



**Richiami di Elettrostatica**  
Martina Luigi  
XI Scuola Estiva di Fisica  
3/7-9/2018

# Elettrostatica



La Carica Elettrica:

1- La Carica Elettrica si **conserva**

2- La Carica Elettrica elettrica è **quantizzata**  
la carica di un nucleo di idrogeno (protone) è

$e$

Ogni altra carica elettrica è un multiplo intero di  $e$   
la carica di un elettrone è

$-e$

L'atomo di idrogeno è neutro, cioè la sua carica è

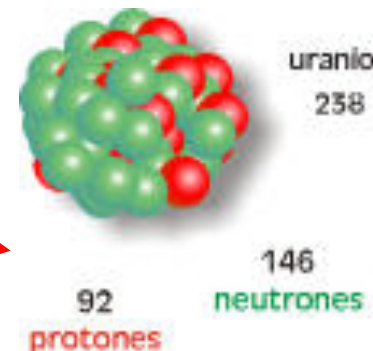
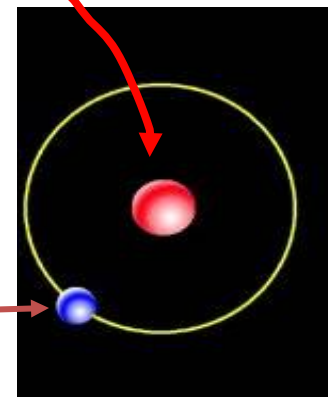
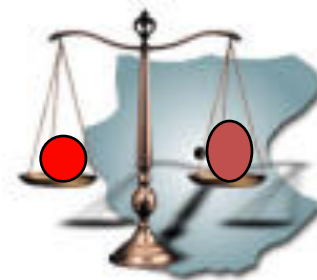
$$q_H = e - e \approx 0 < 10^{-20} e$$

Il nucleo di Uranio ha carica  $q_U = 92 e$

Nel Sistema Internazionale

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$$

Proprietà fondamentale  
della materia  
(come la massa)



# Conservazione della Carica

$$e \rightarrow \nu \gamma$$

mean lifetime is greater than  $4.6 \times 10^{26}$  years  
(90% Confidence Level)

$$e \rightarrow \text{anything}$$

mean lifetime  $> 6.4 \times 10^{24}$  years (68% CL)

$$n \rightarrow p \nu \nu$$

charge non-conserving decays  $< 8 \times 10^{-27}$  (68% CL)  
of all neutron decays

Q 15 • La carica elettrica su un oggetto potrebbe assumere uno tra i seguenti valori. Quale?

A  $+3.2 \times 10^{-18} \text{ C}$

C  $-1.8 \times 10^{-18} \text{ C}$

E  $-1.6 \times 10^{-20} \text{ C}$

B  $+2.4 \times 10^{-19} \text{ C}$

D  $-0.80 \times 10^{-19} \text{ C}$

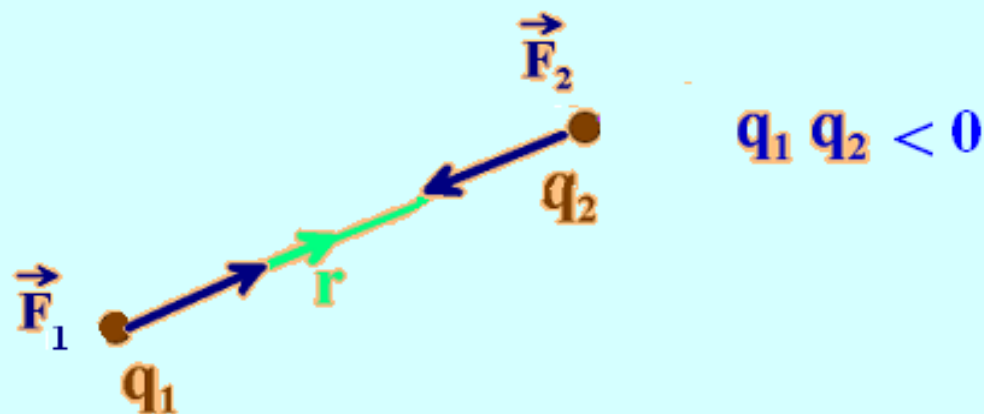
$20 e = 3.2 \times 10^{-18} \text{ C}$

**NEWTON 1687**

$$\vec{F}_2 = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

**COULOMB 1785**

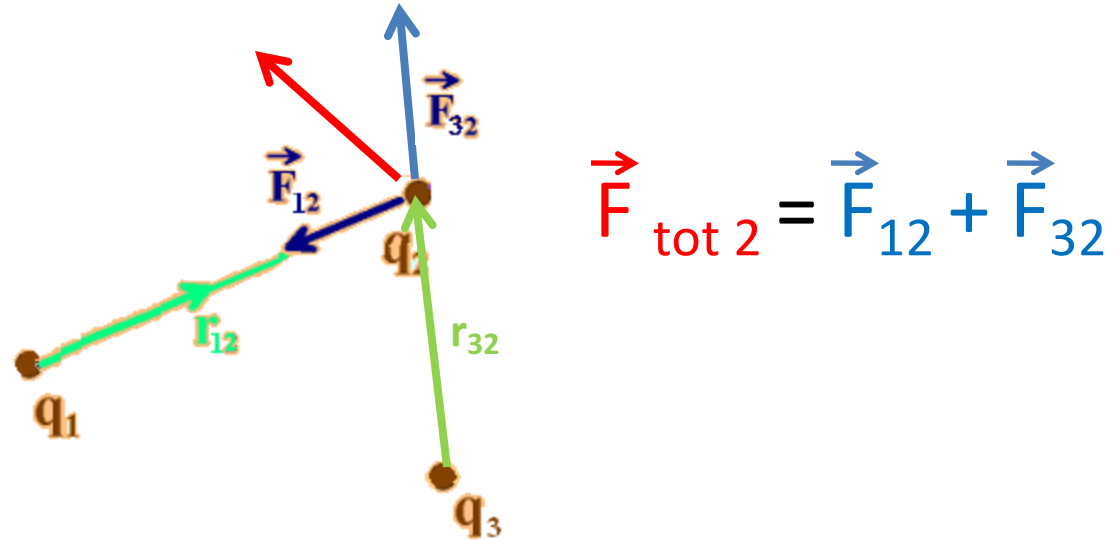
$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$



$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^2 \text{ C}^{-2}$$

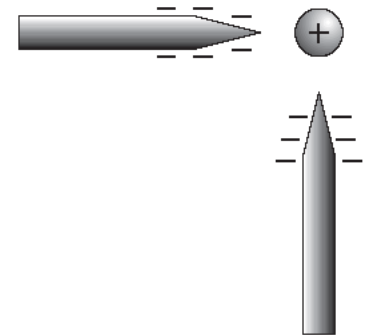
# Principio di Sovrapposizione



Q 18

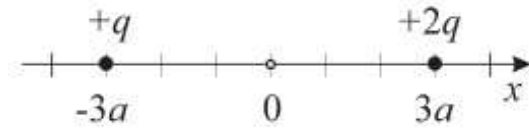
Due punte di plastica sono uguali ed entrambe ugualmente cariche con carica negativa; esse sono disposte ad uguale distanza da una sferetta carica positivamente, come mostrato in figura.

- Quale dei seguenti vettori rappresenta meglio la forza elettrostatica agente sulla sferetta?



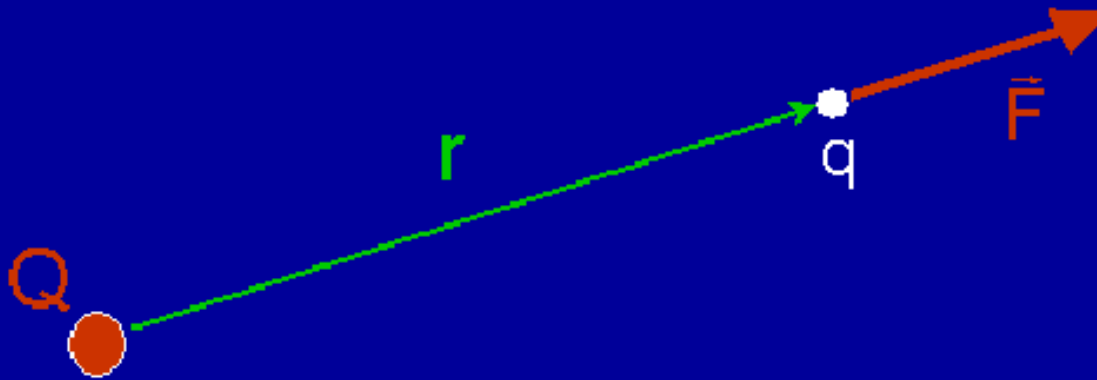
**Quesito 1** (Gara di 1° livello – 11 Dicembre 2006)

Due cariche elettriche puntiformi si trovano in posizioni definite da un asse di ascisse indicato in figura. La carica  $+2q$  si trova nel punto di ascissa  $x = +3a$  e la carica  $+q$  nel punto di ascissa  $x = -3a$ .



