

Eccitazioni nucleari

1 Spettro rotazionale

Consideriamo un nucleo pari-pari, con spin zero, che abbia però una deformazione permanente. Supponiamo inoltre che il nucleo goda di una simmetria rotazionale attorno all'asse z . Per questo motivo, la scelta degli assi x e y è arbitraria nel piano ortogonale a z .

Dal punto di vista della meccanica quantistica la rotazione attorno all'asse di simmetria non è definita. La simmetria del problema implica che la funzione d'onda $\Psi(\mathbf{r})$ che descrive il nucleo sia indipendente dall'angolo di rotazione ϕ rispetto all'asse z . Se L_z è la componente dell'operatore momento angolare di rotazione attorno all'asse z si ha che:

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial \Psi(r, \theta, \phi)}{\partial \phi} = 0. \quad (1)$$

Ovviamente le rotazioni attorno ad assi perpendicolari all'asse di simmetria sono permesse. Supponendo che il nucleo posseda un momento angolare di rotazione L , l'espressione classica dell'energia di rotazione è:

$$H_{rot} = \frac{\mathbf{L}^2}{2\mathfrak{I}} \quad (2)$$

dove \mathfrak{I} è il momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione.

Passando alla meccanica quantistica, utilizzando il principio di corrispondenza, l'equazione agli autovalori che descrive la rotazione è:

$$\frac{\mathbf{L}^2}{2\mathfrak{I}} |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \quad (3)$$

dove adesso \mathbf{L}^2 è un operatore. Autostati dell'operatore di rotazione sono le armoniche sferiche $Y_{JM}(\theta, \phi)$:

$$\mathbf{L}^2 Y_{JM}(\theta, \phi) = L(L+1)\hbar^2 Y_{JM}(\theta, \phi) \quad \text{con } L = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

La parità delle armoniche sferiche è $(-1)^L$. Il nucleo che stiamo considerando è simmetrico per riflessioni nel piano xy . Le armoniche sferiche con L dispari cambiano segno per riflessioni in questo piano, quindi non possono essere autostati del problema preso in esame. Per questo motivo sono permessi soltanto valori pari di L . Utilizzando le due equazioni precedenti gli autostati dell'energia di rotazione sono

$$E_L = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} L(L+1) \quad L = 0, 2, 4, \dots \quad (5)$$

Nella figura 1.1 sono mostrati gli spettri sperimentali dei nuclei pari-pari ^{232}Th e ^{238}U . Si vede come tutti i valori dei momenti angolari siano pari e le parità siano positive. Inoltre, le spaziature tra i vari livelli seguono la legge data dall'equazione (1.5).

Il momento di inerzia empirico è dedotto dalla spaziatura dello spettro di rotazione. Si scopre che il momento di inerzia empirico è sempre più piccolo di quello di un rotore rigido (vedi figura 1.2). Questo indica che nel nucleo esiste un core superfluido che non ruota, e che soltanto la parte esterna del nucleo è in rotazione.

2 Spettro vibrazionale

Fin'ora abbiamo considerato stati eccitati del nucleo generati dalla sua rotazione. Un altro moto di eccitazione dei nuclei è dovuto alle vibrazioni della superficie nucleare attorno alla posizione di equilibrio. Lo spettro di eccitazione vibrazionale è ben identificato nei nuclei sferici, come i doppio magici, in cui non esiste spettro di rotazione.

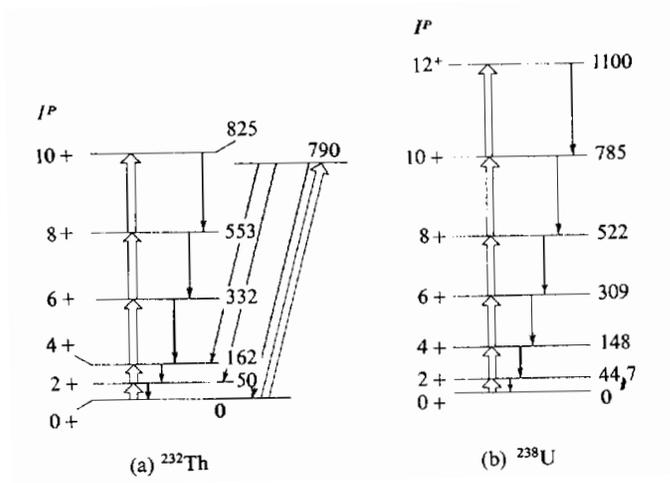


Figura 1: Spettri rotazionali.

