

# L'interazione nucleone - nucleone

## 1 Introduzione

Un'analisi riduzionistica della struttura nucleare considera i nuclei composti da nucleoni. A loro volta i nucleoni sono composti da quark e gluoni che interagiscono tra di loro soprattutto utilizzando l'interazione forte. Una descrizione *ab initio* della struttura del nucleo dovrebbe partire dall'interazione tra quark, descritta dalla *Cromodinamica Quantistica* (QCD). La complessità delle equazioni da risolvere per studiare il problema in questo modo, è superiore alle attuali capacità di calcolo.

Di fatto struttura nucleare e struttura adronica sono problemi che implicano scale energetiche differenti. Si parla di MeV per la struttura nucleare, mentre lo studio della struttura degli adroni implica fenomeni che appaiono ad energie dell'ordine dei GeV. In fisica avviene normalmente che i problemi che si incontrano a scale energetiche differenti, vengono affrontati cambiando i gradi di libertà fondamentali da cui si parte. Questo significa che sistemi complessi vengono descritti utilizzando elementi considerati privi di struttura interna, e questi elementi cambiano a seconda delle energie coinvolte nei fenomeni che ci si propone di descrivere. Ad esempio, nello studio dei liquidi e dei gas, si trascura la struttura interna delle molecole. Nello studio della struttura atomica si trascura il problema della struttura del nucleo. Nel caso specifico della struttura nucleare l'idea è quella di considerare i nucleoni come elementi fondamentali della descrizione del nucleo. In questa descrizione del nucleo l'altro elemento necessario è l'interazione tra nucleoni.

L'interazione nucleone-nucleone non è fondamentale, dato che in realtà i nucleoni non sono puntiformi. In analogia con la fisica atomica possiamo affermare che l'interazione nucleone-nucleone è paragonabile all'interazione tra due atomi. In quest'ultimo caso è ovvio che l'interazione fondamentale che sta alla base è quella di Coulomb, ma la difficoltà di descrivere separatamente gli atomi e quindi la loro interazione, può essere superata trascurando la struttura interna di ogni singolo atomo e considerando una interazione effettiva atomo-atomo. L'interazione tra due nucleoni deve essere interpretata in maniera analoga.

Le caratteristiche dell'interazione tra due nucleoni sono ottenute studiando le proprietà dei sistemi composti da due nucleoni. Esiste un solo stato legato di due nucleoni: il deutone. Altre informazioni provengono dallo studio di processi di diffusione tra due nucleoni. In questo capitolo presenteremo brevemente le idee alla base di questo studio ed i risultati ottenuti.

## 2 I sistemi di due nucleoni

### 2.1 Il deutone

Sintetizziamo alcune proprietà empiriche del deutone:

- è il solo sistema legato di due nucleoni,
- è formato da un protone e un neutrone,
- non ha stati eccitati,
- ha momento angolare  $J = 1$ ,
- ha energia di legame  $B(2, 1) = 2.224$  MeV,
- ha momento di dipolo magnetico,  $\mu_d = 0.8574$  magnetoni nucleonici,

- ha momento di quadrupolo elettrico:  $Q = 2.82$  mb.

Da queste caratteristiche si possono già inferire alcune caratteristiche dell'interazione tra due nucleoni.