In che punto dell'asse si deve disporre una carica  $+4q$  perchè il campo nell'origine  $O$  sia nullo?

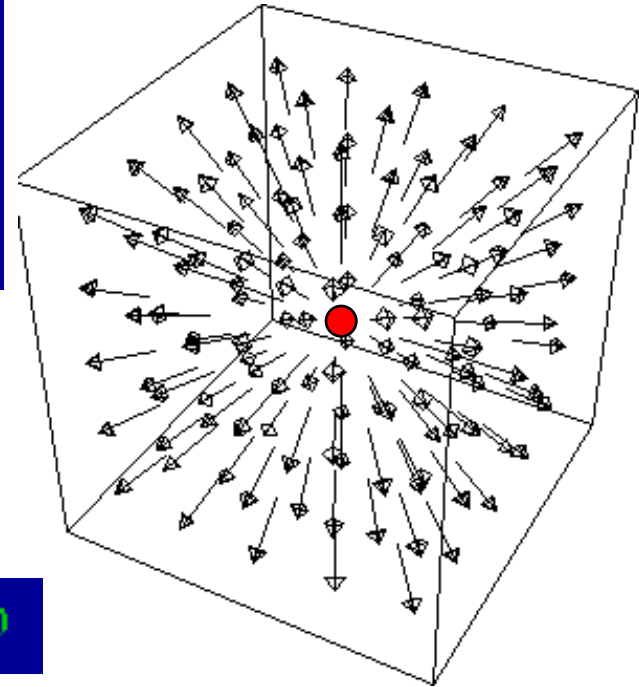
# Campo Elettrico



$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$[E] = L T^{-2} M Q^{-1}$$

unita' E = Volt/metro



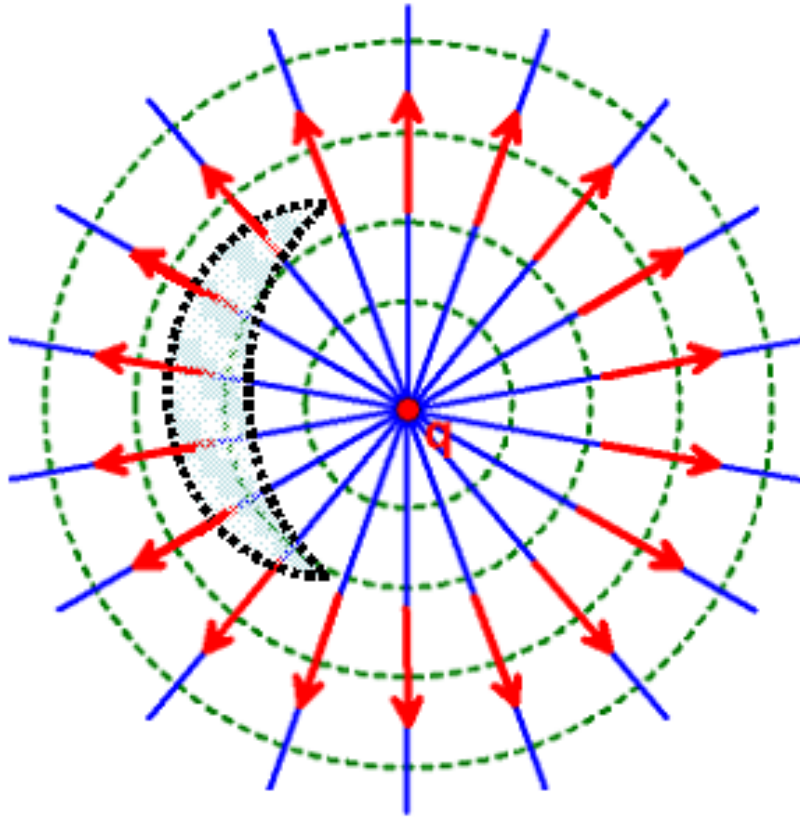


# Alcuni valori tipici di E

	campo E (V/m)
telefono cellulare	$\sim 10^{-4}$
prossimita' rete elettrica	$\sim 3 \cdot 10^{-2}$
tubo fluorescente	$\sim 10$
atmosfera ( bel tempo)	$\sim 10^2$
atmosfera(nube temporalesca)	$\sim 10^5$
accleratore elettrostatico	$\sim 10^6$
e <sup>-</sup> in atomo di idrogeno	$\sim 6 \cdot 10^{11}$
superficie nucleo Pb	$\sim 10^{21}$

# Linee di Forza

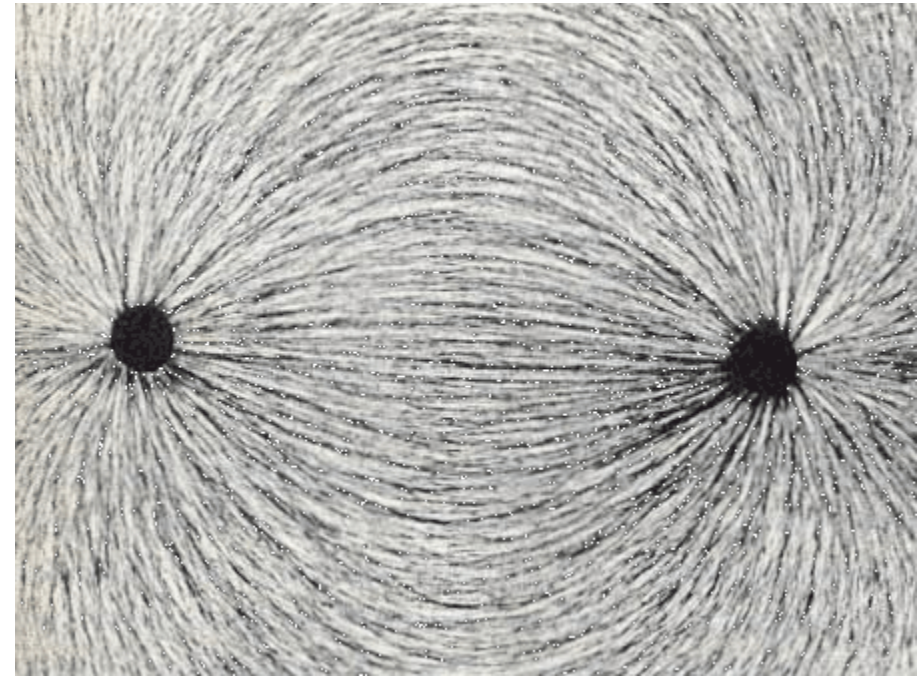
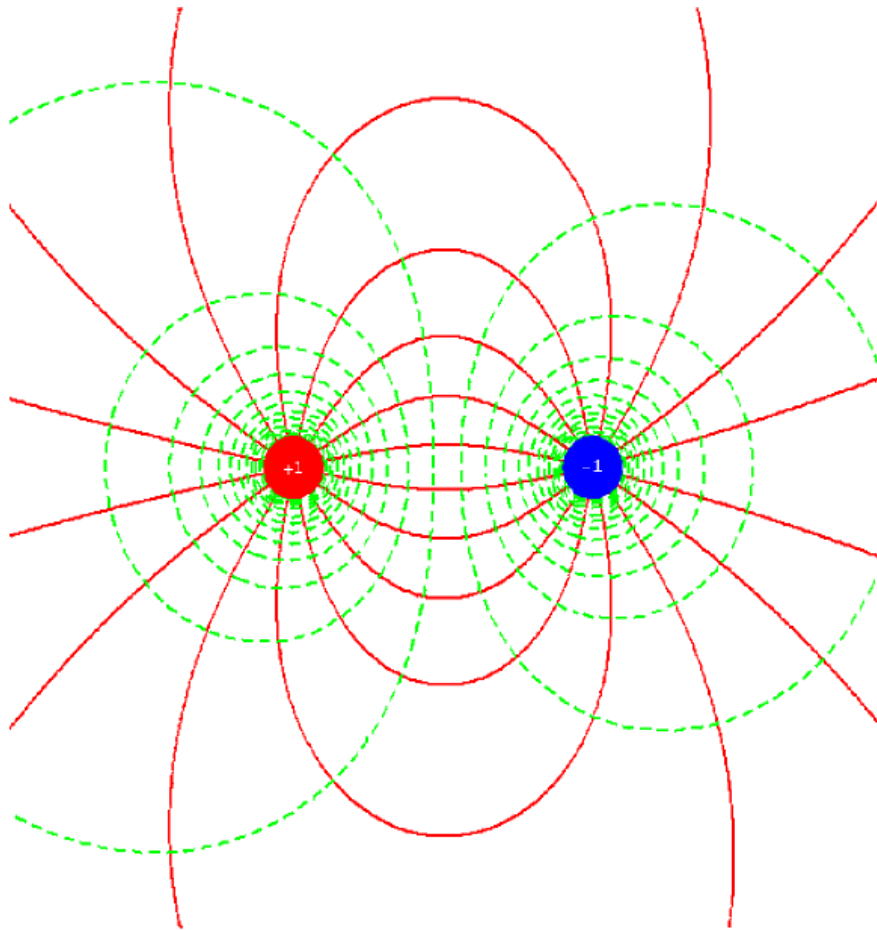
In ogni punto una linea di forza è tangente al campo elettrico  
La linea di forza è solo una rappresentazione geometrica del campo,  
Indicandone: la direzione, il verso e  
l'intensità  $\propto (\# \text{ linee})/(\text{area della superficie } \perp \text{ attraversata})$



