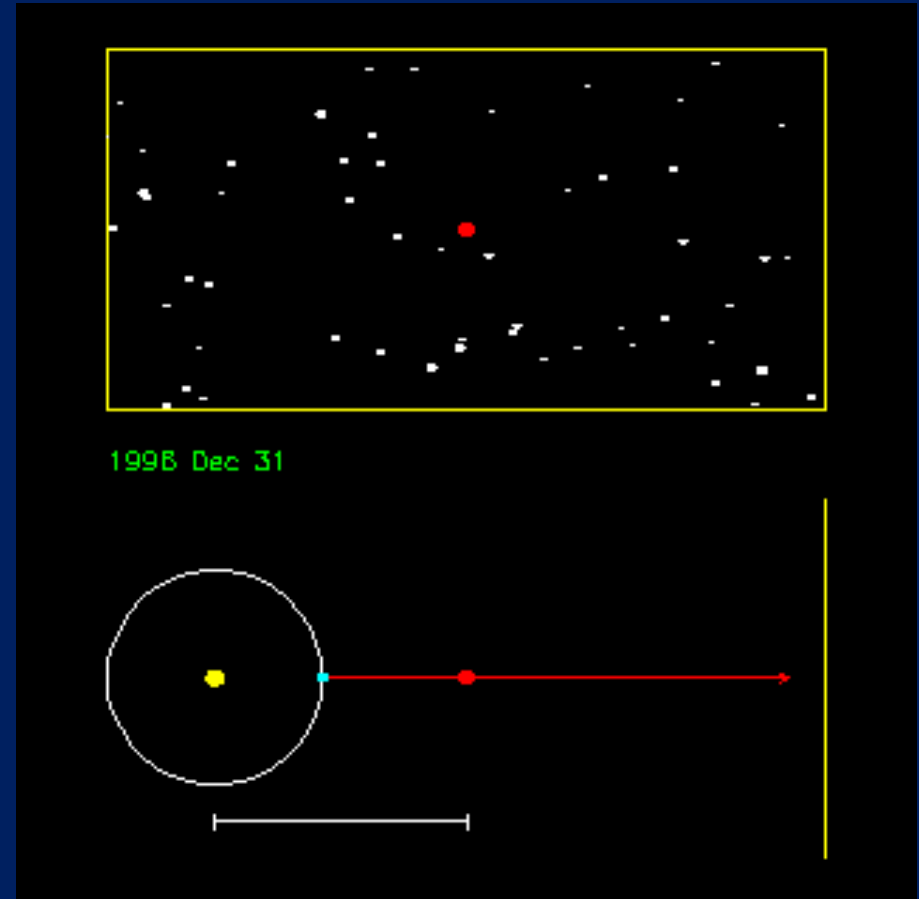
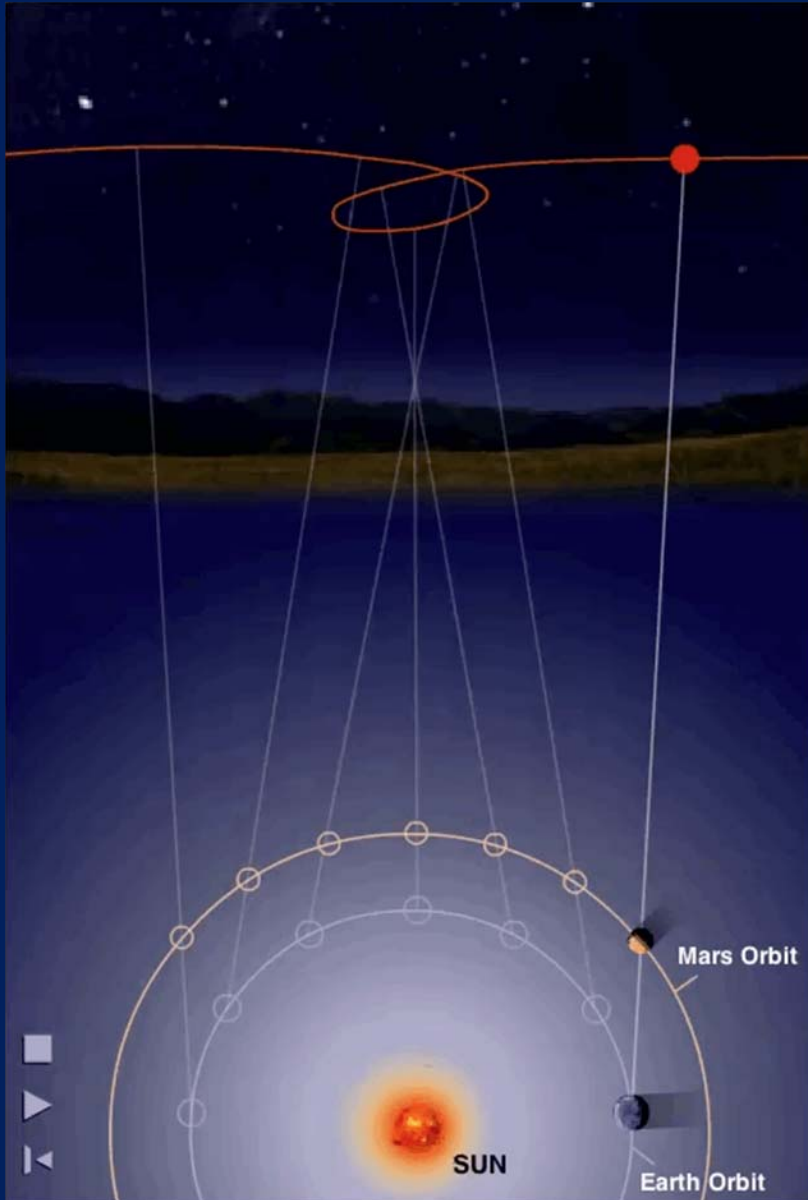
# Eliocentrismo



- 1) Spiega le retrogradazioni
- 2) Spiega la diversa luminosità nel tempo
- 3) Spiega perché i cappi sono più piccoli per pianeti più lontani

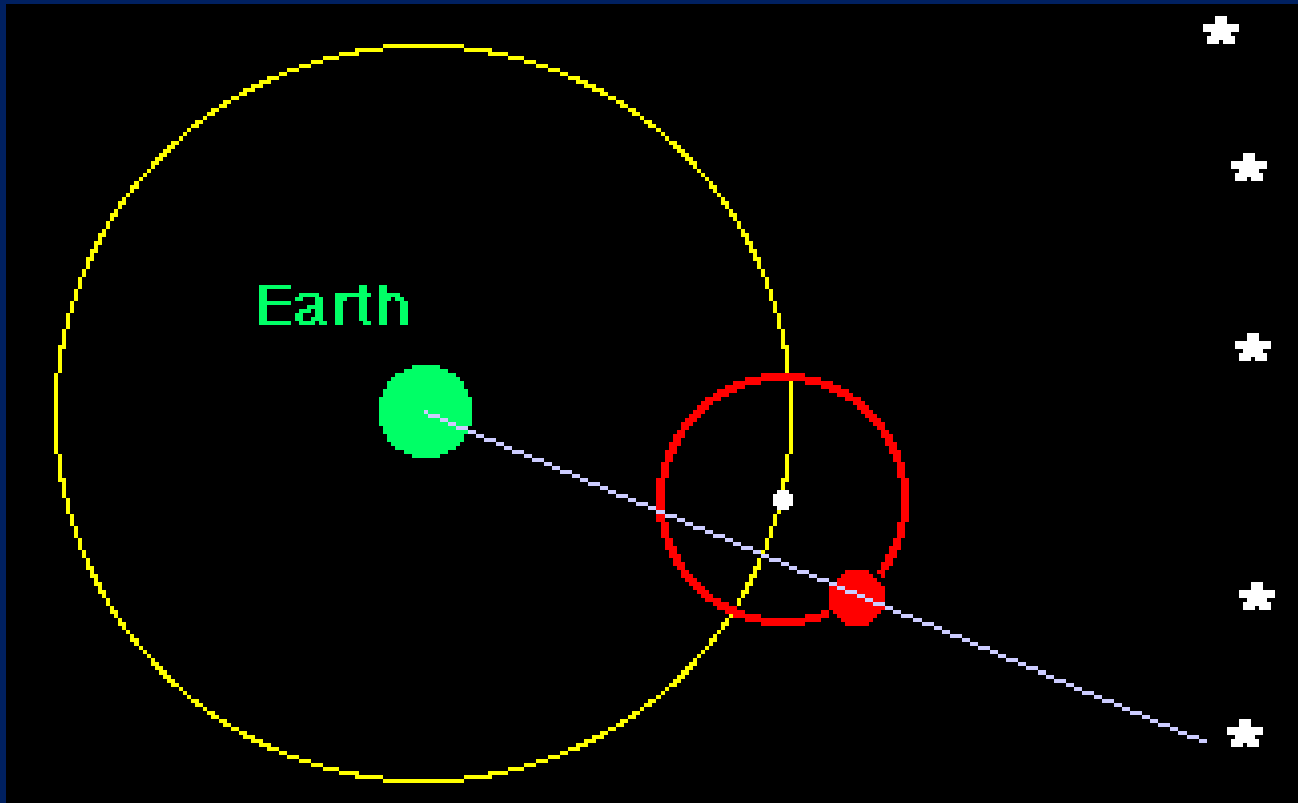


# Eliocentrismo



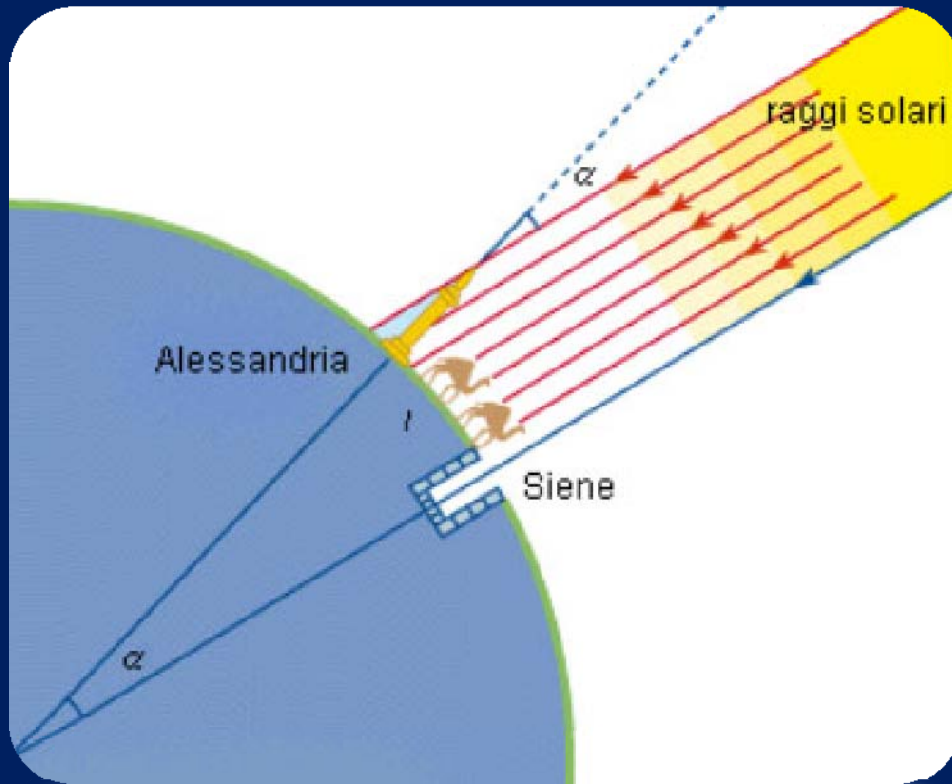
**Perché la terra che è un mondo  
si comporta come un pianeta?  
Perché non percepiamo il moto  
della Terra?**

