SOLUZIONI

1. **Esca**
Scelto come sistema di coordinate l'asse "Ox" avente origine in corrispondenza dell'antenna di Parigi e orientato positivamente verso l'antenna sul MOL, le equazioni delle onde emesse dalle due antenne sono rispettivamente:

$$y_1\,(x,) = \,a\,\cos\left[k\,x\,-\,\omega\,t\right] \qquad , \qquad y_2\,(x,t) = \,a\,\cos\left[k\,(L\,-\,x) - \,\omega\,t\right]$$

dove a rappresenta l'ampiezza delle onde, k il numero d'onda, L la distanza tra le due antenne e ω la pulsazione. Dal principio di sovrapposizione si ottiene l'onda risultante:

$$y_1\,+\,y_2 = \,2\,a\,\cos\left[k\,x\,-\,\frac{k\,L}{2}\right]\cos\left[\frac{k\,L}{2} - \omega\,t\right]$$

Si ottiene il massimo di interferenza per

$$k\,x - \frac{k\,L}{2} = n\,\pi \qquad , \qquad n\ intero$$

e dovendo essere

$$870 \text{ km} \leq\,x\,\leq\,890 \text{ km} \quad \longrightarrow \quad n\,=\,18$$

da cui $x\,= 876$ km.

2. **Defibrillatore**
Innanzitutto si calcola la differenza di potenziale utilizzata per caricare il condensatore, quindi si amplificano i 12.0 V dell'auto usando i due amplificatori:

$$\Delta V\,=\,12.0 \text{ V}\,\cdot\,\left(\frac{55}{3}\right)^2 \approx\,4033.3 \text{ V}$$

L'energia immagazzinata nel condensatore vale 360 J, quindi

$$360 \text{ J}\,= \frac{1}{2}C\cdot(\Delta V)^2 \quad \rightarrow \quad C\,= \frac{2\cdot 360 \text{ J}}{\Delta V^2} \approx\,44.26\ \mu\text{F}$$

Il tempo caratteristico è pari alla resistenza totale del circuito moltiplicata per la capacità del condensatore, a sua volta però la resistenza totale è la serie tra la resistenza transtoracica R_t e la resistenza ignota R_x, pertanto

$$\tau\,=\,R_{tot}\cdot C\,= (R_x +\,R_t)\,C \quad \rightarrow \quad R_x = \frac{\tau}{C} - \,R_t \approx\,126\ \Omega$$

3. **Torcia**
Dato che gli zombie corrono al massimo con velocità 7.5 m/s, la torcia deve essere abbastanza potente da garantire 1000 lm/m^2 sulla superficie S che si trova proprio a 15 m dalla lente.
Il raggio di S si ottiene da:

$$R\,=\,0.05 \text{ m}\times\frac{15.08}{0.08} = \,9.425 \text{ m}$$

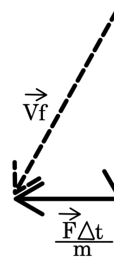
da cui i lumen minimi emessi dal led devono essere:

$$1000 \text{ lm/m}^2 \times\pi\,R^2 = \,279069.69 \text{ lm}\,\approx\,279 \text{ klm}$$

4. **Ascia**
   Dopo aver ricevuto il colpo di mazza, la palla proseguirà su un piano orizzontale con velocità $\vec{v_f}$ che si ottiene applicando la conservazione della quantità di moto:

$$\vec{v_f} = \vec{v_i} + \frac{\vec{F}\,\Delta t}{m} \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{v_i^2 + \left(\frac{F\,\Delta t}{m}\right)^2} \approx 30.923 \text{ m/s}$$

dove $v_i = 7.5$ m/s, e $F = 1500$ N.

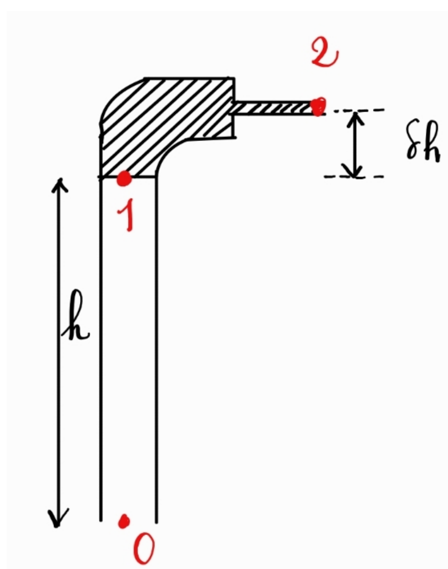


Nel frattempo la palla prosegue con un moto di caduta libera, con velocità iniziale orizzontale $\vec{v_f}$, da una altezza $h = 1.5$ m, e toccherà il suolo ad una distanza dal punto di battuta pari a

$$\Delta s = v_f \sqrt{\frac{2\,h}{g}} \approx 17 \text{ m}$$

che è la minima distanza che garantisce in fase di allenamento che il colpo sia sufficientemente forte da staccare la testa.