Le linee di forza ( — ) per  
una carica puntiforme positiva

Le superfici ( — ) ortogonali alle linee di forza si dicono “equipotenziali”

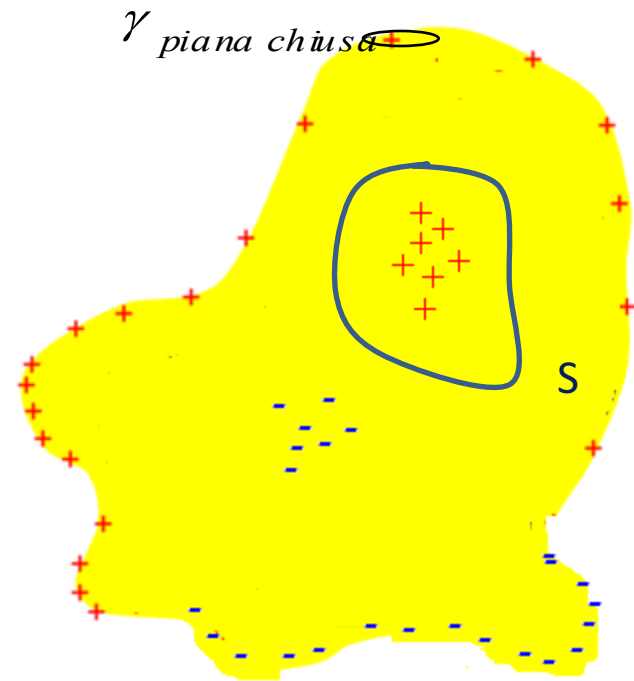
# Linee di Forza per cariche uguali, ma di segno opposto



Frammenti di materiale dielettrico si dispongono lungo le linee di forza del campo elettrico

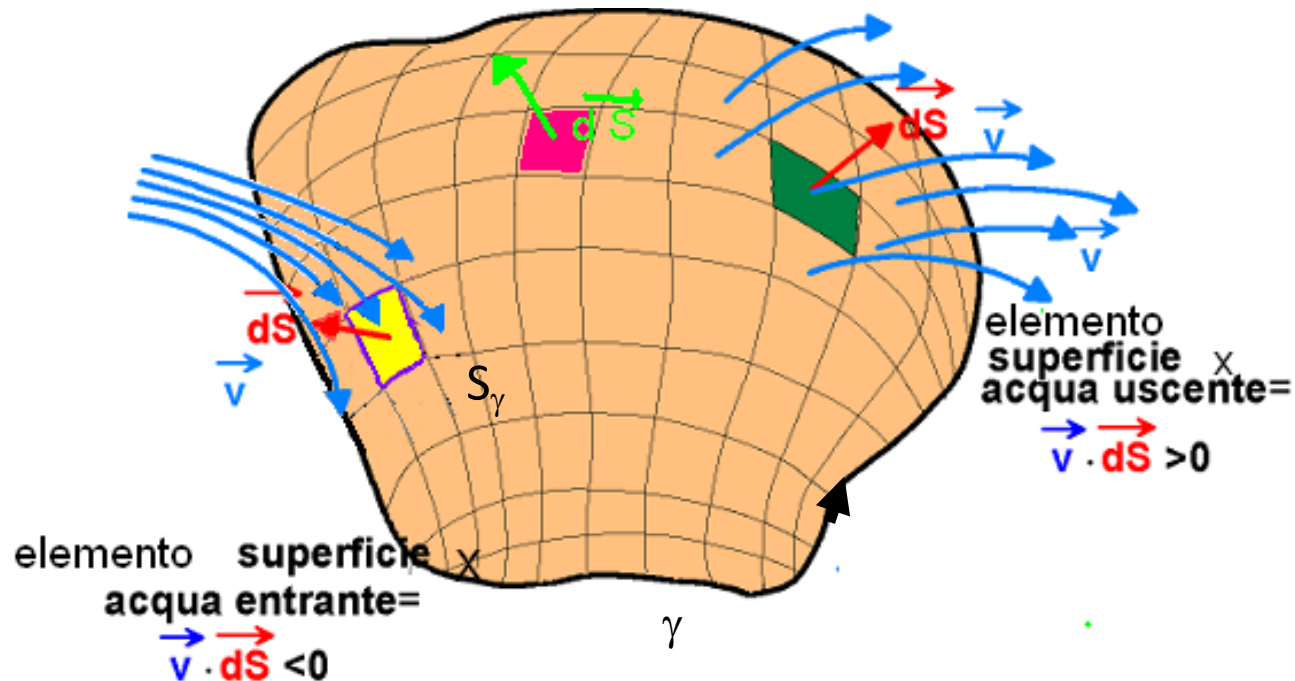
$$\rho_{\text{int}} = \frac{Q_{S_{\text{chiusa}}}}{\text{Vol}_{S_{\text{chiusa}}}} \quad \text{Densità volumetrica di carica}$$

$$\sigma = \frac{Q_{\gamma_{\text{piana chiusa}}}}{\text{Area}_{\gamma_{\text{piana chiusa}}}} \quad \text{Densità superficiale di carica}$$