Alcuni tipi di vibrazione attorno alla posizione di equilibrio sono mostrate nella figura 1.3. Un modello semi-classico che descrive questo tipo di eccitazioni nucleari è quello a goccia di liquido. Si descrive il nucleo come una goccia di liquido incompressibile e se ne descrive la superficie utilizzando una funzione della distanza dal centro del nucleo:

$$R = R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \quad (6)$$

Dove R_0 è il raggio della sfera con lo stesso volume e $Y_{\lambda\mu}$ è l'armonica sferica. I coefficienti $\alpha_{\lambda\mu}$ descrivono le deformazioni del nucleo rispetto alla forma sferica. Questo tipo di trattazione è valido per piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio. Processi come la fissione non possono essere trattati con questo modello.

Nel caso $\lambda = 0$ il volume del nucleo viene modificato ma la forma rimane sferica. Questo moto di vibrazione si chiama *breathing mode* (modo di respiro) e dà informazioni sulla compressibilità della materia nucleare.

Il caso $\lambda = 1$ corrisponde ad una situazione in cui si ha una traslazione del centro di massa. Questo non è un moto di eccitazione del nucleo, quindi il caso $\lambda = 1$ non viene considerato. Consideriamo stati vibrazionali con $\lambda \geq 2$ che sono detti fononi, in analogia a quanto avviene per i moti di compressione nello stato solido.

Se i coefficienti $\alpha_{\lambda\mu}$ sono indipendenti dal tempo, si descrive una deformazione permanente del sistema. Le vibrazioni attorno alla posizione, sferica, di equilibrio sono quindi descritte da coefficienti $\alpha_{\lambda\mu}$ dipendenti dal tempo.

Per piccole deformazioni attorno alla posizione di equilibrio, il moto può essere trattato come armonico. L'hamiltoniana classica che descrive questo tipo di moto è:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} (B_{\lambda} |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2 + C_{\lambda} |\alpha_{\lambda\mu}|^2) \quad (7)$$

dove i valori delle costanti B_{λ} e C_{λ} sono espressi da numeri reali. La soluzione dell'equazione agli autovalori per l'hamiltoniana (1.7) produce uno spettro armonico come quello presentato nella figura 1.4, con:

$$E_{N, \lambda} = \left(N + \frac{2\lambda + 1}{2} \right) \hbar\omega, \quad (8)$$

dove N è il numero di fononi di multipolarità λ e con

$$\omega^2 = \frac{C_{\lambda}}{B_{\lambda}}.$$

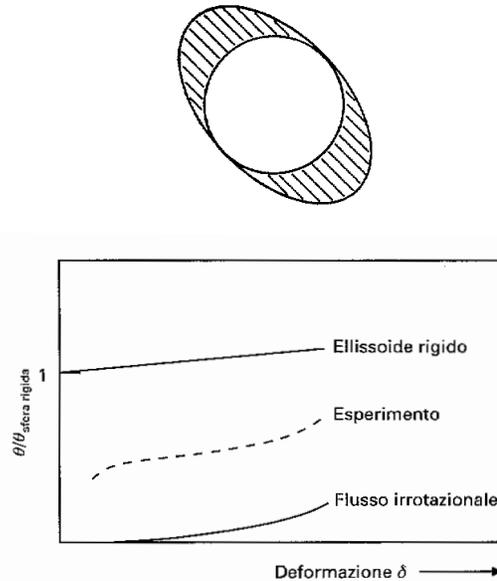


Figura 2: Rotatore con core superfluido.

Gli stati eccitati superiori al primo sono prodotti dall'accoppiamento del momento angolare, e della parità del fonone eccitato. Ad esempio il secondo stato eccitato per $\lambda = 2$ è dato dall'accoppiamento di due eccitazioni di tipo 2^+ . L'energia di eccitazione è $2\hbar\omega$ ed i momenti angolari possibili sono: 0^+ , 2^+ e 4^+ . I termini con 1 e 3 sono nulli perché producono funzioni d'onda antisimmetriche per lo scambio dei due fononi (che seguono la statistica bosonica).

