

• Teorema di Koopmans •

Questo teorema afferma che le  $\epsilon_k$  dell'eq. 40) sono le energie necessarie per estrarre la particella  $k$ .

Se lo stato fondamentale di un sistema di  $A$  particelle può essere scritto come:

$$|\Phi_0\rangle = \det \left[ \prod_{i=1}^A a_i^\dagger |0\rangle \right] \frac{1}{A!} \quad (11a)$$

dove  $|0\rangle$  è il vuoto e  $\det$  indica il determinante, per un sistema di  $A-1$  particelle si ha (senza la  $j$ -esima particella)

$$|\Phi\rangle_k^{A-1} = \det \left[ \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{A-1} a_i^\dagger |0\rangle \right] \frac{1}{(A-1)!} = \alpha |\Phi_0\rangle \quad (11b)$$

La differenza di energia tra questi due sistemi è:

$$\begin{aligned} E_0 - E_k &= \frac{\langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle} - \frac{\langle \Phi | H | \Phi \rangle_k^{A-1}}{\langle \Phi | \Phi \rangle_k^{A-1}} \quad \text{dall'eq. 25} \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^A \epsilon_i - \frac{1}{2} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^A \bar{V}_{ijij} \right\} - \left\{ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^A \epsilon_i - \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^A \bar{V}_{ijij} \right\} \\ &= \left[ \sum_{i=1}^A - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^A \right] \epsilon_i - \frac{1}{2} \left[ \sum_{ij} - \sum_{\substack{ij \\ j \neq k}} \right] \bar{V}_{ijij} \\ &= \epsilon_k - \frac{1}{2} \bar{V}_{kkkk} = \epsilon_k. \quad (12) \end{aligned}$$

$\bar{V}_{kkkk} = 0$  per la definizione eq. 13).

Non si può applicare iterativamente il teorema di Koopmans per trovare l'energia di un nucleo con  $A-2$  particelle. Questo perché dopo avere tolta una le altre interagiscono con  $A-1$ .