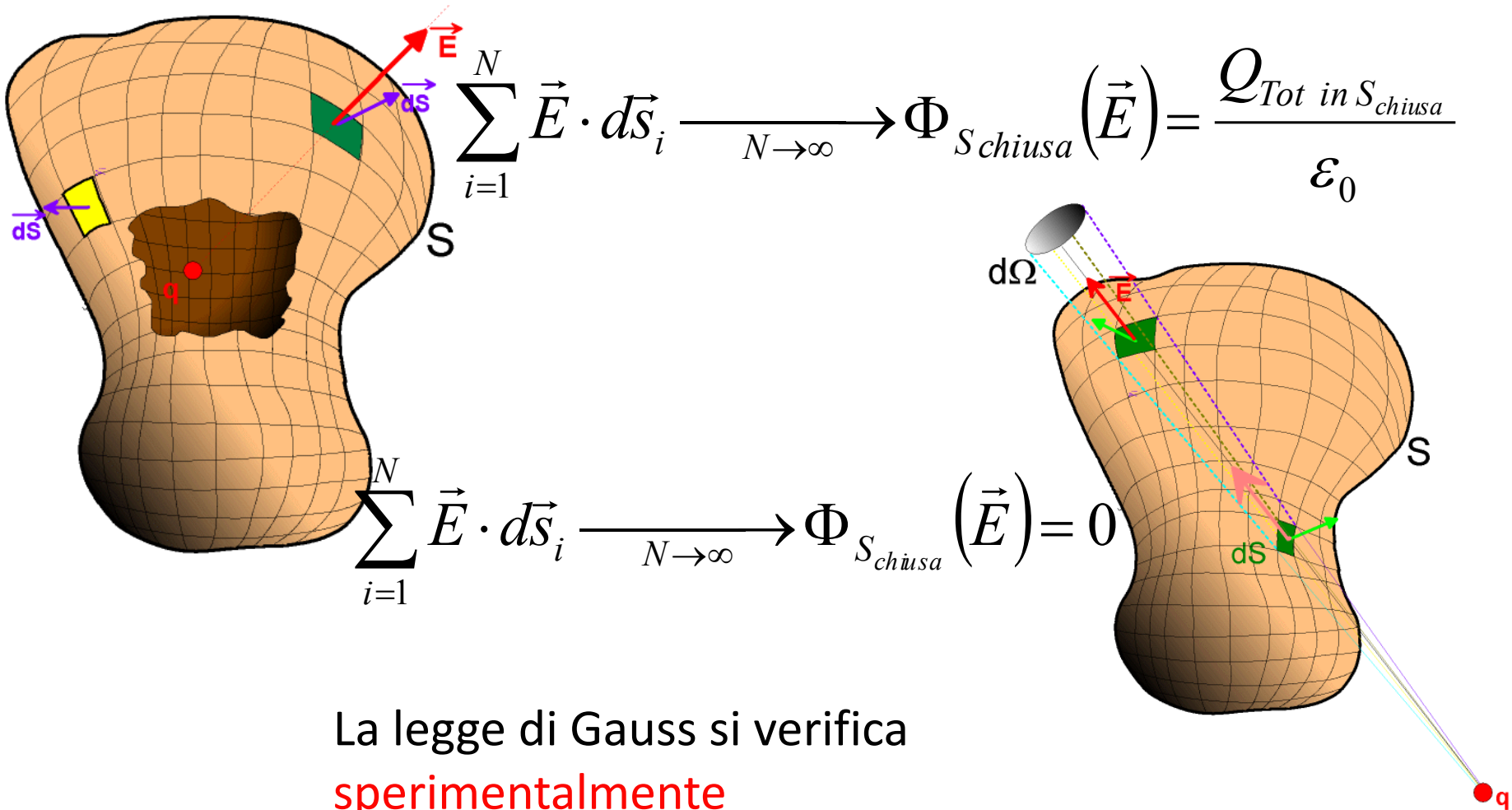


# Flusso e Divergenza di un campo vettoriale

$$\sum_{i=1}^N \vec{v} \cdot d\vec{s}_i \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \Phi_{S_\gamma}(\vec{v})$$



# Legge di Gauss

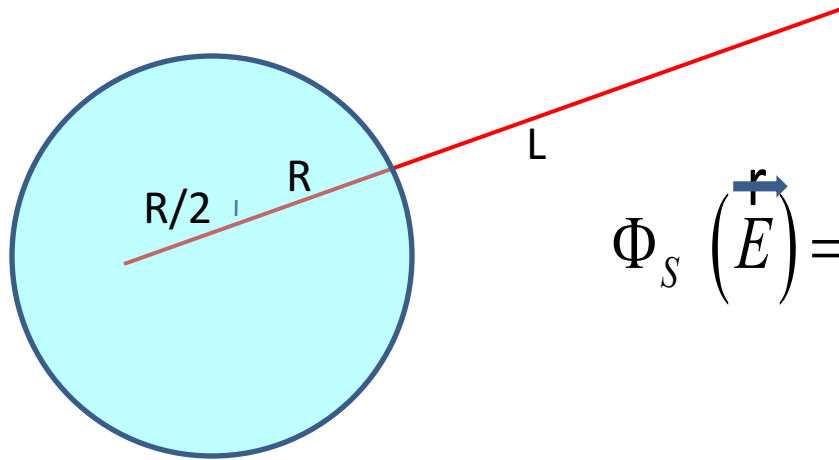


La legge di Gauss si verifica  
**sperimentalmente**  
 vera anche per **cariche in moto**

uesito  
5

Una carica  $Q = 4 \text{ nC}$  è distribuita uniformemente su un filo rettilineo lungo  $2.4 \text{ m}$ .

- Si calcoli il flusso del campo elettrico generato dal filo, attraverso una superficie sferica di raggio  $R = 40 \text{ cm}$  il cui centro è in un punto del filo situato a  $20 \text{ cm}$  da un'estremità.



$$\Phi_S (\vec{E}) = \frac{Q_{Tot \text{ in } S}}{\epsilon_0} = \frac{3/2R}{L} \frac{Q}{\epsilon_0} = 113 \text{ Vm}$$

# Applicazione della Legge di Gauss

$$\rho(\vec{r}) = \rho(r) \quad \text{Distribuzione volumetrica radiale}$$

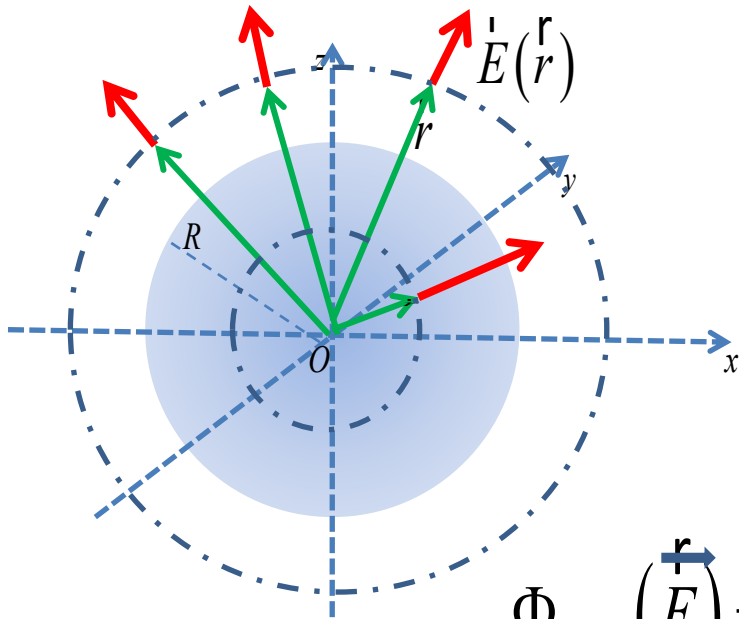
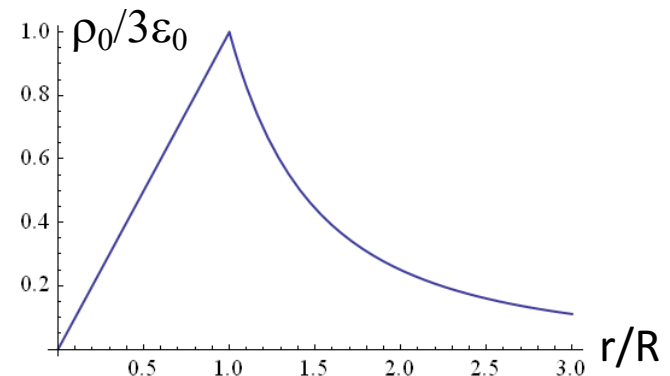
L'invarianza della distribuzione per rotazioni attorno a O

$$\vec{E}(\vec{r}) = E(r) \hat{r}$$

$$\Phi_{S(r)}(\vec{E}) = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{\text{int}}(r)}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{int}}(r)}{r^2}$$