I nuclei mostrano spettri con le caratteristiche previste dal modello vibrazionale. La degenerazione tra 0^+ , 2^+ e 4^+ è rimossa per la presenza di forze residue (vedi fig. 1.5).

Il modello appena presentato non descrive un'importante moto di eccitazione presente in tutti i nuclei con $A > 10$: la risonanza gigante di dipolo.

Già nel 1947 fu osservato che la sezione d'urto di fissione indotta da fotoni mostrava una forte risonanza, detta appunto risonanza gigante, ad energie che variano a seconda dei nuclei in un intervallo tra i 15 e 25 MeV (vedi fig. 1.6).

La risonanza gigante di dipolo, viene spiegata supponendo che sotto l'influenza del campo elettromagnetico del fotone, i protoni si muovono coerentemente in una direzione. Rispetto al centro di massa del nucleo è come se esistessero due fluidi, uno protonico e uno neutronico, che oscillano in opposizione di fase, figura 1.7. Questo moto viene descritto da equazioni classiche dell'idrodinamica. Si trova che la dipendenza della posizione del picco della risonanza gigante dipende dal numero di massa come $\sim 70A^{-1/3}$ MeV, che è una buona approssimazione di quanto si verifica sperimentalmente.

2.1 Eccitazioni di particella singola

Le eccitazioni nucleari che abbiamo discusso fin'ora sono di tipo collettivo, cioè eccitazioni in cui gran parte dei nucleoni che formano il nucleo sono coinvolti. In aggiunta a questi stati, lo spettro di eccitazione del nucleo presenta anche stati eccitati prodotti promuovendo un nucleone da uno stato che si trova al di sotto della superficie di Fermi ad uno che si trova al di sopra (vedi fig. 1.8).

Un esempio classico di questi stati è dato dagli stati 12^- e 14^- nello spettro di eccitazione del ^{208}Pb . Questi stati ad alto spin sono praticamente generati da pure eccitazioni particella-buca. Il 14^- è costituito dalla transizione neutronica $1j_{15/2}, 1i_{13/2}^{-1}$ (il primo è lo stato *particella* sopra il

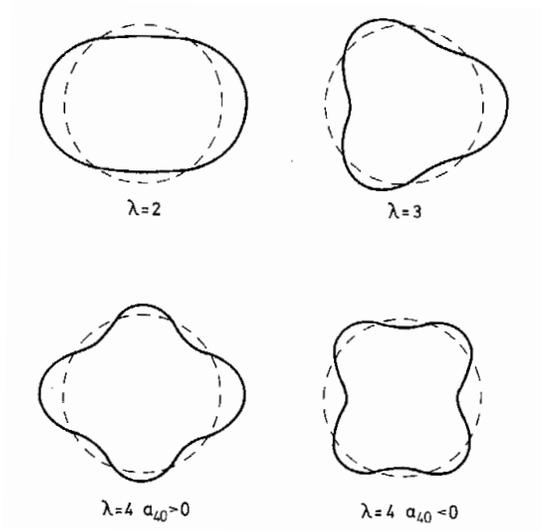


Figura 3: Vibrazioni di quadrupolo ($\lambda=2$), ottupolo ($\lambda=3$), esadecapolo ($\lambda=4$) attorno alla forma sferica.

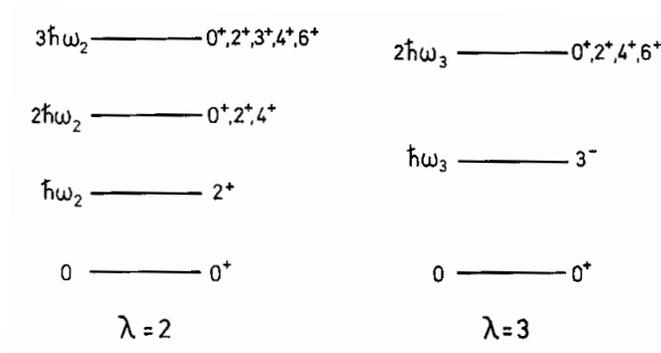


Figura 4: Spettro di eccitazione per deformazioni armoniche di quadrupolo ($\lambda=2$) e ottupolo ($\lambda=4$).