# Epicycli e deferenti



**Non spiega perché gli epicicli hanno quelle dimensioni e non altre**

# Eratostene (276 a.C. –194 a.C.) misura la circonferenza terrestre!



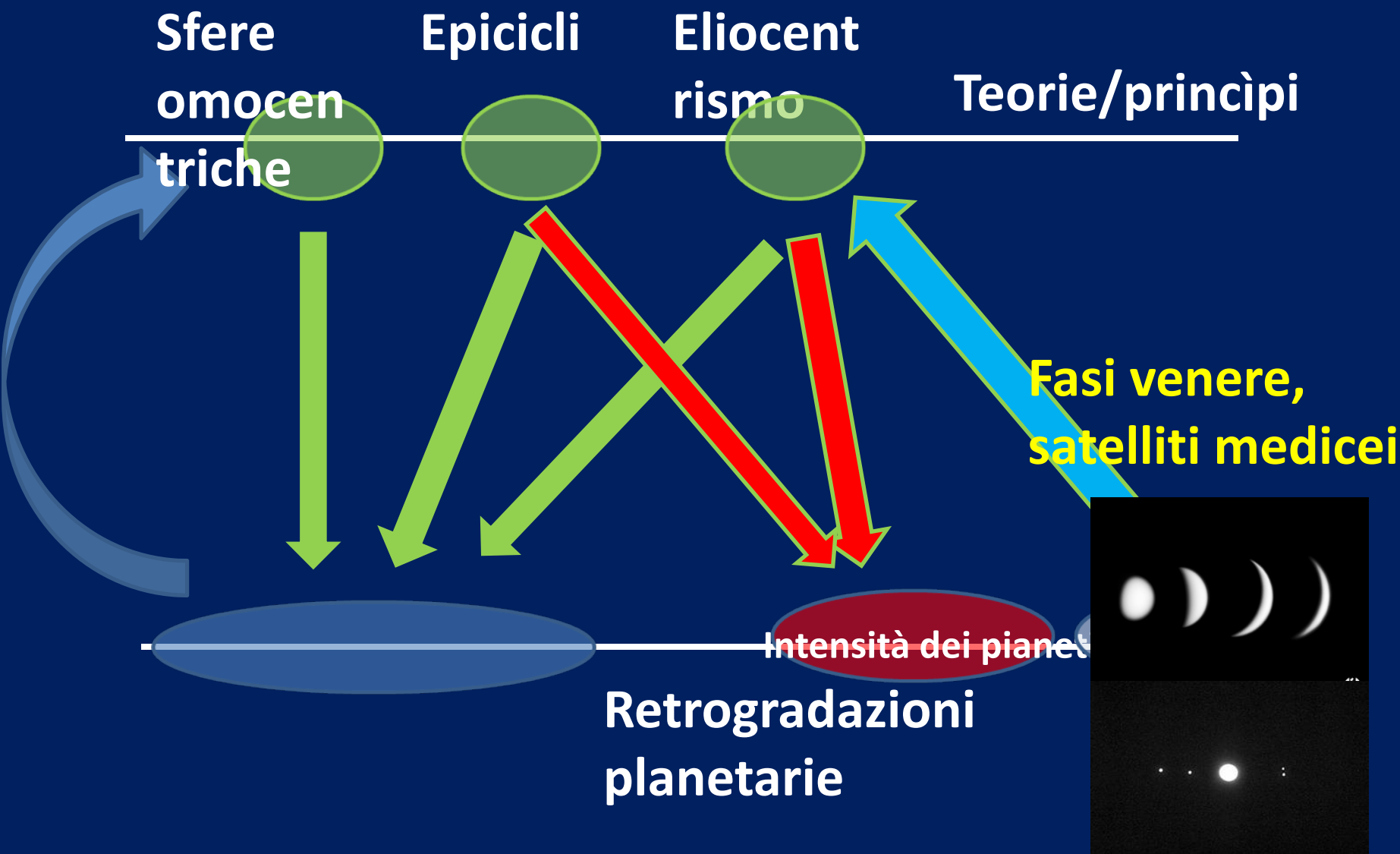
X stadi:  $5000 \text{ stadi} = 360^\circ : 7^\circ$

$X = 5000 \times 360 / 7 = 257.000 \text{ stadi}$

Ipparco ricava la  
distanza della Luna  
in 60 diametri  
terrestri

L'Universo ha così una dimensione in  
stadi già nel III secolo a.C.!

# Le teorie devono salvare i fenomeni



Sfere omocentriche

Epicicli

Eliocentrismo

Teorie/principi

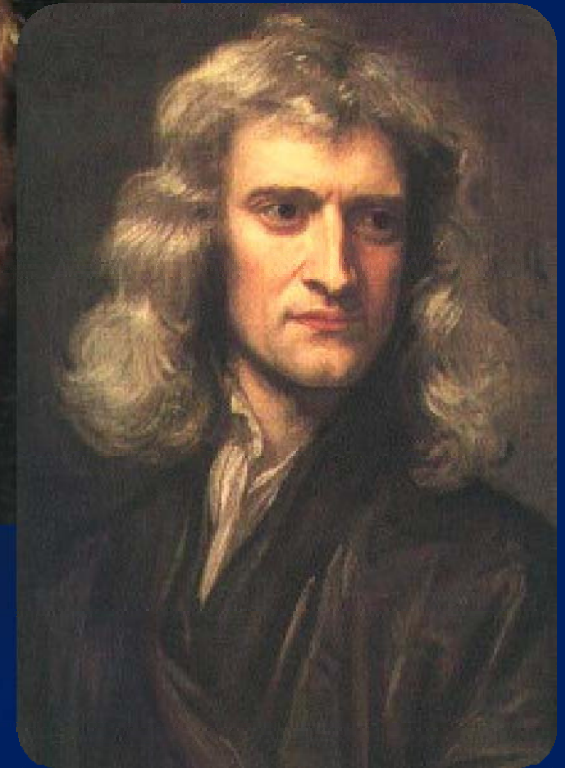
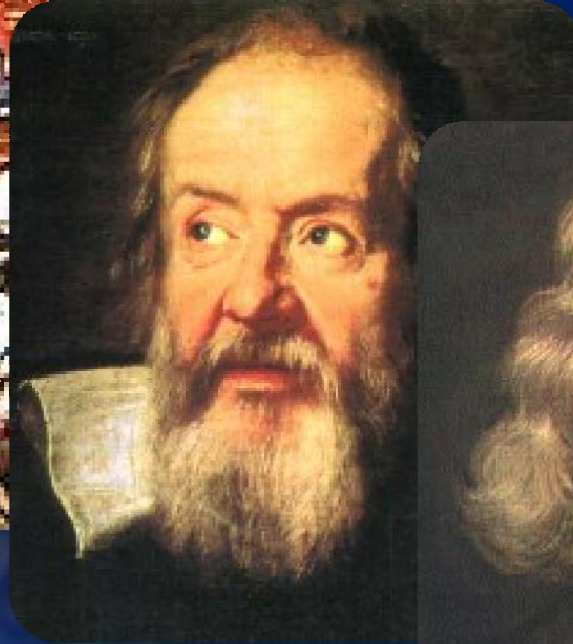
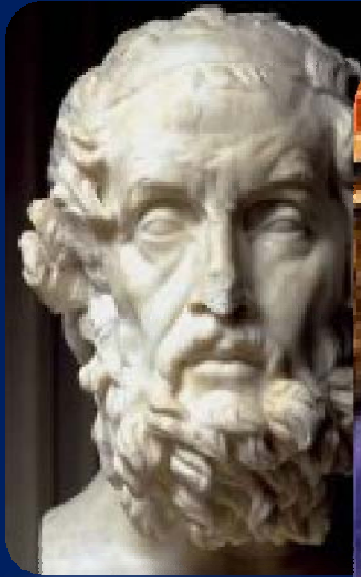
Fasi venere, satelliti medicei

Intensità dei pianeti

Retrogradazioni planetarie



# II PASSO: La scoperta della accelerazione



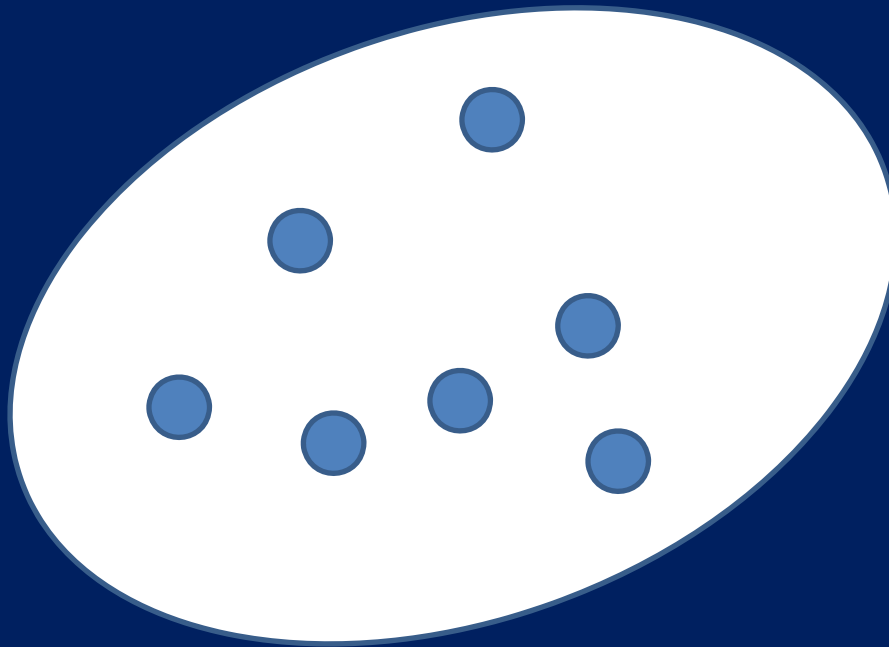
# Il problema del rapporto tra grandezze

$$V = \frac{S}{T}$$

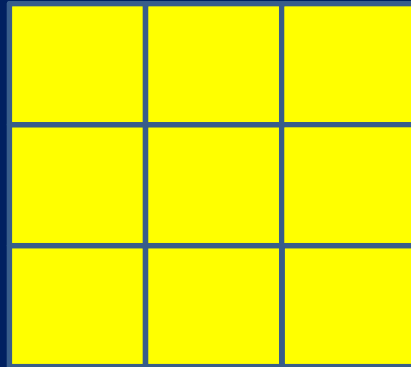
Definire  $V$  in quel modo implica

- a) definire cosa vuol dire misurare una grandezza;
- b) stabilire che significa rapporto tra due grandezze  $a$  e  $b$

Ἄριθμός δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.  
Numero è una pluralità composta da unità<sup>8</sup>.