5. **Siero**
   Faciamo riferimento alla figura seguente per indicizzare i vari punti 0,1 e 2, e poniamo a 0 l'altezza dell'estremo inferiore del tubo.



La portata volumetrica in uscita Q_2 deve essere tale da garantire l'inoculazione del siero secondo i vincoli imposti, da ciò si trova la velocità di uscita del siero dall'ago V_2:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Q_2 = v_2 \cdot S_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t \cdot S_2} = \frac{6 \text{ ml}}{(2 \text{ s})\left[\pi\left(\frac{1.2 \text{ mm}}{2}\right)^2\right]} \approx 2.653 \text{ m/s}$$

Per l'equazione di continuità la velocità in 1 e 0 è

$$v_0 = v_1 = \frac{v_2 \cdot S_2}{S_1} = \frac{v_2 \cdot \left[\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2\right]}{\pi \left(\frac{10\, d_2}{2}\right)^2} = \frac{v_2}{100} \approx 0.02653 \text{ m/s}$$

Adesso applichiamo l'equazione di Bernouilli tra 2 e 1:

$$P_1 + \rho_{siero} \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\rho_{siero} \cdot v_1^2 = P_2 + \rho_{siero} \cdot g \cdot (h + \delta h) + \frac{1}{2}\rho_{siero} \cdot v_2^2$$

I termini con δh e con v_1^2 sono trascurabili:

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_{siero} \cdot v_2^2$$

Mentre applicando Bernouilli tra 1 e 0 ($v_0 = v_1$):

$$P_1 = P_0 - \rho_{acqua} \cdot g \cdot h$$

dal confronto si ottiene la pressione di pompaggio P_0:

$$P_0 = P_2 + \rho_{acqua} \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\rho_{siero} \cdot v_2^2 \approx 65.9 \text{ kPa}$$

6. **La missione ha inizio**
   Quando la molla è compressa di $a = 70$ cm, i 4 addetti spingono con una forza di 4000 N amplificata dal sistema di ingranaggi e dal rapporto di leva *b*/(1.1 m), in totale quindi esercitano sul cancello una forza pari a

$$F_{tot} = 8.5 \cdot \frac{b}{1.1 \text{ m}} \cdot 4000 \text{ N}$$

D'altro canto la forza elastica e la forza d'attrito equilibrano la forza degli operatori, perciò

$$F_{tot} = k\, a + \mu\, m\, g \quad \rightarrow \quad b = \frac{1.1 \text{ m}}{8.5 \cdot 4000 \text{ N}} F_{tot} = \frac{1.1 \text{ m}}{8.5 \cdot 4000 \text{ N}} (k\, a + \mu\, m\, g)$$

dove la massa m del cancello si ricava dai dati del problema:

$$m = d \cdot V = 7730 \ {}^{kg}/_{m^3} \cdot 2 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 0.15 \text{ m}$$

Si ottiene in definitiva: $b = 2.6$ m.

7. **Reset magnetico**
   La resistenza del filo di stagno è $R = 11 \times 10^{-2}\, \Omega$, e dunque la corrente che attraversa il filo è data da

$$I = \Delta V \div (r + R) = 12\, V \div (0.12\, \Omega + 0.11\, \Omega) \approx 52.17 \text{ A}$$

Questa corrente genera, a distanza $d = 1\ cm$ dal filo, un campo magnetico:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\, \pi\, d} \approx 1.04 \text{ mT}$$

8. **Alle armi!**
   L'intensità del suono di uno zombie che urla è:

$$I = 10^{-12} \ {}^{W}/_{m^2} \cdot 10^{\frac{120\, dB}{10}} = 1 \ {}^{W}/_{m^2} \quad ;$$

perciò il microfono deve misurare un livello sonoro non maggiore di:

$$L_s = 10 \log\left[\frac{4 \ {}^{W}/_{m^2}}{10^{-14} \ {}^{W}/_{m^2}}\right] \approx 146 \text{ dB.}$$

9. **Poco carburante**
Il rendimento di un ciclo Otto è:
$$\eta \,=\, 1\,-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma\,-\,1} \approx\, 0.6615$$
dove V_1/V_2 è chiamato il rapporto di compressione.
Si ottiene quindi l'espressione del lavoro prodotto dal ciclo: $L\,=\eta\,Q_{ass}$, dove il calore assorbito è:
$$Q_{ass} =\, 0.68\text{ kg}/\ell\cdot 6.3\,\ell\cdot 43.6\times 10^6\text{ J/kg} =\, 1.867824\times 10^8\text{ J}$$
da cui il lavoro effettivamente convertito
$$L' =\, 0.8\,L\,=\,0.8\,\eta\cdot Q_{ass}\approx\, 9.884525\times 10^7\text{ J}$$
A tale lavoro corrisponde un tempo di funzionamento massimo
$$\Delta t\,=\frac{L'}{P}\,\approx\,2636\text{ s}$$
e cioè una distanza massima pari a
$$s\,=\,v\cdot\Delta t\,\approx\,55\text{ km}$$