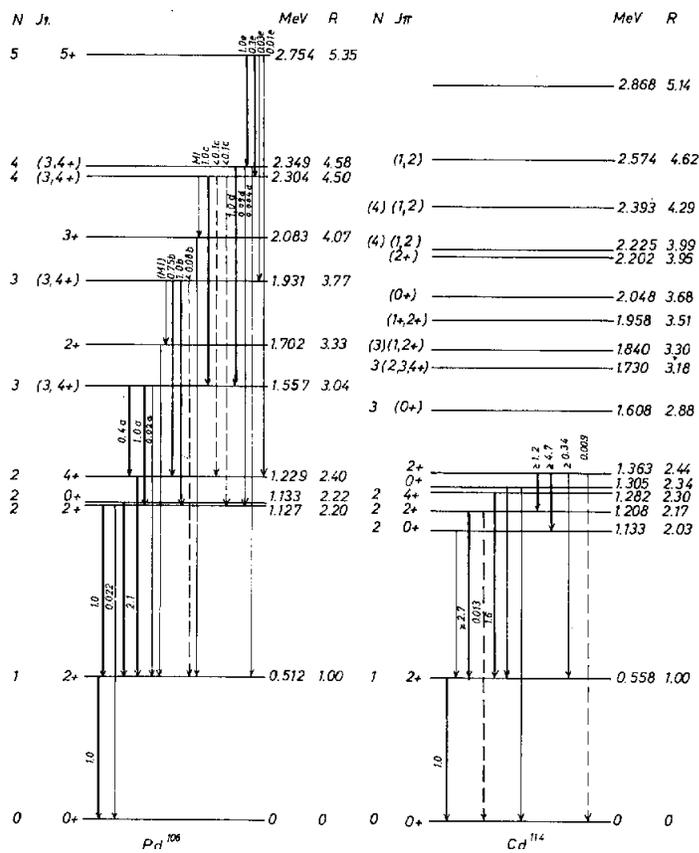


Figura 5: Spettro sperimentale vibrazionale.

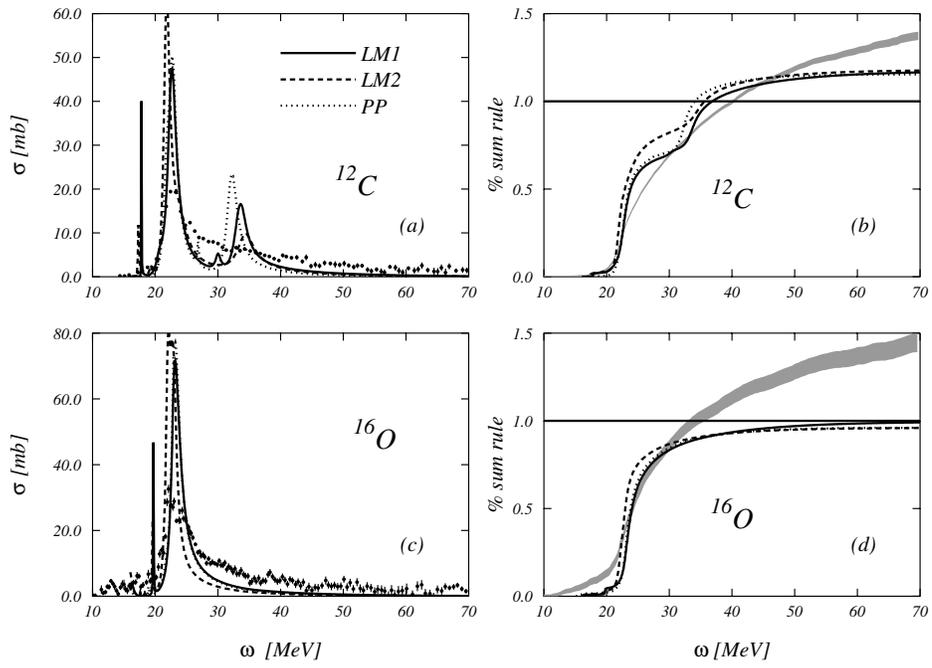


Figura 6: Sezioni d'urto totali di fotoassorbimento in ^{12}C e ^{16}O .