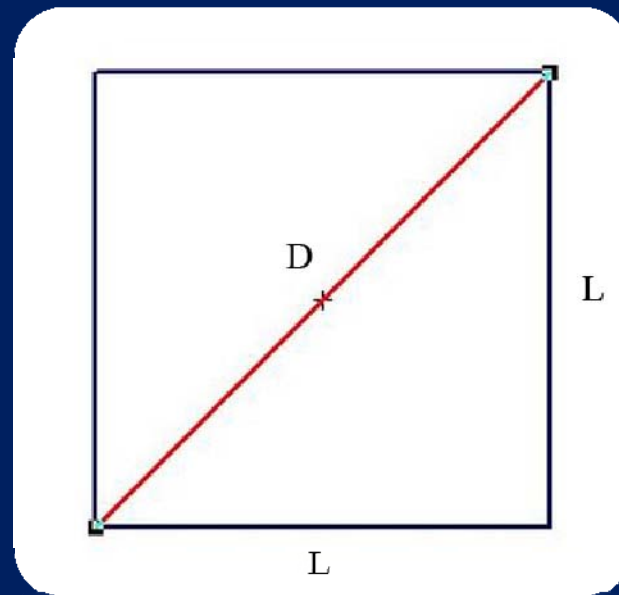
Misurare per i Pitagorici significa contare quante volte una unità scelta entra in una grandezza ad essa omogenea: rapporto tra grandezze



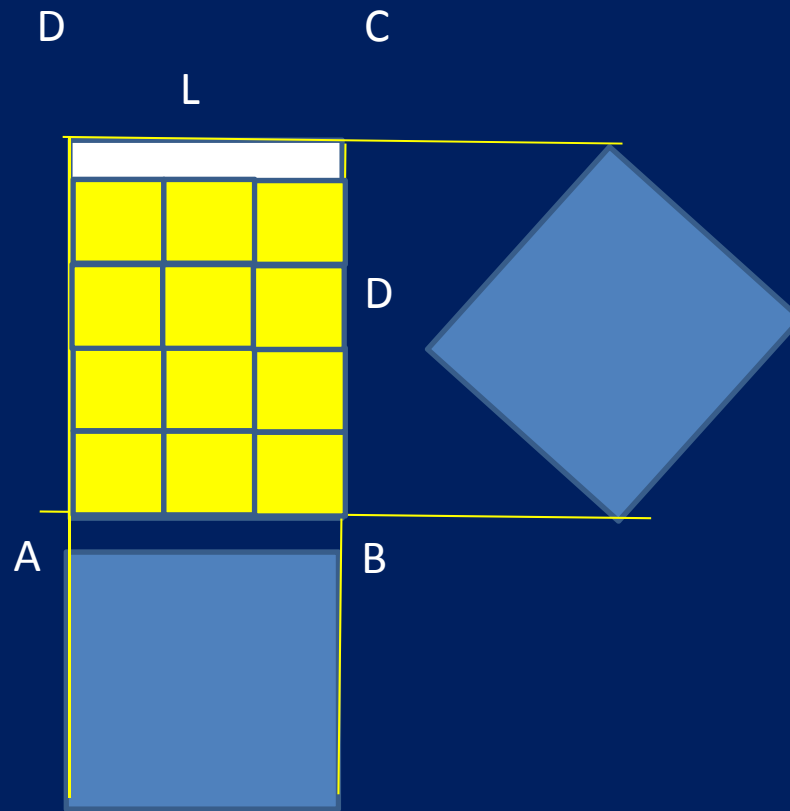


□ Pitagorici: due grandezze  $a$  e  $b$  hanno rapporto SSE esiste una grandezza omogenea che entra un numero intero di volte nell'una ( $m$ ) e nell'altra ( $n$ )

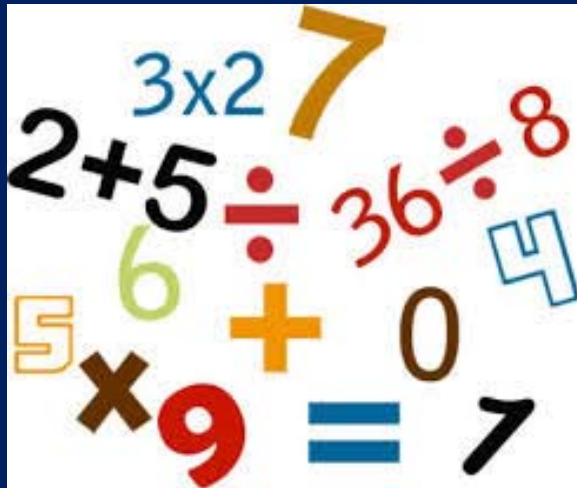
□ Ma esistono grandezze incommensurabili, ovvero che non hanno rapporto nel senso suddetto pur potendo dall'uno sottrarre l'altro.



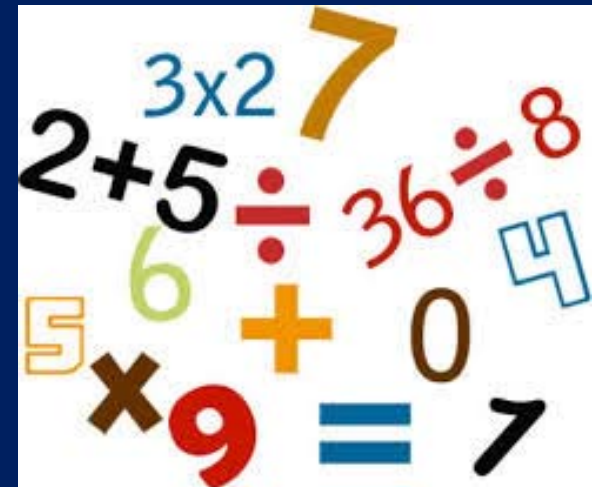
# Impossibilità di misurare aree



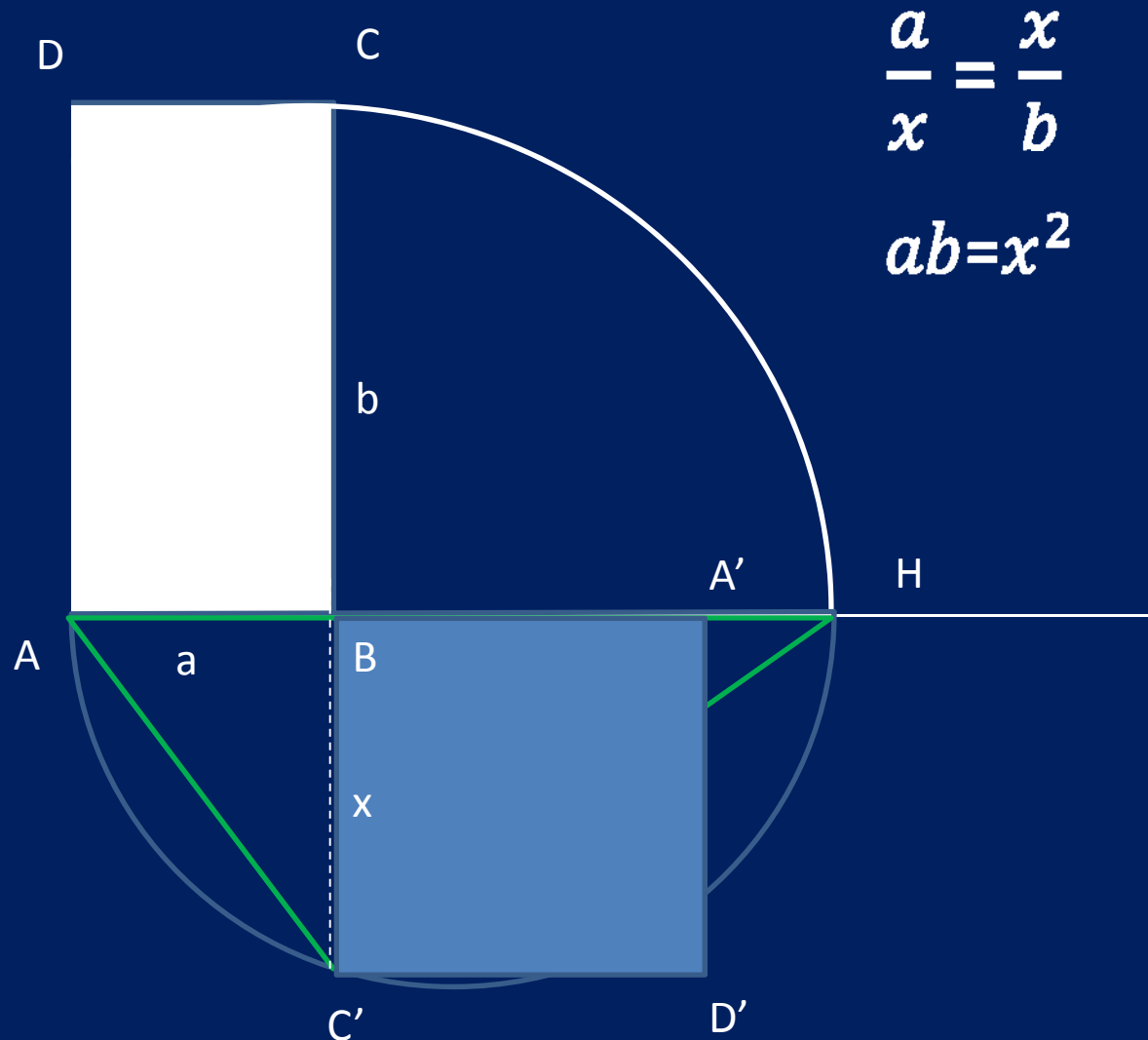
# Prima (Pitagorici)



# Dopo (Eudosso)



Come misurano i greci dopo Ippaso? Misurare vuol dire trovare una costruzione geometrica equivalente  
(Algebra Geometrica)



# Il Rapporto dopo Ippaso (V libro di Euclide)

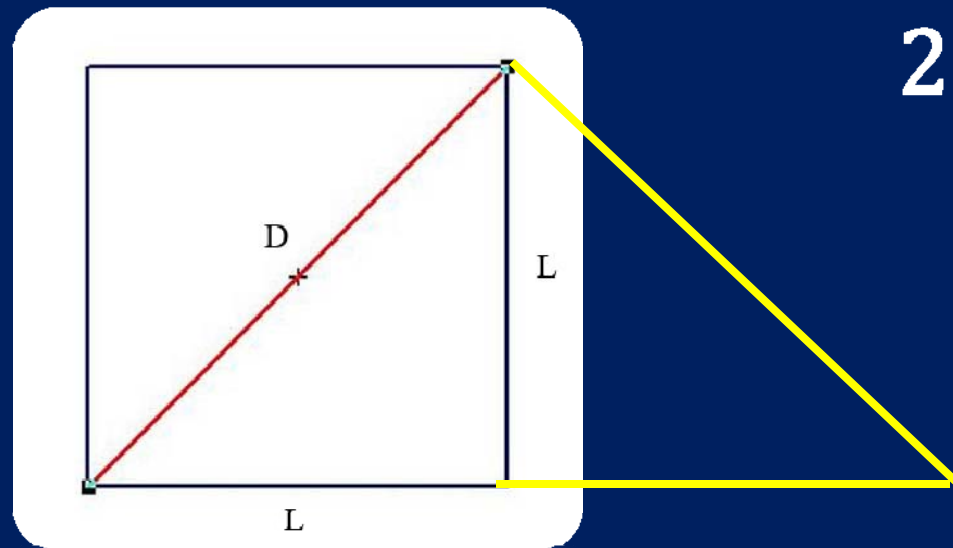
Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ **πηλικότητα** ποιά σχέσις<sup>167</sup>.

