

Un modo di esprimere il fatto che 3 vettori siano sullo stesso piano e'

$$\vec{a} + \lambda_1 \vec{b} + \lambda_2 \vec{c} = 0,$$

dove λ_1 e λ_2 sono due numeri reali. Chiaramente se i 3 vettori non fossero sullo stesso piano ci sarebbero delle componenti di qualcuno dei vettori che non potrebbero essere annullate.

Questo significa

$$\vec{\nabla} F + \lambda_1 \vec{\nabla} g + \lambda_2 \vec{\nabla} h = 0$$

Dato che la variazione in una direzione e' indipendente dalla variazione nell'altra si ha per il problema totale:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_1 \frac{\partial g}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial g}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_1 \frac{\partial g}{\partial z} + \lambda_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \\ g(x, y, z) = 0 \\ h(x, y, z) = 0 \end{array} \right.$$

Questo sistema di equazioni
ha 5 equazioni e 5 incognite
 $x, y, z, \lambda_1, \lambda_2$

La procedura può essere generalizzata a qualsiasi numero di vincoli e di variabili.