1. Il fatto che sia composto solo da una coppia protone-neutrone, implica che l'interazione dipenda dall'isospin delle due particelle interagenti. Più precisamente dalle terze componenti del loro isospin. Amesso che la non esistenza del diprotone, lo stato legato di due protoni, possa essere attribuita alla presenza della repulsione coulombiana, quantomeno lo stato legato dei due neutroni dovrebbe esistere, se l'interazione non dipendesse dall'isospin.
2. Il fatto che il deutone abbia momento angolare uguale a 1, indica che l'interazione dipende dallo spin. In caso contrario dovrebbe esistere anche il deutone di momento angolare nullo con un rapporto uno su tre rispetto al deutone con momento angolare uno.
3. I due fatti che il momento magnetico di dipolo magnetico non è dato dalla somma dei momenti magnetici anomali del protone e del deutone, ma soprattutto, che il momento di quadrupolo elettrico non sia nullo, mostrano che la parte radiale della funzione d'onda del deutone non ha simmetria sferica. Per potenziali a simmetria sferica la soluzione dell'equazione di Schrödinger di minima energia è l'onda  $s$  con momento angolare nullo. Questo implica la simmetria sferica della funzione d'onda radiale, e quindi il momento di quadrupolo elettrico deve essere nullo. La funzione d'onda radiale del deutone è composta da una parte a simmetria sferica, onda  $s$ , e da un termine di onda  $d$  con momento angolare uguale a 2. Non c'è contributo di onda  $p$  perchè questa ha parità opposta a quella dell'onda  $s$  e, nelle interazioni forti, la parità è conservata. La deformazione dello stato fondamentale del deutone implica che l'interazione nucleone-nucleone non è puramente centrale. Il termine che viola la centralità della interazione nucleone nucleone è detto tensoriale, e verrà presentato con qualche dettaglio nel prossimo paragrafo.

## 2.2 La diffusione nucleone - nucleone

Le informazioni quantitative più precise sono ottenute dallo studio dei processi di diffusione tra nucleoni. L'idea è quella di analizzare le sezioni d'urto elastiche tra due nucleoni facendo uno sviluppo in onde parziali della sezione d'urto. Senza entrare nei dettagli del calcolo presenteremo l'idea base. L'analisi in onde parziali consiste nell'utilizzare coordinate polari sferiche per descrivere il processo di diffusione. L'equazione di Schrödinger a tre dimensioni può essere riscritta come somma di equazioni differenziali la cui unica variabile è la distanza dal centro del potenziale diffusore.

La situazione più semplice è quella del potenziale costante, o nullo. In questo caso la funzione d'onda che descrive la particella sia prima che dopo la diffusione è l'onda piana, che in termini di armoniche sferiche può essere espressa come:

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = 4\pi \sum_{LM} i^L j_L(kr) Y_{LM}(\hat{r}) Y_{LM}^*(\hat{k})$$

Nell'equazione precedente  $\mathbf{k}$  rappresenta il numero d'onda della particella,  $j_L$  rappresenta la funzione di Bessel sferica, e il simbolo  $Y_{LM}$  le armoniche sferiche.

In presenza di un potenziale la funzione d'onda è descritta come:

$$\psi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = 4\pi \sum_{LM} i^L R_L(kr) Y_{LM}(\hat{r}) Y_{LM}^*(\hat{k})$$

La differenza nelle due funzioni è nella parte radiale della funzione d'onda. Per potenziali a corto raggio, come quelli nucleari, i comportamenti asintotici delle parti radiali sono:

$$j_L(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin\left(kr - \frac{L}{2}\pi\right)$$

e

$$R_L(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin \left( kr - \frac{L}{2}\pi + \delta_L \right)$$

il termine  $\delta_L$  viene detto sfasamento ed è direttamente collegato alla sezione d'urto:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{1}{k} \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) e^{i\delta_L} \sin \delta_L P_L(\cos \theta) \right|^2 \quad (1)$$

dove  $P_L$  è il polinomio di Legendre e  $\theta$  l'angolo di diffusione.