Il rapporto è una certa relazione secondo la quantità di due grandezze omogenee.

- ❑ Ha senso perché per i greci occorre trovare un attributo che li metta in relazione, per cui posso fare rapporti solo tra grandezze omogenee di modo da dire quale sia la maggiore, la minore o se sono uguali.
- ❑ Quindi **spazio e tempo** non c'entrano nulla tra loro.
- ❑ Logos si usa anche per grandezze «alogoi»

# Il Rapporto dopo Ippaso

Λόγον ἔχειν πρὸς ἀλλήλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν. (Eucl. *Elem.*, V, Def. 4)  
Si dice che grandezze hanno tra loro un rapporto se, moltiplicate, possono superarsi reciprocamente.

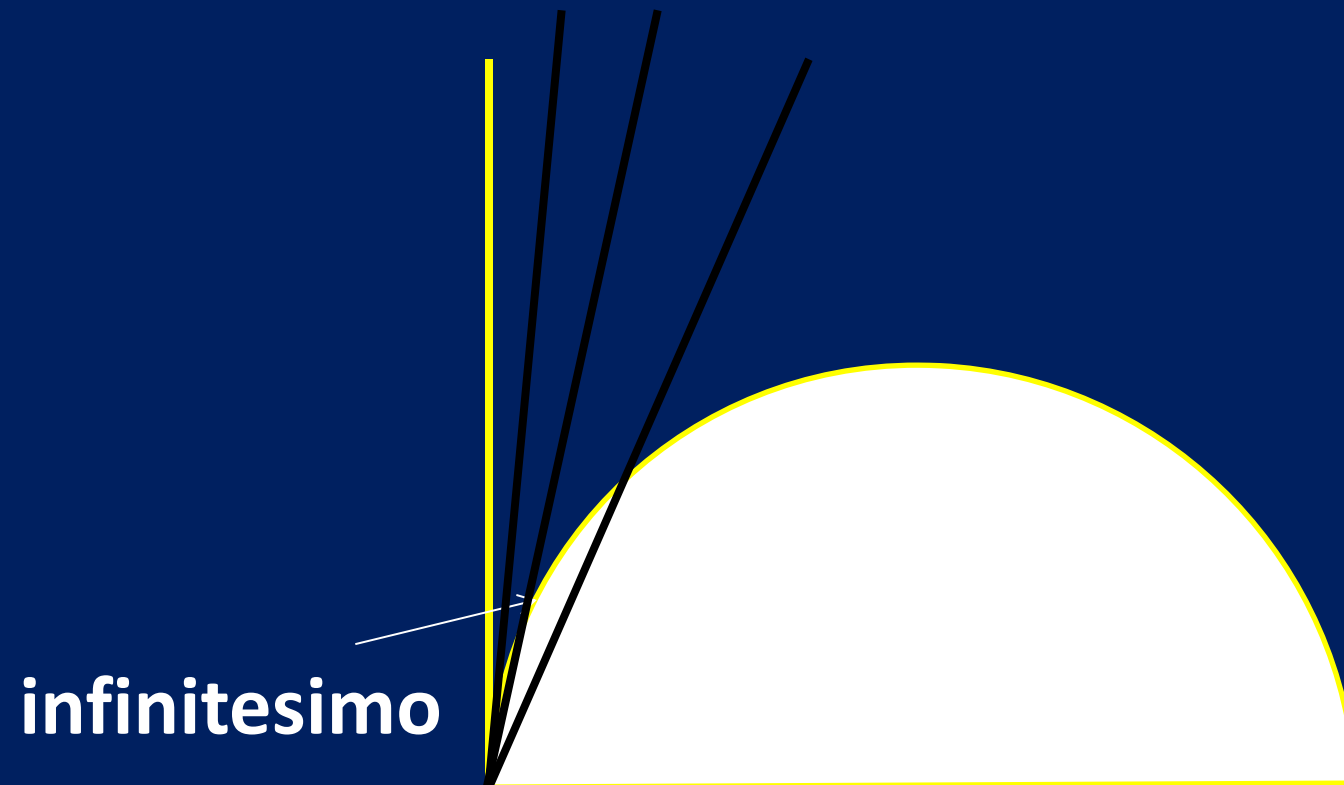


$$2L > D$$

$$2 \times L$$

Λόγον ἔχειν πρὸς ἀλλήλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται  
πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν. (Eucl. *Elem.*, V, Def. 4)  
Si dice che grandezze hanno tra loro un rapporto se, moltiplicate,  
possono superarsi reciprocamente.

$$a < b \quad \rightarrow \quad na > b \quad \leftrightarrow \quad \frac{b}{n} < a$$



- ❑ Non posso definire rapporti tra grandezze disomogenee come  $S/T$
- ❑ Non posso definire rapporti tra infinitesimi come  $dS/dT$

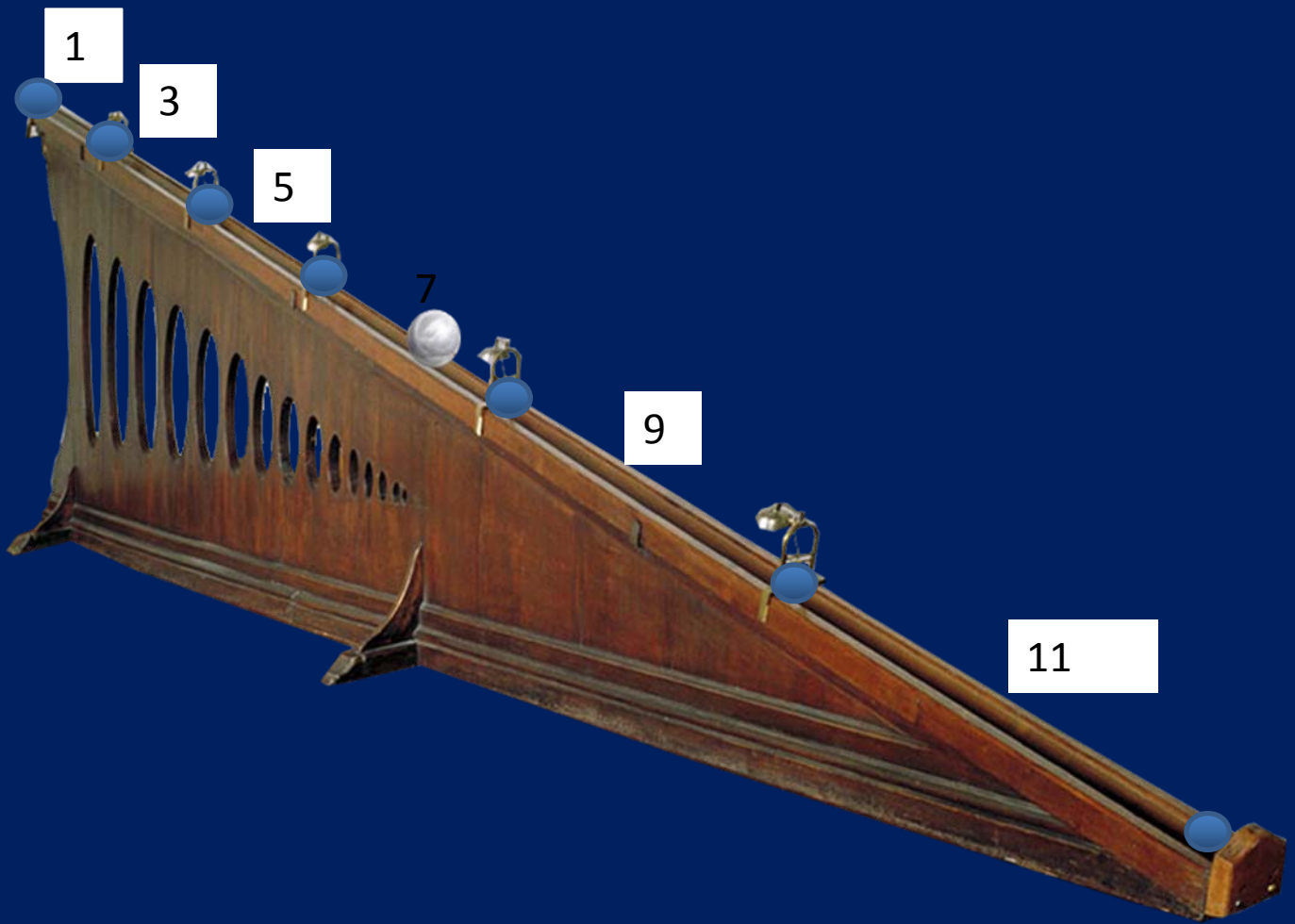
**I greci non sviluppano la cinematica**



# Se non sono ammessi rapporti inomogenei come trattare la velocità non uniforme?

- ❑ Fissato  $T \rightarrow V$  è misurato da  $D$  (ad esso proporzionale)
- ❑ Fissato  $D \rightarrow V$  è misurato dall'inverso di  $T$





1

3

5

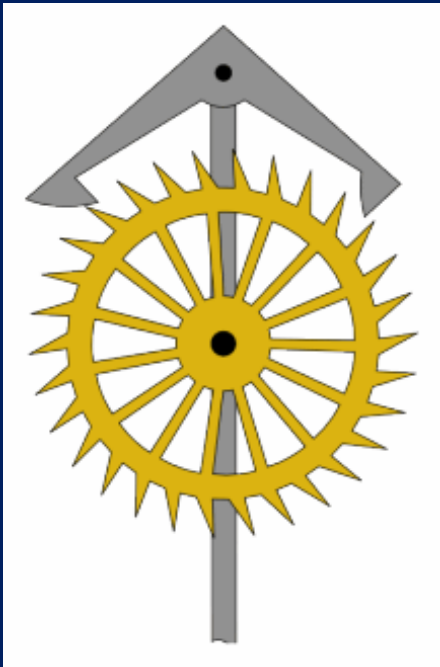
7

9

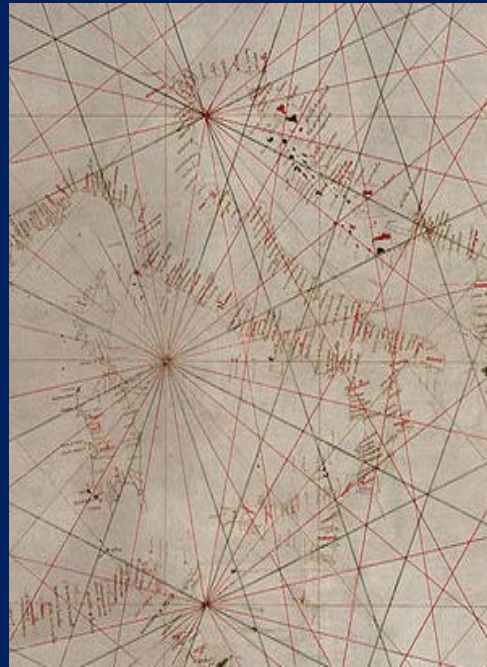
11

# Un passo indietro: XIV secolo

□ **Orologi a scappamento** (il tempo si quantifica e misura)