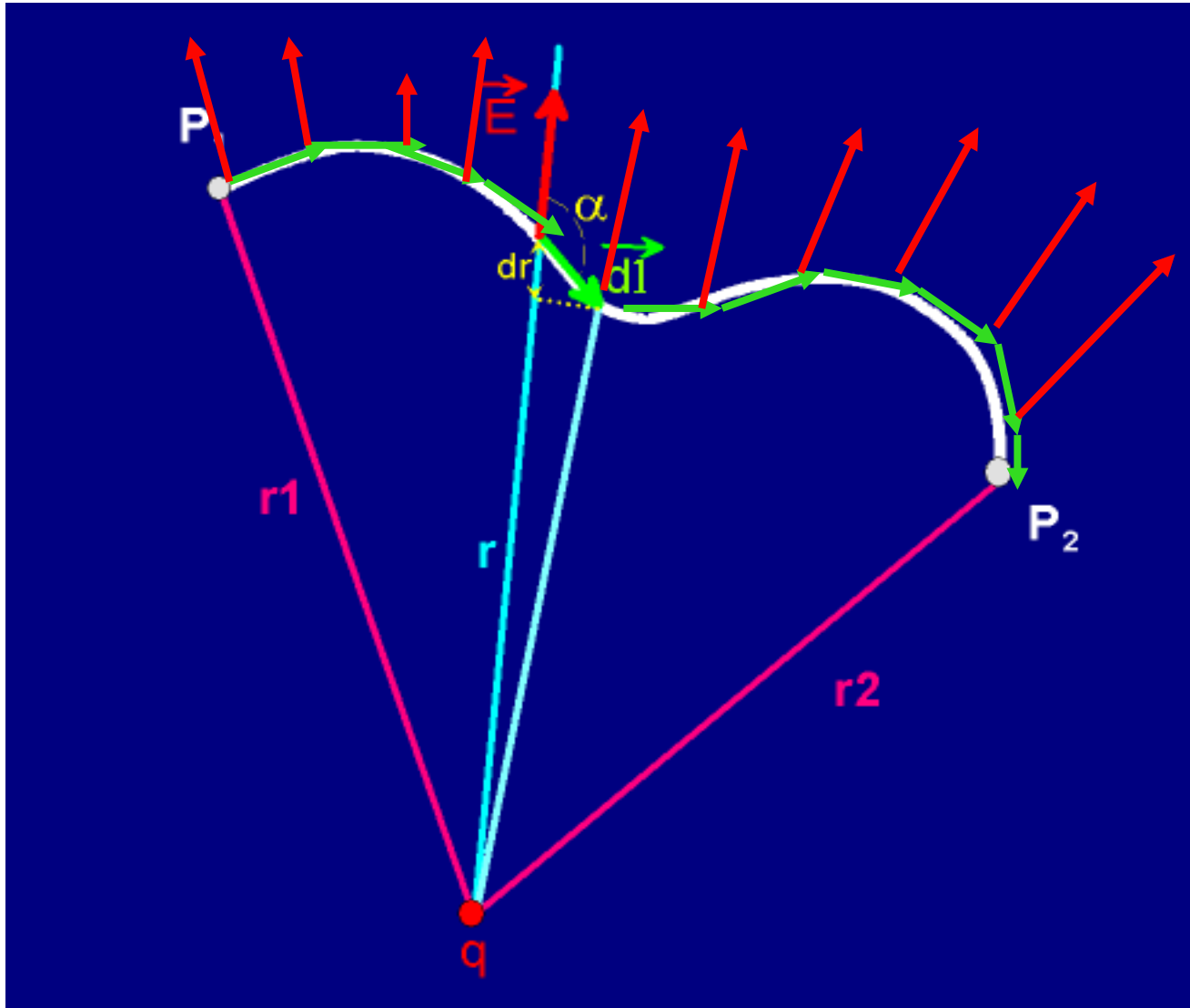
Esempio

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} \rho_0 & 0 \leq r \leq R \\ 0 & R \leq r \end{cases} \quad E(r) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \begin{cases} r \\ \frac{R^3}{r^2} \end{cases}$$





# Potenziale Elettrico



Lavoro f. appl. /carica =  $-\sum_i \vec{E}_i \cdot d\vec{l}_i \longrightarrow V_{21} = - \int_{p_1}^{p_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

IL potenziale è il lavoro per unità di carica compiuto contro le forze del campo per spostare una carica da  $P_1$  a  $P_2$ .

$$1 \text{ Volt} = \frac{1 \text{ Joule}}{1 \text{ C}}$$

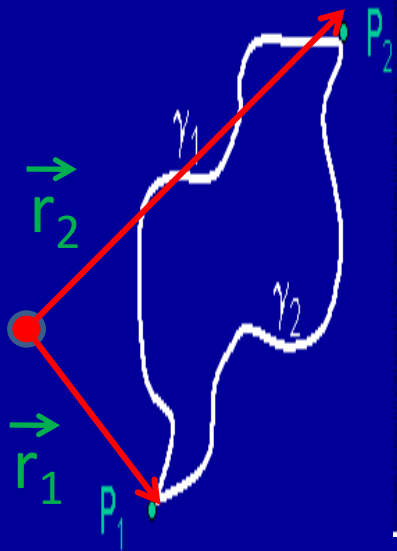
Forza Coulombiana centrale => conservativa

$$V_{21} = - \int_{P1}^{P2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{P1}^{P2} E \cos \alpha \, ds = - \int_{r1}^{r2} E \, dr =$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

non dipende dal percorso

$$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



Il campo elettrostatico è conservativo

Distribuzione finita  
 $P_2 \rightarrow \infty \quad V(P_2) = 0$

$$V(P) = \int_P^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

uesito **36**

In una regione dello spazio c'è un campo elettrico uniforme  $\vec{E}$  di intensità  $6.0 \text{ kV m}^{-1}$ , come indicato in figura.

- Qual è la differenza di potenziale elettrico fra i punti X e Y, ovvero  $V_X - V_Y$ ?

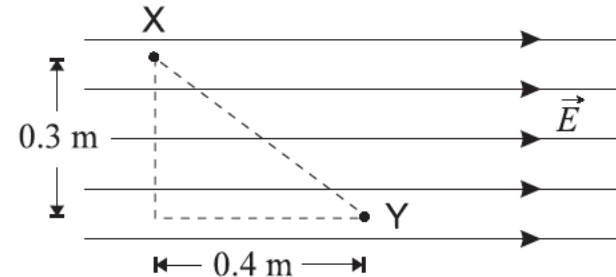
A -12.0 kV

B 0

C 1.8 kV

D 2.4 kV

E 3.0 kV

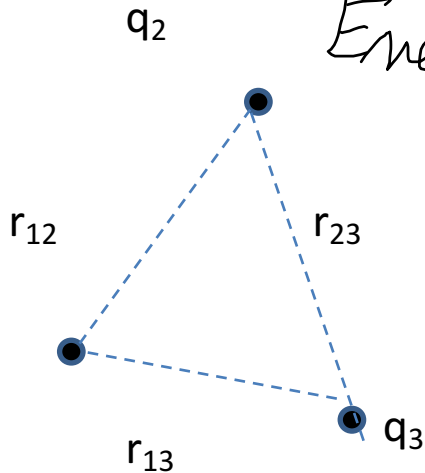


$= 6.0 \times 0.4 \text{ kV} = 2.4 \text{ kV}$

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

Il lavoro totale per spostare un a carica Q tra due punti  $P_1$  e  $P_2$ , tra i quali esiste una d.d.p.  $V_{21}$  e' data da  $U = Q V_{21}$

*Energia elettrostatica di 3 cariche*



$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_3 q_2}{r_{32}} \right)$$

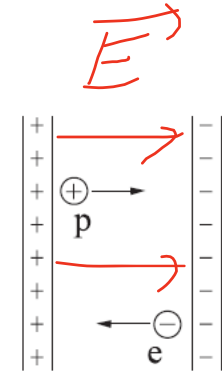
L'Energia Potenziale Elettrostatica e' il lavoro necessario per realizzare una data distribuzione di carica

Una zona di spazio vuoto è occupata dal campo elettrico generato da due piastre parallele uniformemente cariche. Un protone “p” e un elettrone “e” vengono lasciati andare nello stesso istante, in prossimità delle due piastre, come si vede nella figura. Le due particelle accelerano da parti opposte, rimanendo abbastanza lontane da non risentire l’una della presenza dell’altra.

Una volta che le particelle hanno completato il loro moto e stanno per raggiungere la piastra opposta, hanno velocità  $v_p$  ed  $v_e$  ed energia cinetica  $E_p$  ed  $E_e$ .

- Quali relazioni tra le grandezze sono corrette?

	Velocità	Energia cinetica
<input type="checkbox"/> A	$v_e < v_p$	$E_e < E_p$
<input type="checkbox"/> B	$v_e = v_p$	$E_e > E_p$
<input type="checkbox"/> C	$v_e > v_p$	$E_e > E_p$
<input type="checkbox"/> D	$v_e = v_p$	$E_e = E_p$
<input checked="" type="checkbox"/> E	$v_e > v_p$	$E_e = E_p$