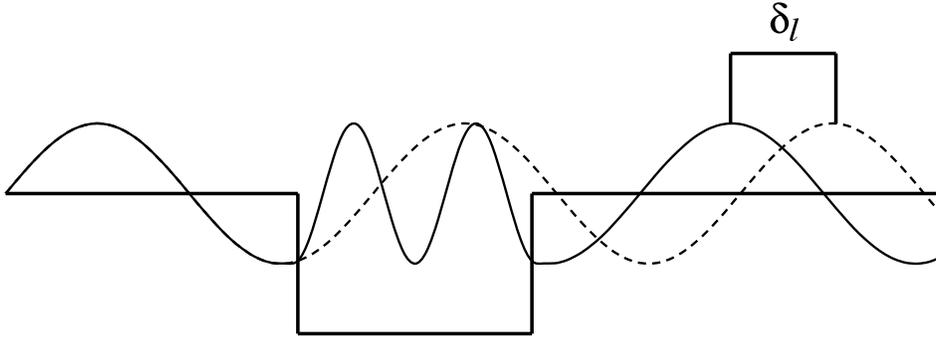


Figura 1: Schematizzazione del processo di diffusione da potenziale. La linea tratteggiata rappresenta la soluzione senza potenziale, mentre la linea continua quella in presenza di un potenziale attivo in una regione limitata dello spazio. Asintoticamente le due soluzioni differiscono solo per uno sfasamento.

L'idea dello sfasamento asintotico è rappresentata schematicamente nella figura 1 dove è stato utilizzato un potenziale quadrato. Il fatto che il potenziale sia limitato implica che asintoticamente la funzione d'onda si comporti come la funzione d'onda libera, cioè come quella senza potenziale, con uno sfasamento. La presenza del potenziale coulombiano, a raggio infinito, complica notevolmente il problema. Anche in questo caso è possibile definire uno sfasamento prodotto dal potenziale nucleare a corto raggio, rispetto alla soluzione ottenuta con il solo potenziale coulombiano.

Dall'espressione 1 è possibile vedere come sia possibile ottenere informazioni sugli sfasamenti facendo un'analisi in onde parziali delle sezioni d'urto misurate. A loro volta gli sfasamenti sono strettamente legati al potenziale. Ad esempio, valori positivi degli sfasamenti indicano potenziali attrattivi ed il contrario per valori negativi.

I dati sperimentali su cui si basano i moderni potenziali nucleone-nucleone sono composti da circa 1500 sezioni d'urto elastiche di processi protone-protone e 2300 di processi protone-neutrone.

### 3 Caratteristiche dell'interazione nucleone - nucleone

Dato che l'energia del sistema è una quantità scalare, l'hamiltoniana deve essere un operatore scalare, e così la parte dell'energia potenziale. Accanto a questa proprietà ci sono proprietà di simmetria, come le invarianze traslazionale e rotazionale, la conservazione del momento angolare e della parità, che impongono delle limitazioni alle espressioni funzionali del potenziale in termini di coordinate, spin e isospin delle due particelle interagenti.

Una parametrizzazione del potenziale che soddisfa le proprietà di simmetria sopra citate e che permette di separare i termini dipendenti dai vari numeri quantici dei nucleoni è:

$$\begin{aligned}
V(1,2) = & V_o(r_{12}) + V_\sigma(r_{12}) \boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \boldsymbol{\sigma}(2) + V_\tau(r_{12}) \boldsymbol{\tau}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}(2) + \\
& V_{\sigma\tau}(r_{12}) \boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \boldsymbol{\sigma}(2) \boldsymbol{\tau}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}(2) + \\
& V_t(r_{12}) S_{12} + V_{t\tau}(r_{12}) S_{12} \boldsymbol{\tau}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}(2) + V_{so}(r_{12}) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \\
& V_{soL}(r_{12}) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \boldsymbol{\tau}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}(2) + \dots
\end{aligned}$$

dove  $\mathbf{L}_{12} = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{p}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{p}_2$  e  $S = 1/2 (\sigma_1 + \sigma_2)$  e dove con  $S_{12}$  abbiamo indicato il termine tensoriale definito tradizionalmente come:

$$S_{12} = 3 \frac{\boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \mathbf{r}_{12} \boldsymbol{\sigma}(2) \cdot \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^2} - \boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \boldsymbol{\sigma}(2) \quad (2)$$

Nell'equazione precedente il termine tensoriale è il primo a destra, il secondo termine è inserito per annullare l'integrale angolare.