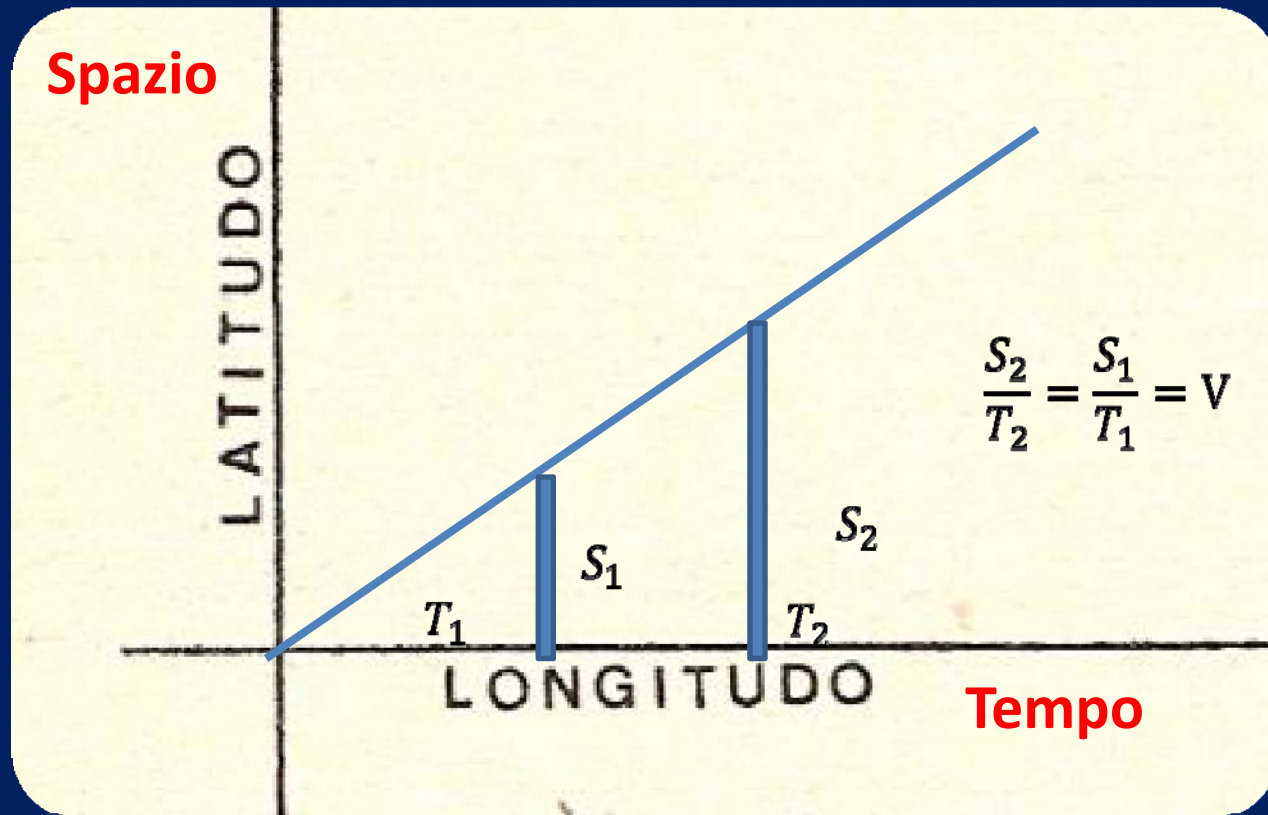
□ **Carte geografiche portolane** con coordinate polari multiple



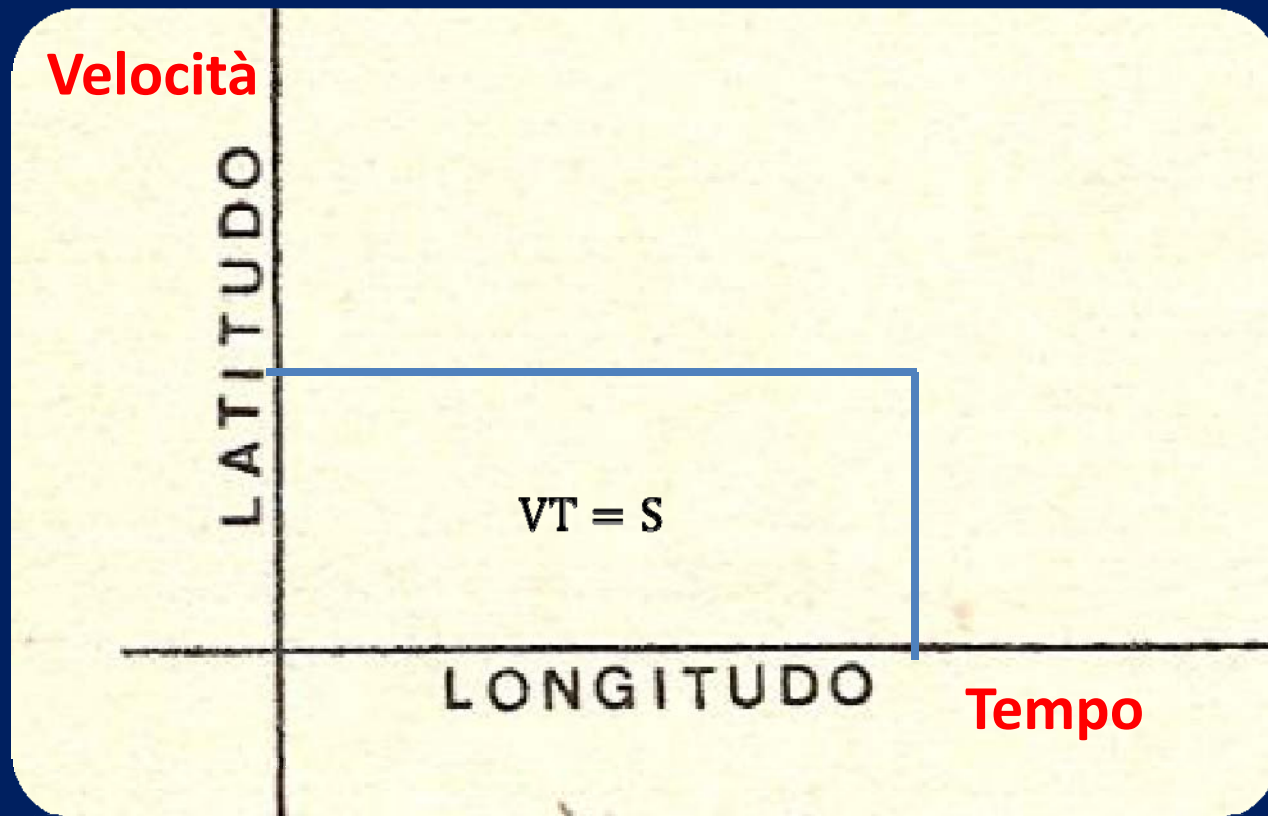
□ **Partita doppia** (Pacioli)



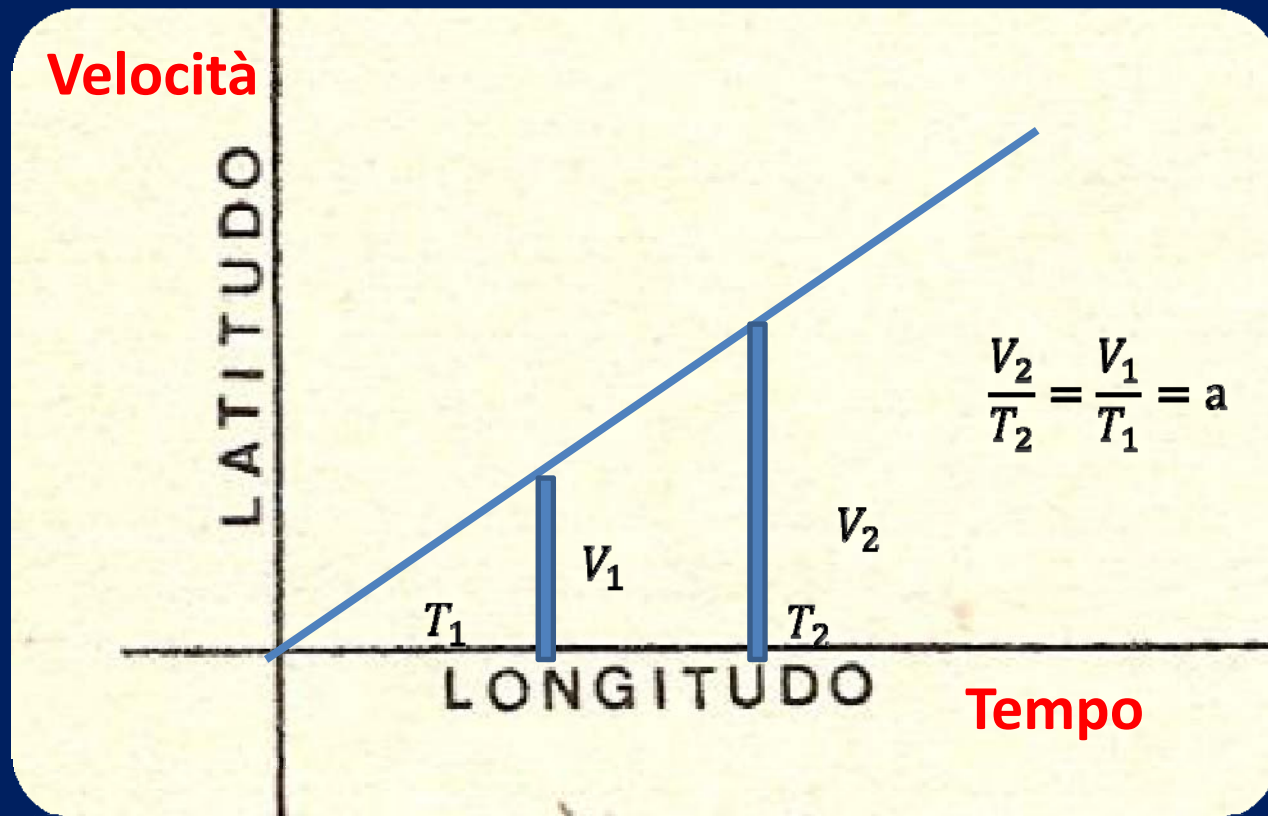
# Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