*campo E  
uniforme*

$$E_c = \frac{1}{2} m_c v_c^2 = U = |e\Delta V|$$

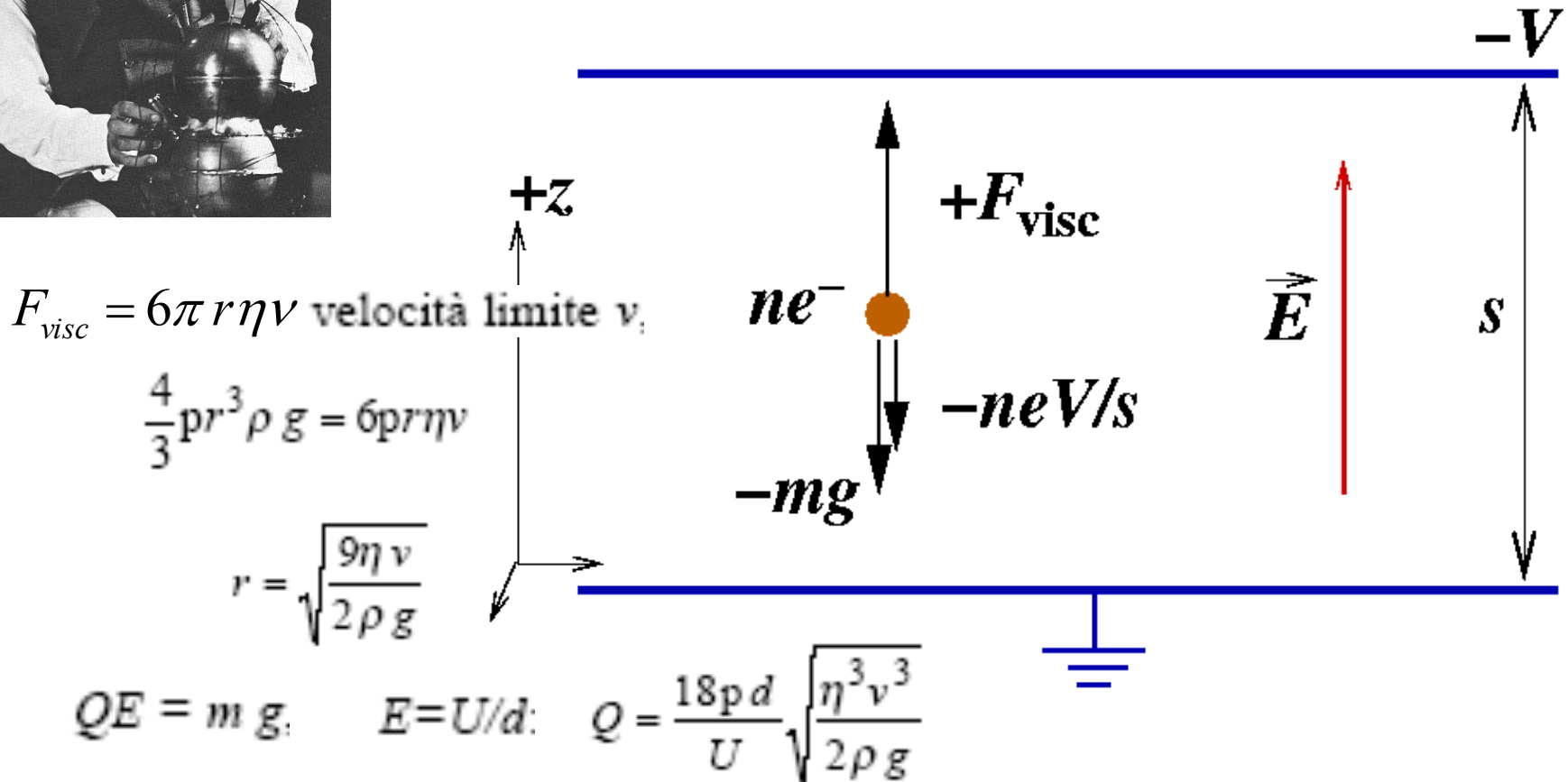
$$v_c = \sqrt{2 \frac{|e\Delta V|}{m_c}}$$

$$m_p \approx 1840 m_e \Rightarrow v_e \approx 43 v_p$$



# Quantizzazione della Carica

## L'esperienza di Millikan



<http://www.aip.org/history/gap/Millikan/Millikan.html>

# Quesito 4

Un fascio di elettroni di energia cinetica 1.25 keV viene frenato con un campo elettrostatico opportunamente orientato.

- Quanto deve essere intenso il campo elettrostatico per poter arrestare questi elettroni in 2.8 cm?

A  $1.75 \times 10^1 \text{ V m}^{-1}$

B  $2.11 \times 10^2 \text{ V m}^{-1}$

C  $1.26 \times 10^3 \text{ V m}^{-1}$

D  $4.46 \times 10^4 \text{ V m}^{-1}$

E  $8.93 \times 10^4 \text{ V m}^{-1}$

$$E_c = |e\Delta V| \approx |edE| \quad \rightarrow \quad E = \frac{E_c}{ed} = \frac{E_c \times 10^3 (J)}{d}$$

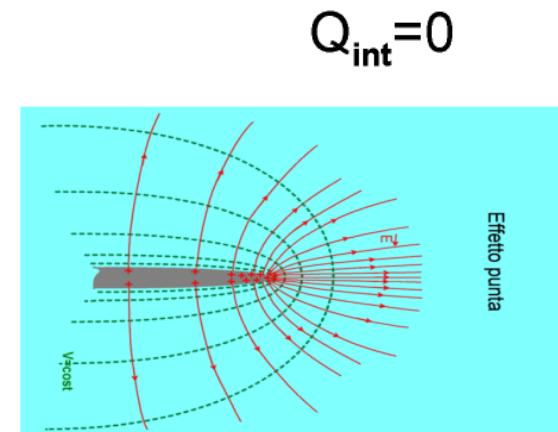
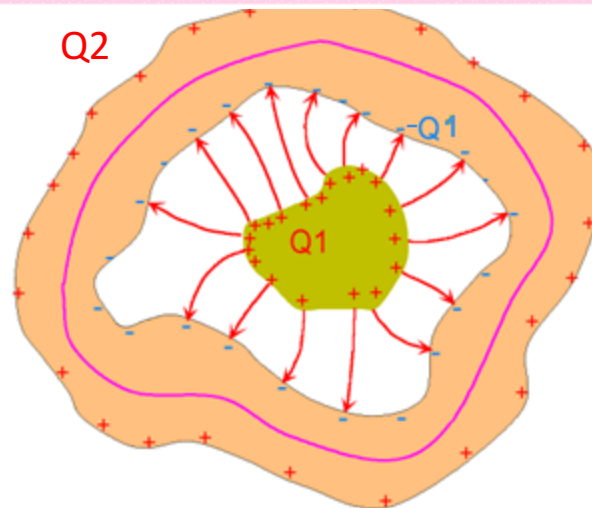
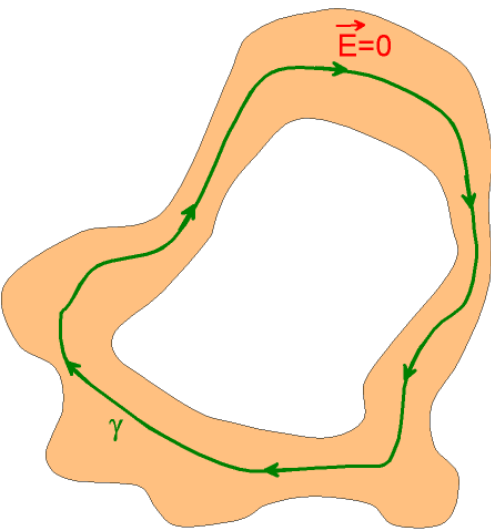
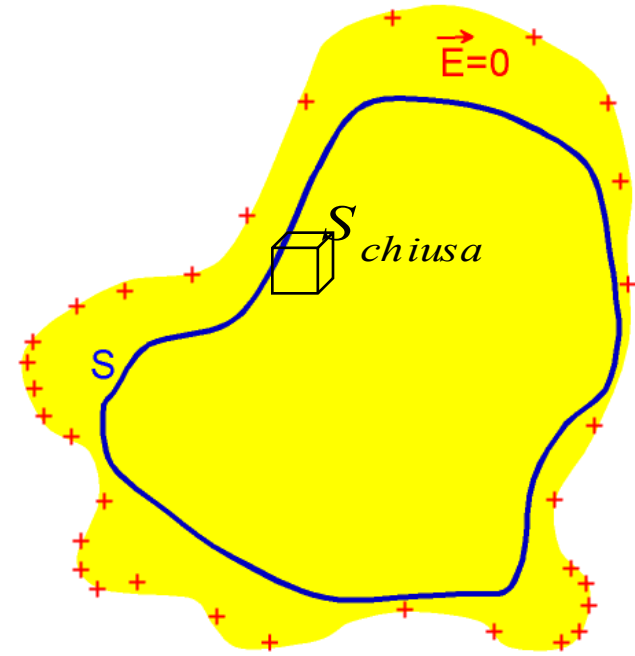
$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = e \times 1 \text{ Volt}$$

# Conduttori

**isolanti** cariche fisse (dielettrici)  
**conduttori** cariche libere di muoversi

conduttore in equilibrio :

- $E_{\text{int}}=0$
- $\rho_{\text{int}}=0$
- cariche solo su superficie
- conduttore e' equipotenziale
- superficie e' equipotenziale
- $E_{\text{ext}}$  perpendicolare superficie
- $E_{\text{ext}} = \sigma / \epsilon_0$



# uesito 18

Una carica puntiforme  $q$  si trova all'interno di un conduttore sferico di raggio interno  $a$  e raggio esterno  $b$ . La carica totale del conduttore è  $Q = -4q$ .

- Qual è la carica  $q_a$  sulla superficie interna del conduttore e quella  $q_b$  sulla sua superficie esterna?