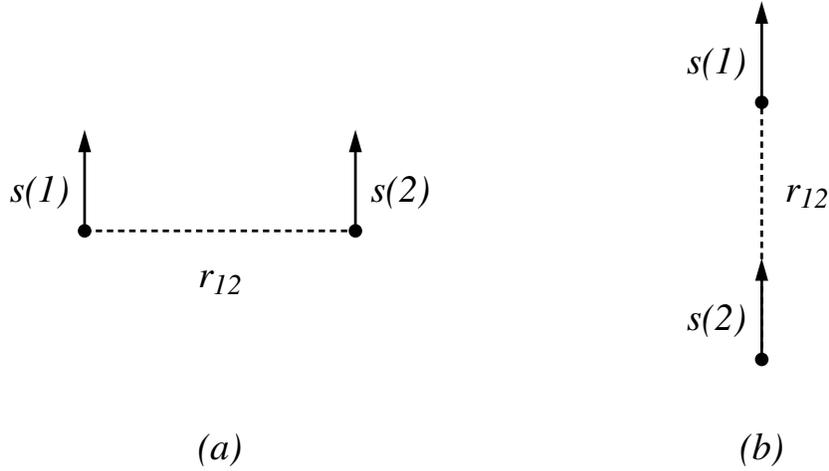


Figura 2: Geometrie in cui il termine tensoriale del potenziale nucleone-nucleone agisce in maniera differente.

La figura 2 mostra due situazioni geometriche in cui il termine tensoriale del potenziale assume valori differenti. Dato che la distanza tra i due nucleoni è la stessa in entrambe le situazioni la parte centrale del potenziale rimane costante nei due casi. La parte tensoriale dell'equazione 2 dipende dal prodotto scalare tra gli spin dei nucleoni e la loro distanza. Questo significa che nel caso (a) della figura il primo termine a destra dell'equazione 2 è nullo dato che i due spin sono ortogonali a  $r_{12}$ . Nel caso (b) il contributo di questo termine è invece massimo dato che gli spin sono paralleli a  $r_{12}$ . E' quindi chiaro che il termine tensoriale del potenziale nucleone-nucleone distrugge la simmetria sferica. Come già accennato la presenza di un momento di quadrupolo elettrico nello stato fondamentale del deutone è forse la più spettacolare evidenza empirica dell'esistenza di termini tensoriali del potenziale.

L'analisi degli sfasamenti mette in evidenza che il potenziale tra due nucleoni non è puramente attrattivo. Nella figura 3 viene rappresentato la forma del potenziale nel canale scalare, in funzione

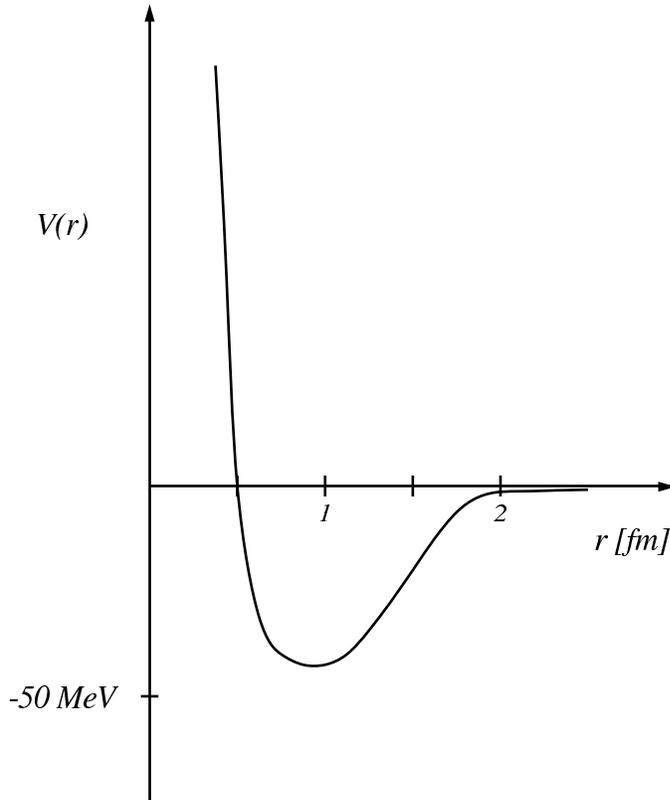


Figura 3: Potenziale nucleone-nucleone nel canale scalare.