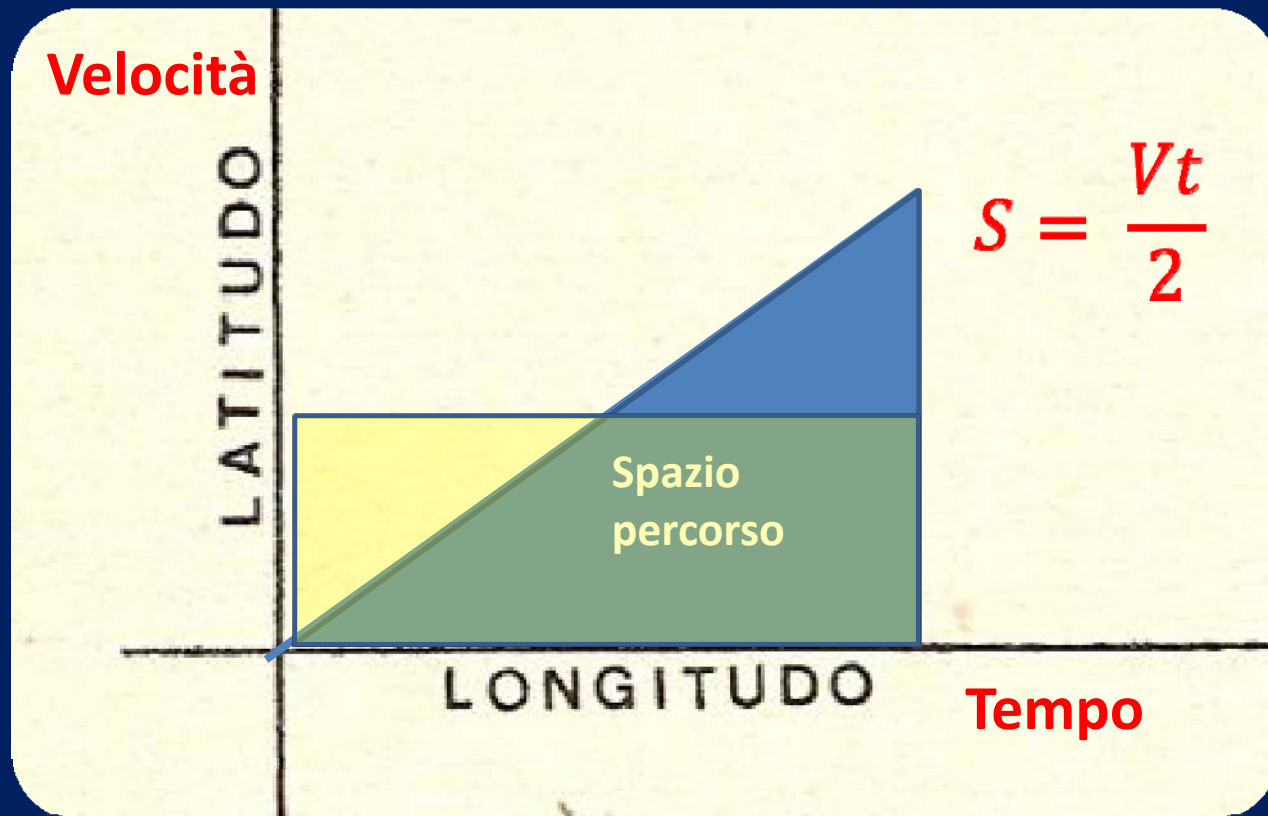
# Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



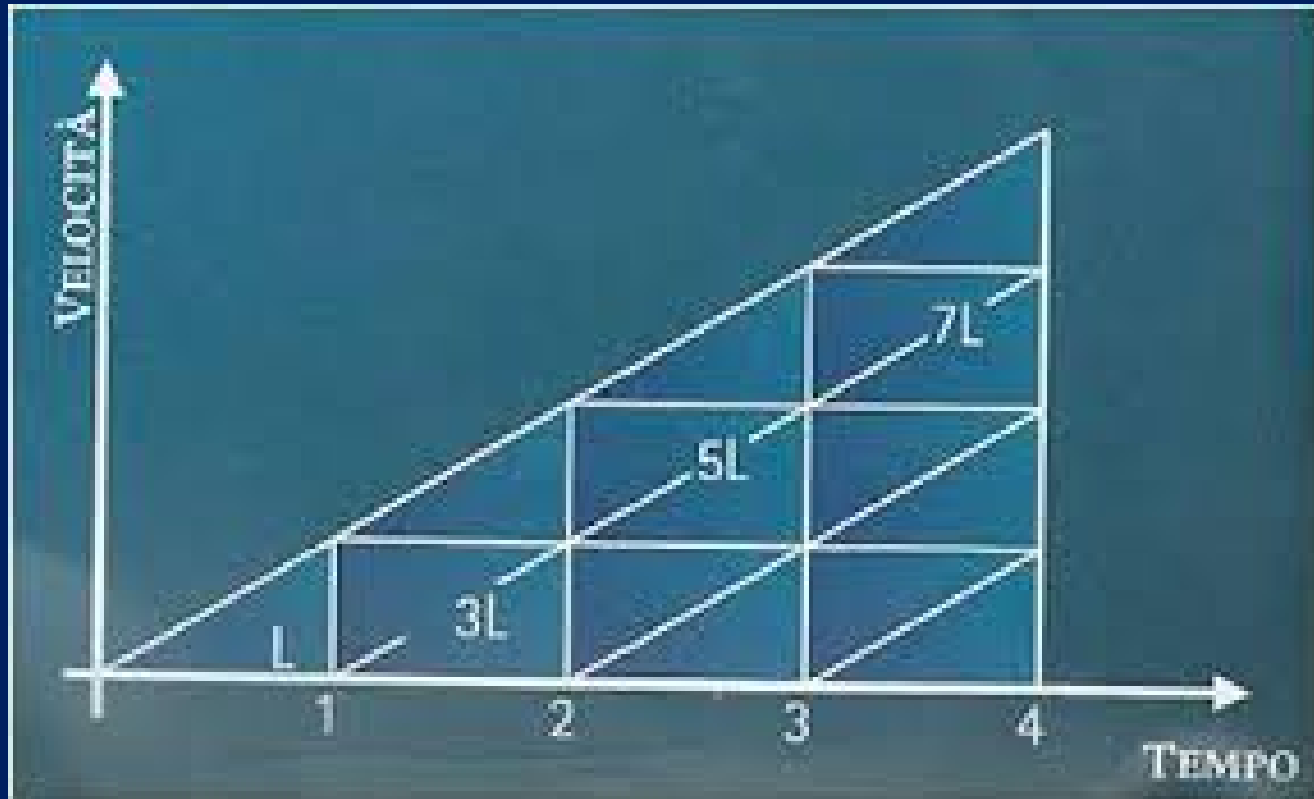
# Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



# Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



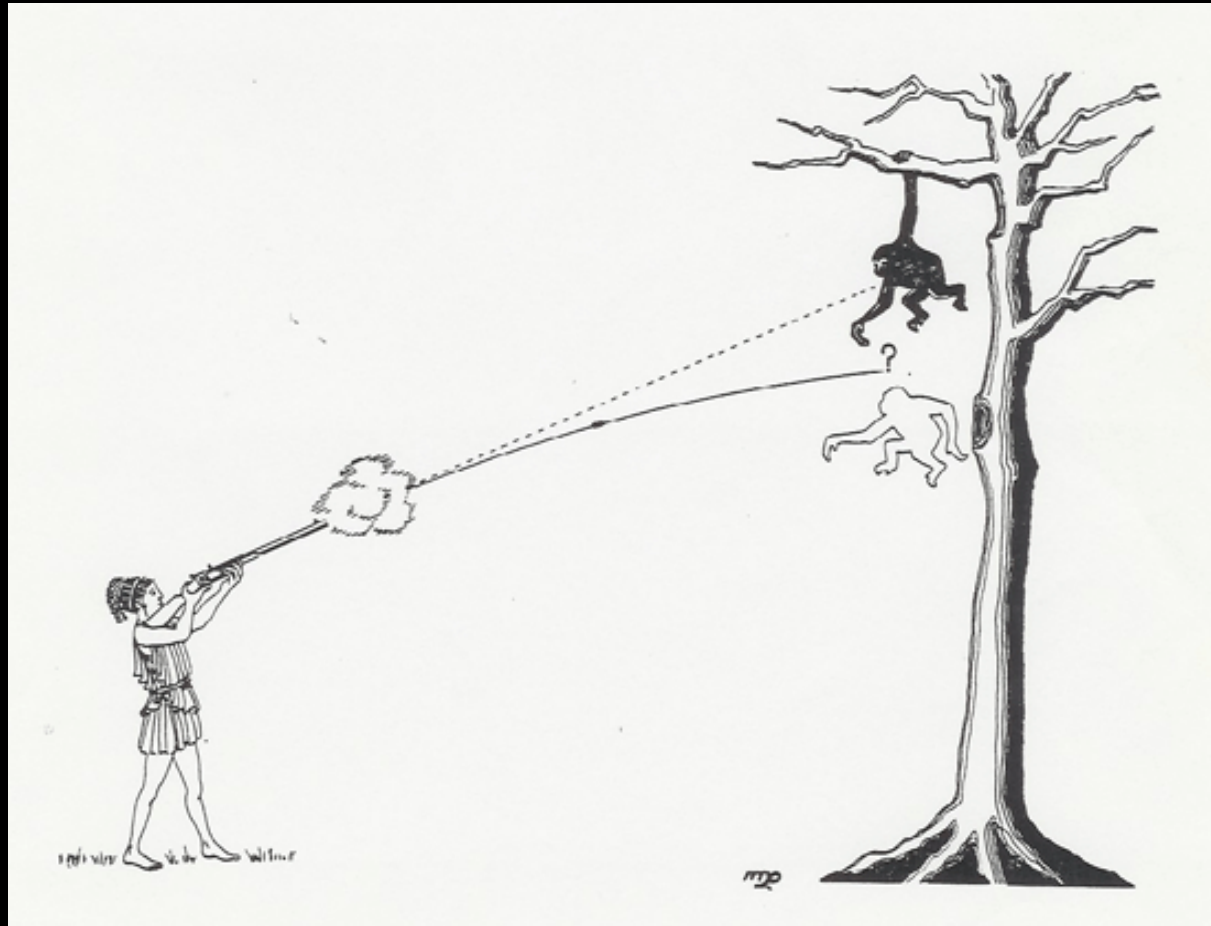
# Torniamo a Galileo



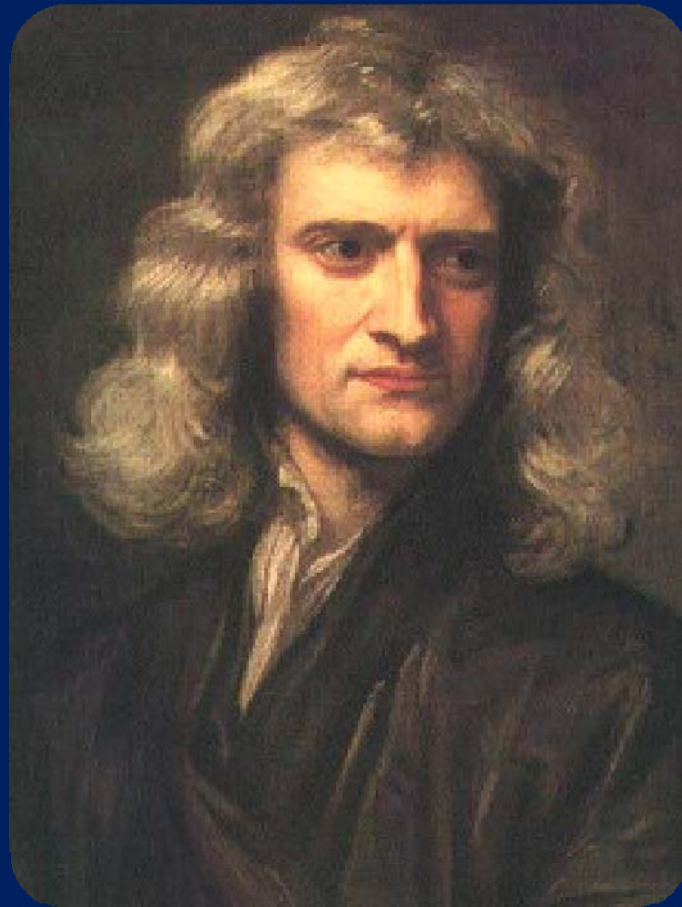
$$S = \frac{Vt}{2} = \frac{1}{2}at^2$$

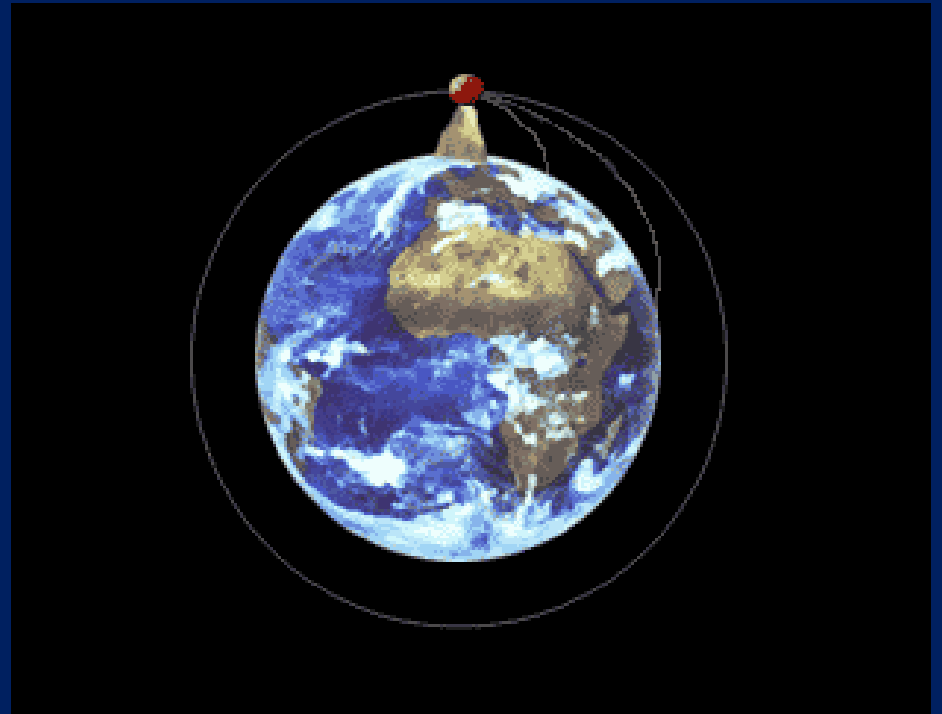
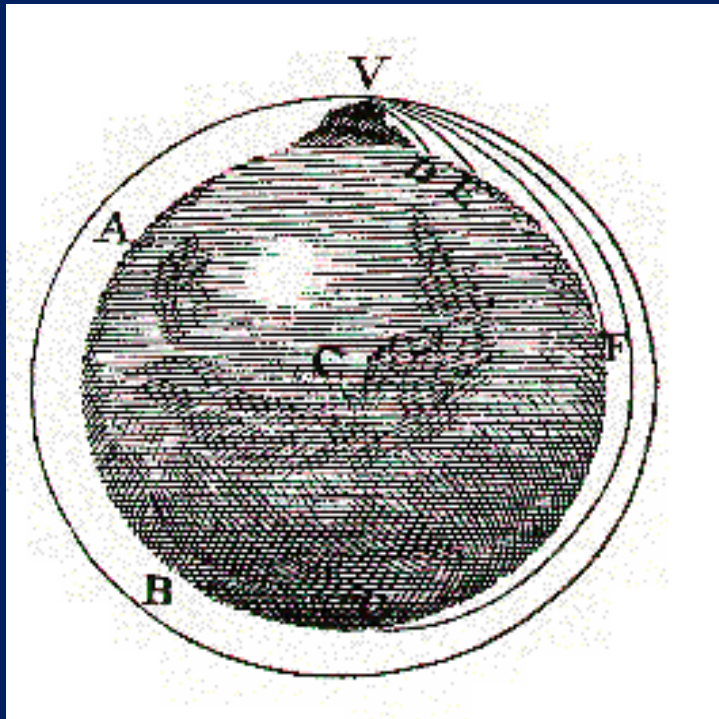