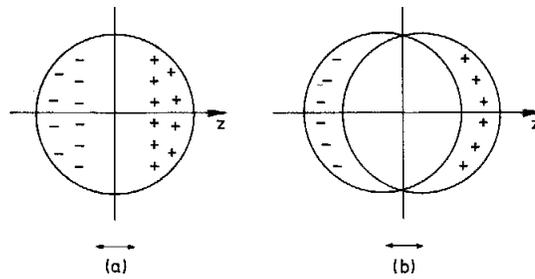


Figura 7: Modello a due fluidi della risonanza di dipolo.

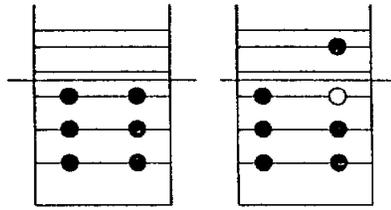


Figura 8: Schema di eccitazione di singola particella.

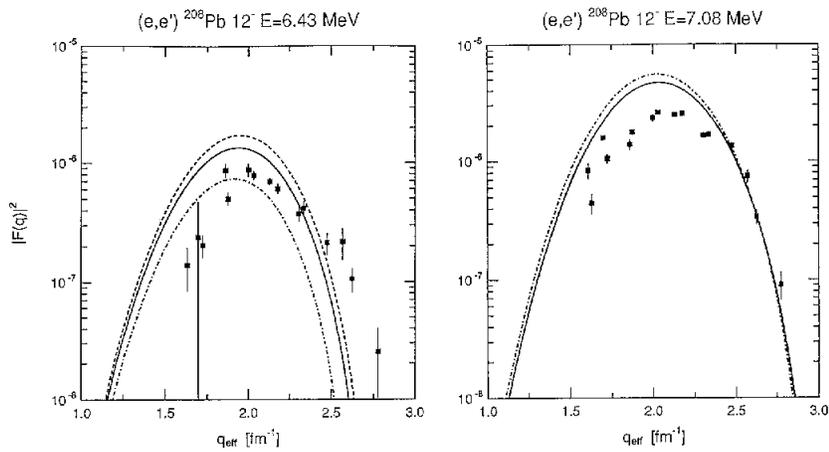


Figura 9: Fattori di forma elettromagnetici di due stati 12^- nel nucleo ^{208}Pb .

livello di Fermi, il secondo è lo stato *buca* sotto il livello di Fermi. I due stati 12^- sono combinazioni della stessa transizione neutronica con la transizione protonica $1i_{13/2}, 1h_{11/2}^{-1}$. I fattori di forma elettromagnetici degli stati 12^- sono mostrati nella figura 1.9.

2.2 Conclusioni

Da quanto abbiamo discusso risulta chiaro che lo spettro di eccitazione del nucleo è estremamente complesso. Agli stati collettivi, generati sia da rotazioni che da vibrazioni, si sovrappongono stati prodotti da eccitazioni di singola particella. La descrizione teorica dello spettro è ancora basata sull'utilizzazione di modelli. Esistono comunque delle teorie che cercano di dare una visione unificante delle eccitazioni di singola particella e delle vibrazioni collettive. Queste teorie, che descrivono gli stati eccitati nucleari come combinazione lineare di eccitazioni particella–buca hanno un discreto successo nel prevedere sia lo spettro di eccitazione che le probabilità di transizione.

Domande

[N2-20]

Consideriamo un nucleo di momento angolare nullo e deformazione permanente. Com'è legata l'energia di rotazione al momento d'inerzia e all'autovalore del momento angolare?

[N3-16]

Come si differenziano gli spettri rotazionali da quelli vibrazionali?

[N4-16]

Eccitazioni di particella singola e collettive sono due classificazioni estreme dei modi di eccitazione di un nucleo. In cosa si differenziano? Quale dei due tipi di eccitazione è ben descritto dal modello a campo medio? Qual'è l'approssimazione fatta dal modello a campo medio che impedisce la descrizione di entrambi i modi di eccitazione?

[N4-17]

La risonanza gigante di dipolo elettrico è presente in tutti i nuclei con $A > 10$. In quale tipo di processi di diffusione viene meglio eccitata? Quali sono i numeri quantici che la caratterizzano? Come viene descritta in un modello a due fluidi?