della distanza tra i due nucleoni. Il potenziale è nullo a distanze superiori a 2 fm, è attrattivo tra 0.5 e 2 fm. Il minimo del potenziale è attorno ad 1 fm ed è dell'ordine di circa 50 MeV.

Un'altra caratteristica peculiare del potenziale nucleone-nucleone è la presenza di un core fortemente repulsivo a distanze inferiori a 0.5 fm. Questa è la parte meno controllata del potenziale, sia dal punto di vista empirico sia da quello più strettamente teorico. Il valore del potenziale a distanze inferiori a 0.5 fm non è ben definito dall'analisi delle sezioni d'urto sperimentali. I dati sono compatibili con espressioni analitiche del core repulsivo molto differenti. In letteratura si trovano potenziali che utilizzano un core repulsivo che tende all'infinito per distanze inferiori a 0.5 fm. Questi potenziali sono identificati come *hard core*. I potenziali più moderni che hanno valori finiti del potenziale anche per distanze nulle tra nucleoni, sono detti *soft core*. Anche nel caso di potenziali *soft core* i valori del potenziale nella parte repulsiva sono molto più grandi del minimo attrattivo, valori dell'ordine di 1 GeV. Dal punto di vista teorico il problema risiede nell'interpretazione del potenziale a distanze così piccole tra i due nucleoni. Se consideriamo che il raggio elettromagnetico del protone è di circa 0.8 fm, ci rendiamo conto distanze relative di 0.5 fm implicano una sovrapposizione dei due nucleoni. Ovviamente l'idea di un potenziale attivo a distanze internucleoniche così piccole si basa sull'ipotesi di nucleoni puntiformi, ipotesi che perde validità.

Da quanto discusso risulta evidente che l'idea di schematizzare l'interazione tra due nucleoni in termini di un potenziale ha una validità limitata. I fenomeni che si possono descrivere utilizzando questo quadro teorico sono limitati ad energie dell'ordine dei MeV, che è l'ambito tradizionale della fisica nucleare. Ad energie dell'ordine del GeV, la struttura interna del nucleone comincia ad essere

importante, e quindi la modellizzazione in termini di potenziale perde validità.

Anche nel contesto della fisica nucleare tradizionale, quella che si occupa di fenomeni che implicano energie inferiori al GeV, la presenza del core fortemente repulsivo crea problemi teorici notevoli, perché impedisce l'uso delle tradizionali teorie perturbative. La descrizione del nucleo in termini di potenziali nucleone-nucleone realistici, ovvero quelli descritti in questo capitolo, che riproducono le caratteristiche dei sistemi a due nucleoni, implica lo sviluppo di sofisticate teorie a multicorpi non perturbative.

# Domande

[N1-13]

Schematizza in un disegno l'andamento della parte scalare dell'interazione nucleone-nucleone in funzione della distanza relativa.

[N2-16]

È possibile per due protoni diffondere con momento angolare relativo  $L = 0$  in modo che gli spin siano in uno stato di tripletto  $S = 1$  ? Per due neutroni? Per un protone e un neutrone? Perché?

[N3-13]

Da quali dati empirici vengono dedotte le caratteristiche dell'interazione tra due nucleoni? Si tratta di una interazione fondamentale? Perché?

[N3-14]

Il deutone ha momento di quadrupolo elettrico diverso da zero. Che proprietà dell'interazione nucleone-nucleone ne consegue? Perché?