# Moto parabolico: combinazione moti

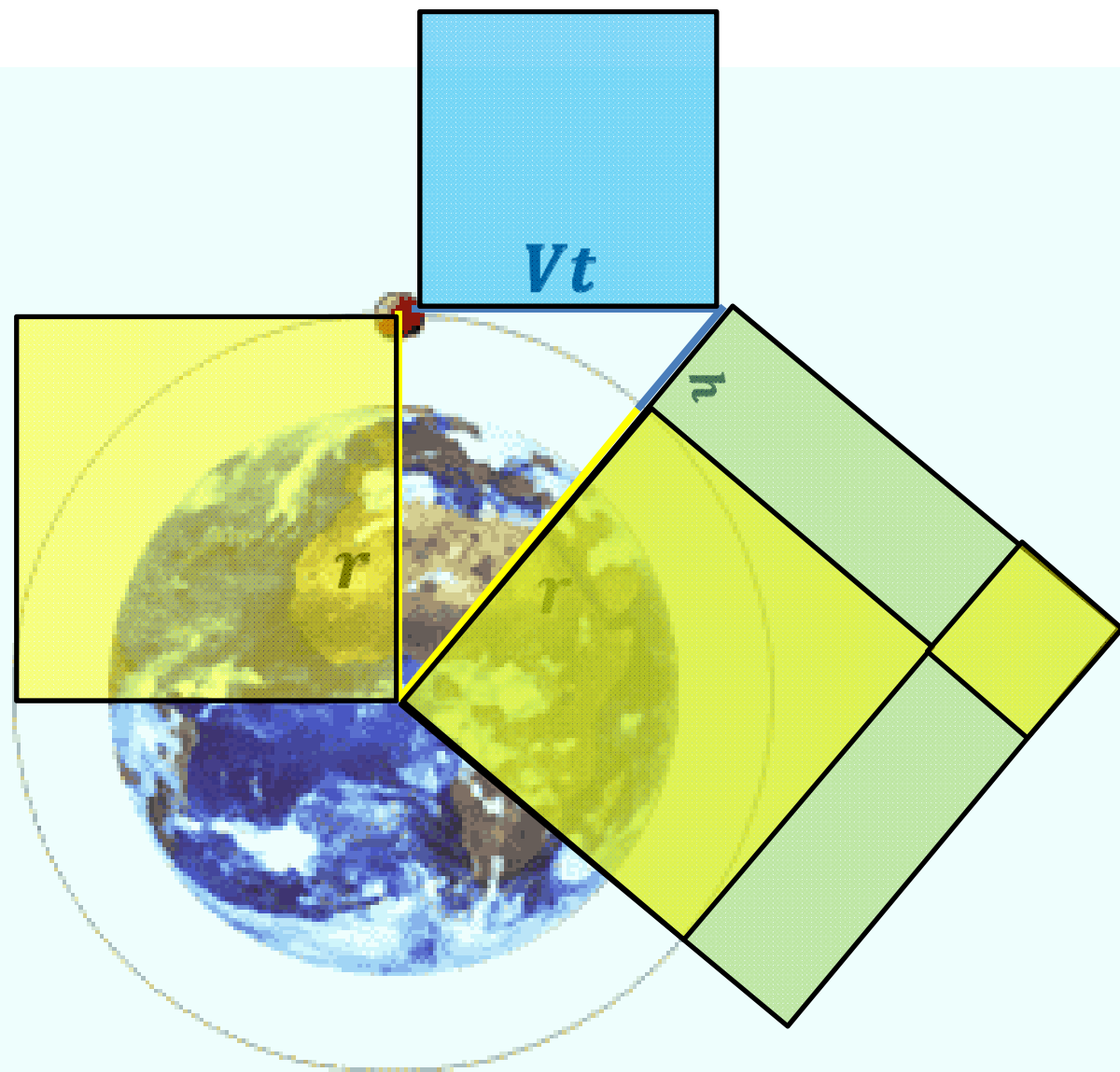


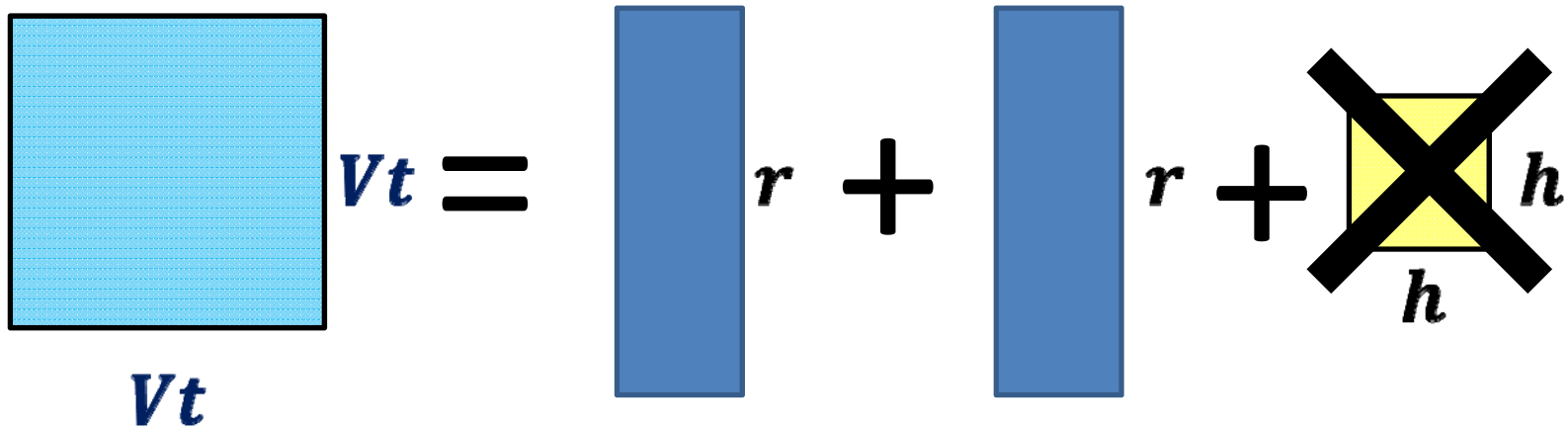
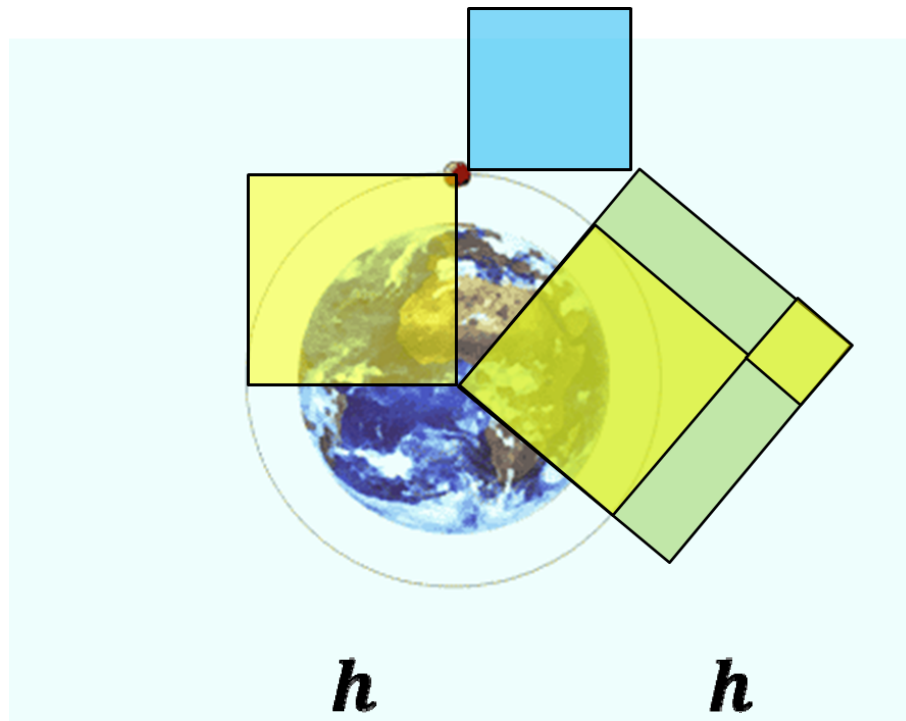
# III PASSO: La scoperta della caduta della Luna





Calcolo alla lavagna

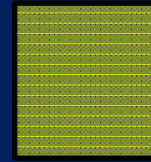




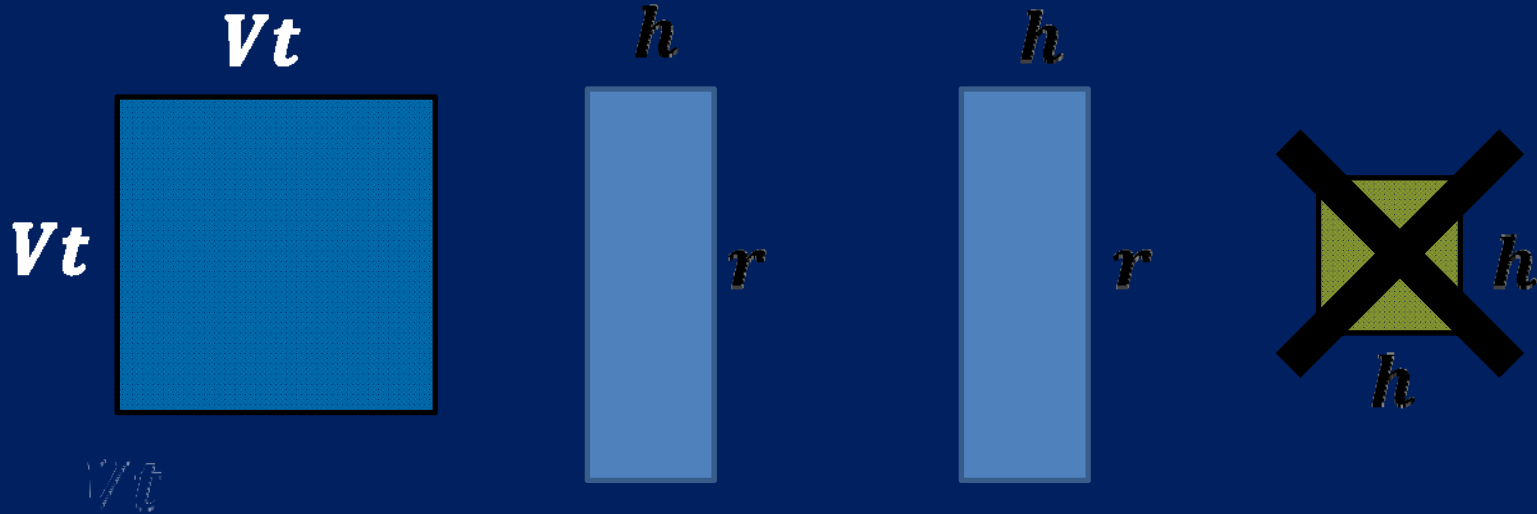
$$(Vt)^2 = 2rh \implies h = (Vt)^2 / 2r$$

Siamo sicuri che possiamo

trascurare



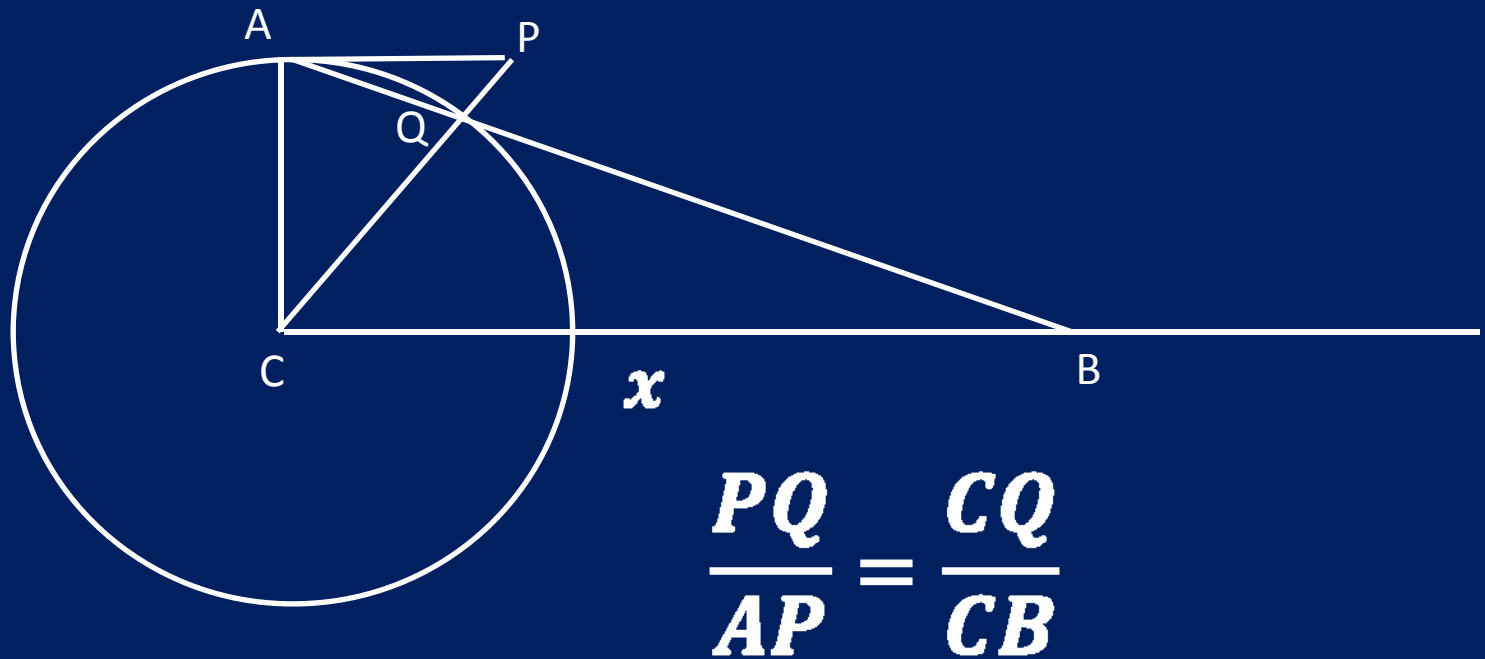
?



$$h \ll r$$

$$h \ll Vt \text{ ??????}$$

# Una dimostrazione geometrica sugli infinitesimi



$$\frac{h}{Vt} = \frac{r}{x} \xrightarrow{t \rightarrow 0} 0$$



$$r \ll x \rightarrow h \ll Vt$$



**Inerzia  $Vt$**



**Termine di caduta**



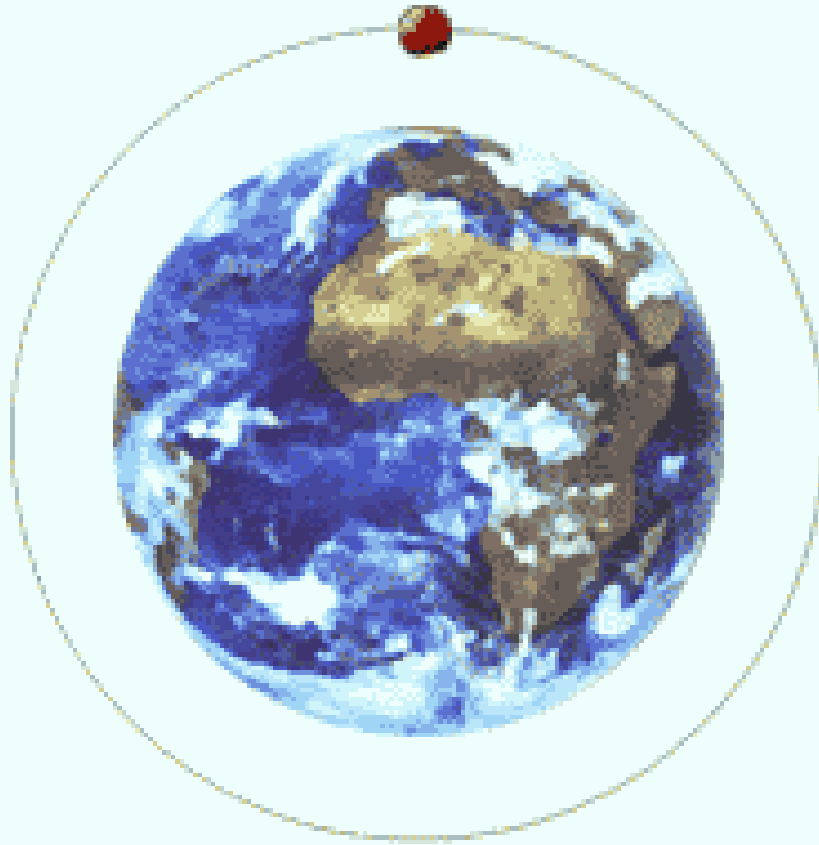
$$h = \frac{1}{2} \left( \frac{V^2}{r} \right) t^2$$

$$h = \frac{1}{2} at^2$$

$$a = \frac{V^2}{r}$$



$$g = \frac{v^2}{R}$$



$$V_{orb} = \sqrt{gR}$$