

La 4) ha una variazione sia su uno che l'altro dei due vettori

$$\langle \delta\psi | H - E | \psi \rangle + \langle \psi | H - E | \delta\psi \rangle = 0$$

$|\delta\psi\rangle$ è la variazione di $|\psi\rangle$ e $\langle\delta\psi|$ quella di $\langle\psi|$.
In realtà $|\delta\psi\rangle$ e $\langle\delta\psi|$ non sono indipendenti, ma possono essere considerati tali perché le variazioni sono arbitrarie e si può variare indipendentemente la parte reale e immaginaria di $|\psi\rangle$. Questo si può vedere sostituendo in 5a) $i|\delta\psi\rangle$ a $|\delta\psi\rangle$.
si ha:

$$\begin{aligned} & -i\langle\delta\psi| [H-E] |\psi\rangle + i\langle\psi| [H-E] |\delta\psi\rangle = \\ & i \left[-\langle\delta\psi| [H-E] |\psi\rangle + \langle\psi| [H-E] |\delta\psi\rangle \right] = 0 \end{aligned}$$

Poiché sia 5a) che 5b) devono essere verificate contemporaneamente deve essere

$$\langle\delta\psi| [H-E] |\psi\rangle = 0 \quad \text{e} \quad \langle\psi| [H-E] |\delta\psi\rangle = 0$$

dato che $|\delta\psi\rangle$ è arbitrario deve essere

$$[H-E] |\psi\rangle = 0$$

che è l'eq. di Schrödinger. C.V.D.

- L'uso dell'equazione variazionale è legato al fatto che solitamente la variazione di equazione 5) non viene fatta sulle soluzioni vere, ma su funzioni di prova dalla forma più semplice. Dal momento in cui la funzione "vera" non è nel set di funzioni su cui si minimizza il principio variazionale dà un valore superiore a quello vero, per essendo il minimo all'interno del set di funzioni scelto.