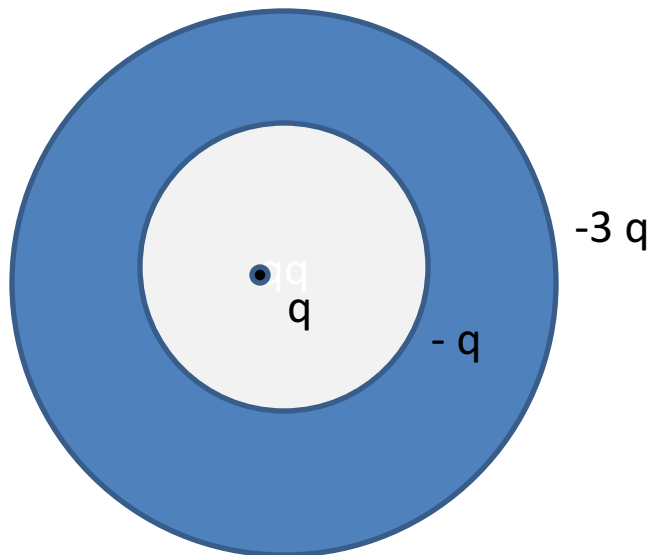
$q_a = -q$      $q_b = -3q$

$q_a = q$      $q_b = -4q$

$q_a = -3q$      $q_b = -q$

$q_a = -q$      $q_b = -4q$

$q_a = 0$      $q_b = -4q$



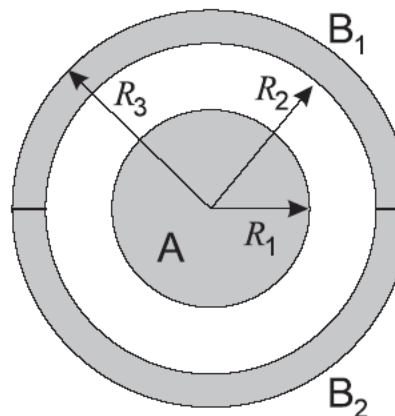


## Problema 2

Una sfera solida conduttrice A di raggio  $R_1 = 6$  cm si trova al potenziale elettrostatico  $V = 30$  kV rispetto al terreno.

La sfera A viene quindi circondata da due pezzi conduttori  $B_1$  e  $B_2$  che, uniti, formano un guscio sferico concentrico alla sfera A, di raggio interno  $R_2 = 10$  cm e raggio esterno  $R_3 = 12$  cm, come mostrato in figura. Su ciascun pezzo del guscio è presente una carica pari a metà di quella della sfera A. Il sistema è in equilibrio elettrostatico.

- Determinare la carica elettrica totale presente sulla superficie esterna del guscio sferico.



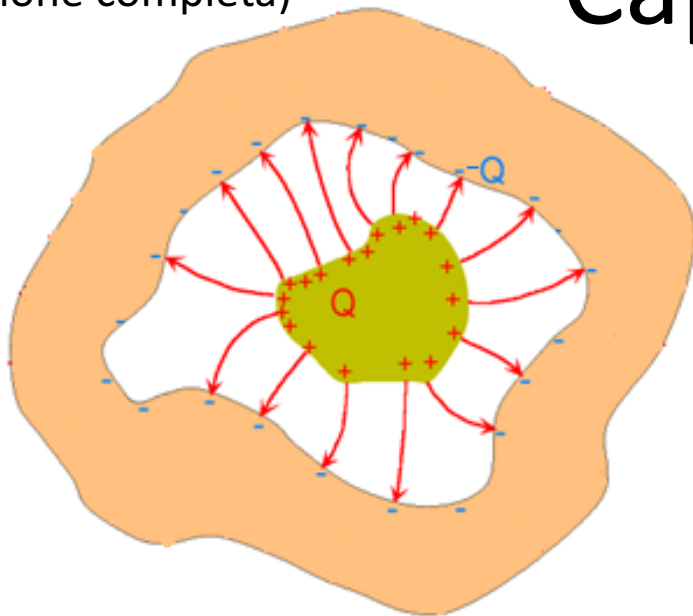
$$\Delta V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 R \Delta V$$

$$Q_{est} = 2Q$$

(induzione completa)

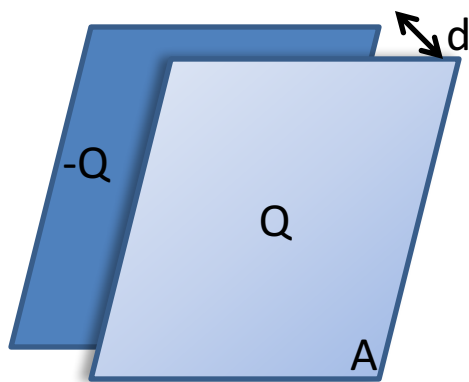
# Capacitori



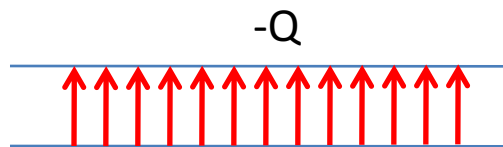
$$Q = C \Delta V$$

Capacita'

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$$



Condensatore a facce piane parallele



$$E = \frac{Q/A}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \Delta V = Ed = \frac{Q/A}{\epsilon_0} d$$

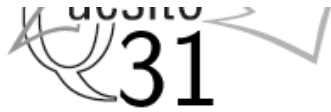
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

In presenza di dielettrico

$$C_d = \epsilon_r C, \epsilon_r > 1$$

# Energia Elettrostatica di un Condensatore

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$



Un condensatore a facce piane parallele viene caricato adoperando una batteria da 12 V. In assenza di dielettrico tra le armature, il condensatore ha una capacità di 4.8 pF. La batteria viene staccata e lo spazio fra le armature del condensatore viene riempito di vetro Pyrex avente costante dielettrica relativa 4.7.

- Di quanto varia l'energia immagazzinata nel condensatore?

A 0 pJ

B -272 pJ

C -346 pJ

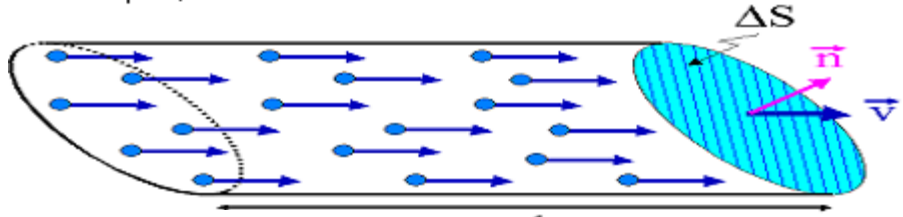
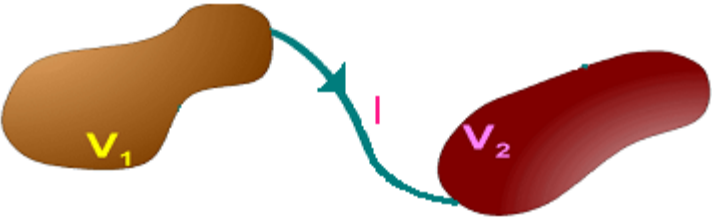
D -544 pJ

E -1280 pJ



# Correnti Elettriche

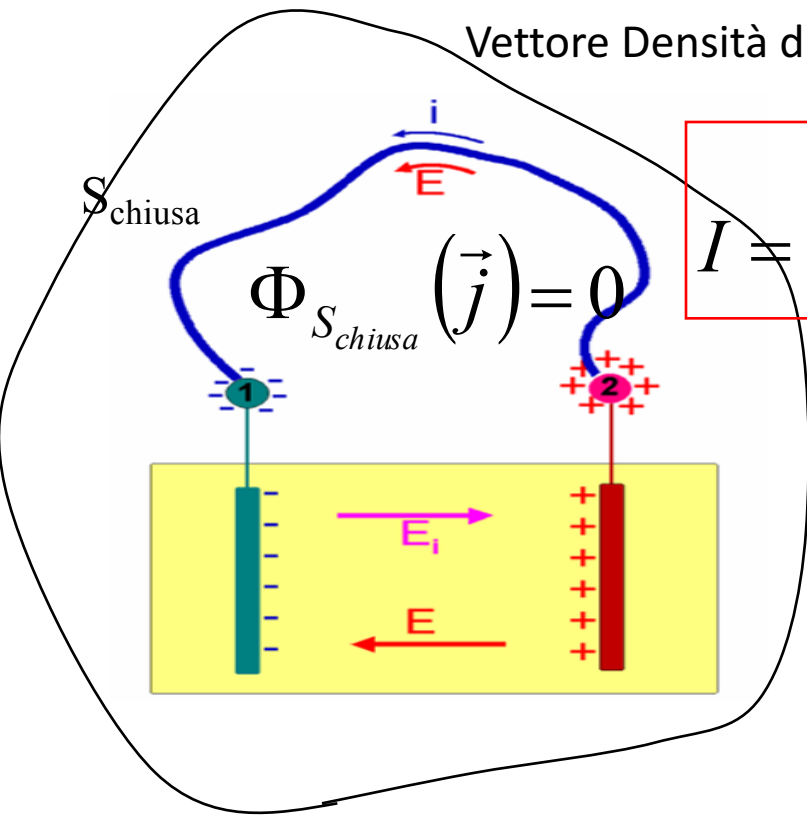
se  $V_2 < V_1$   $\Rightarrow$  passaggio di cariche  $\leftrightarrow$  corrente