10. **Il MOL campus di Budapest**
Calcoliamo la distanza dell'immagine dal piede della finestra:
$$s\,=\,\frac{4.5\text{ m}}{\tan(8.5°)}\approx\,30.11\text{ m.}$$
Da questa si ottengono le coordinate:
$$(x\,,\,y) =\,4.5\text{ m}\cdot[-\cos(5.6°),\,\sin(5.6°)] = (-29.966\text{ m},\,2.938\,\text{ m})$$
la cui somma (dei moduli) arrotondata a due cifre decimali è 32.90 m; (32.90 m)

11. **Passepartout**
Si determinano i volumi del lucchetto e dell'alloggiamento della chiave
$$V_{ottone} = 10\text{ cm}\cdot 4\text{ cm}\cdot 2\text{ cm}\,=\,8\times 10^{-5}\,\text{ m}^3$$
$$V_{acqua} = 3\text{ cm}\cdot 0.5\text{ cm}\cdot 0.2\text{ cm}\,=\,3\times 10^{-7}\,\text{ m}^3$$
da cui, sfruttando le densità, le masse
$$M_{ottone} = 8700\,{}^{kg}/_{m^3}\cdot 8\times 10^{-5}\,m^3 =\,696\times 10^{-3}\,kg\quad ;$$
$$M_{acqua} = 1000\,{}^{kg}/_{m^3}\cdot 3\times 10^{-7}\,m^3 =\,3\times 10^{-4}\,kg\quad ;$$
e per differenza la massa dell'arco
$$M_{inox} =\,M_{lucchetto} -\,M_{ottone} =\,696\times 10^{-3}\,kg\quad .$$
Si calcolano i contributi di calore richiesti dalle singole componenti del sistema per arrivare a 400℃
$$Q_{ottone} = 377\,{}^{J}/_{(kg\cdot K)}\cdot 696\times 10^{-3}\,kg\cdot 381\,K\,\approx\,99971.4\,J\quad ;$$
$$Q_{inox} = 502\,{}^{J}/_{(kg\cdot K)}\cdot 304\times 10^{-3}\,kg\cdot 381\,K\,\approx\,58143.6\,J\quad ;$$
$$Q_{acqua} = 4187\,{}^{J}/_{(kg\cdot K)}\cdot 3\times 10^{-4}\,kg\cdot 81\,K\,\approx\,101.7\,J\quad ;$$
$$Q_{latente} = 2272\,{}^{kJ}/_{kg}\cdot 3\times 10^{-4}\,\approx\,681.6\,J\quad ;$$
$$Q_{vapore} = 1900\,{}^{J}/_{(kg\cdot K)}\cdot 3\times 10^{-4}\,kg\cdot 300\,K\,\approx\,171.0\,J\quad ;$$
per un totale approssimato di $Q_{tot}\approx\,159069.3\,J$, da cui
$$\Delta t\,=\frac{Q_{tot}}{P}\approx 194\,s\quad .\qquad (200\,\pm\,10\,s)$$

12. **Motore elettro-armonico**
Nel punto di massima accelerazione a_{max} la sfera si trova in corrispondenza di uno degli estremi, a distanza A dal centro del cilindro. Lì è soggetta ad una forza che l'attira verso l'estremo più lontano

$$m \cdot a_{max} = q \cdot E = \frac{q \cdot \Delta V_{max}}{2\,A} \quad \rightarrow \quad a_{max} = \frac{q \cdot \Delta V_{max}}{2\,m \cdot A} \quad .$$

Siccome il moto è armonico:

$$a_{max} = A \cdot (2\,\pi\,f)^2 \quad .$$

dove dove $\omega = 2\,\pi\,f$. Perciò la massima differenza di potenziale da applicare è

$$\Delta V_{max} = \frac{8\,\pi^2 m \cdot A^2 \cdot f^2}{q} \approx 133240 \text{ V}$$

13. **Una nuova alba**
La minima differenza di energia potenziale gravitazionale del sistema formato dai due satelliti, tra la situazione inziale e finale deve essere $\Delta U = 0.2$ chilotoni, dove

$$\Delta U = G\frac{2\,m \cdot M_T}{R_T} - G\frac{2\,m \cdot M_T}{R_T + h} \quad ;$$

con m la massa di uno dei satelliti e h la distanza dal suolo del satellite più veloce (il più vicino al suolo). Dalla sua velocità si ottiene la distanza dal suolo h

$$v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} \quad \rightarrow \quad h = \frac{G \cdot M_T}{v_1^2} - R_T \quad .$$

Unendo le due relazioni precedenti si trova direttamente la velocità

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,G \cdot m \cdot M_T - \Delta U \cdot R_T}{2\,m \cdot R_T}} \approx 2979.9 \; {}^{m}\!/_{s} \quad ;$$

e quindi $\|[\Delta v| = |\,v_1 - v_2| \approx 480$ m/s.