Corrente

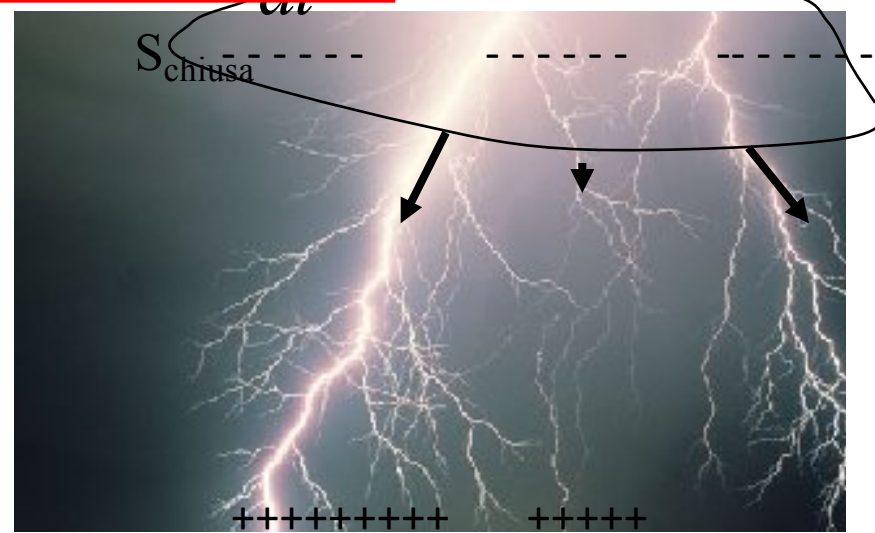
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{qN \vec{v} \cdot \vec{n} dt \Delta S}{dt} \quad (C \text{ sec}^{-1} = \text{Ampere})$$

Vettore Densità di corrente  $\vec{j} = qN \vec{v} = \rho \vec{v} \quad I = \vec{j} \cdot \vec{n} \Delta S$

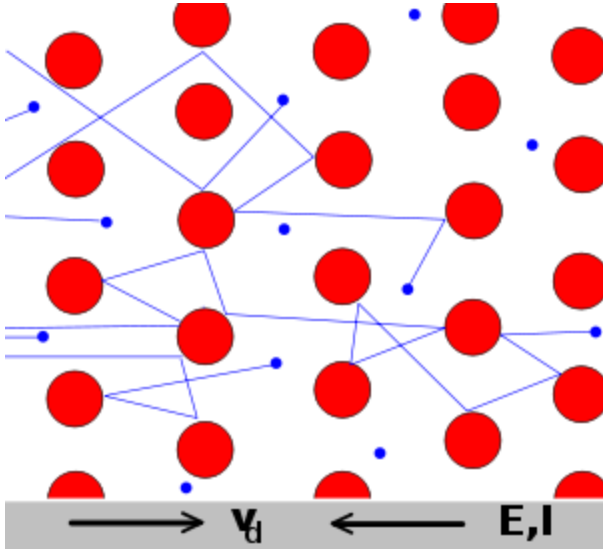


$$I = \Phi_{S_{chiusa}}(\vec{j}) = - \frac{dQ_{S_{chiusa}}}{dt}$$

Equazione di Continuità



# Resistenza Elettrica



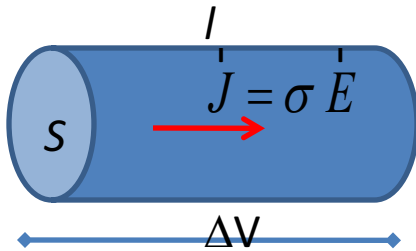
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Legge di Ohm microscopica

Conducibilita' elettrica

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Resistivita'



$$R = \rho \frac{S}{l}$$

Resistenza elettrica  
di un conduttore filiforme

$$R I = \Delta V$$

Legge di Ohm microscopica

# Questito 19

Due fili di uguale lunghezza, uno di alluminio ( $\rho_{\text{Al}} = 2.75 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ ) e l'altro di rame ( $\rho_{\text{Cu}} = 1.69 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ ), hanno la stessa resistenza elettrica.

- Qual è il rapporto dei loro raggi  $r_{\text{Al}}/r_{\text{Cu}}$ ?

**A** 0.61

**B** 0.78

**C** 1.00

**D** 1.28

**E** 1.63

# Questito 13

L'insieme dei due resistori  $R_1$  e  $R_2$  nel circuito mostrato in figura ha una resistenza equivalente di  $6 \Omega$ .

- Fra i seguenti, quale può essere un valore possibile della resistenza di  $R_1$ ?

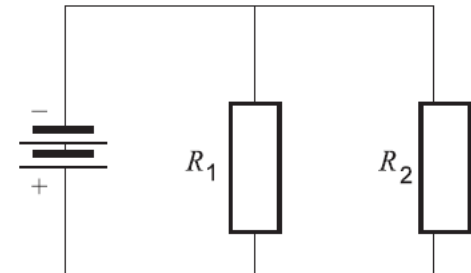
**A**  $1 \Omega$

**B**  $3 \Omega$

**C**  $4 \Omega$

**D**  $6 \Omega$

**E**  $8 \Omega$



# Questito 35

Un generatore di f.e.m. da  $1.5 \text{ V}$  viene utilizzato nel circuito schematizzato in figura con lo scopo di determinare la differenza di potenziale tra gli estremi X e Y di una resistenza a filo.

Spostando il contatto mobile nel punto S, quando le distanze tra S e gli estremi sono rispettivamente  $l_1$  e  $l_2$ , come indicato in figura, si osserva che la corrente nel galvanometro è nulla.

- Quanto vale la d.d.p. tra X e Y?

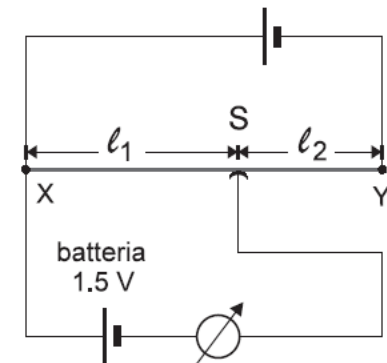
**A**  $1.5 \text{ V}$

**B**  $1.5 \frac{l_2}{l_1} \text{ V}$

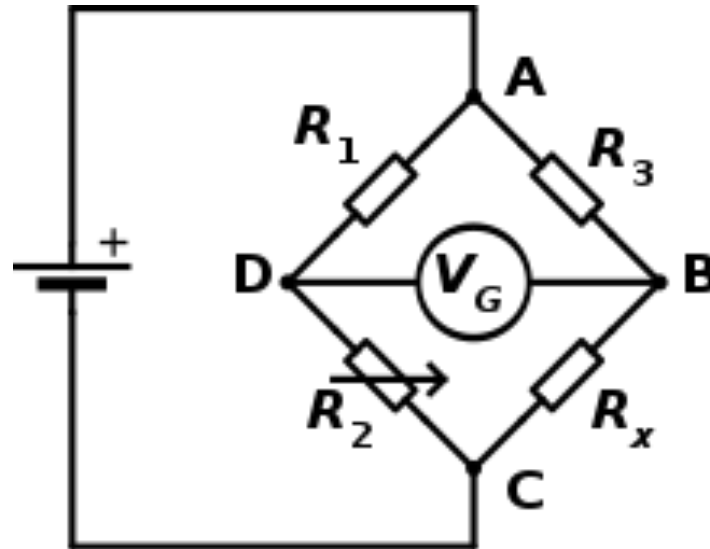
**C**  $1.5 \frac{l_1}{l_2} \text{ V}$

**D**  $1.5 \frac{l_1 + l_2}{l_1} \text{ V}$

**E**  $1.5 \frac{l_1 + l_2}{l_2} \text{ V}$



## II Ponte di Wheatstone



$$R_1 R_x = R_2 R_3$$