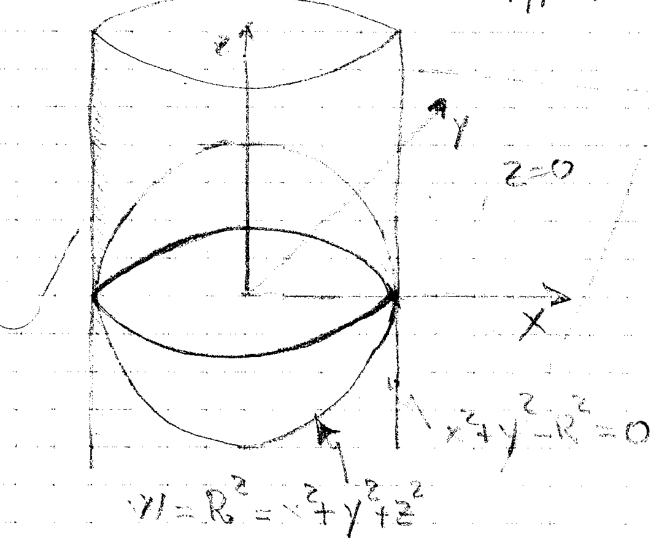
• Digressione sui moltiplicatori di Lagrange:

Il problema è quello di trovare il massimo o il minimo di una funzione a multivalori $W = f(x,y,z)$ sotto alcune condizioni che legano x,y,z per esempio:

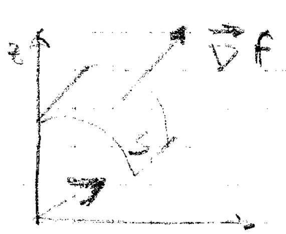
$$h(x,y,z)=0 \qquad g(x,y,z)=0$$



Questo significa trovare la variazione di x,y,z sulla curva di intersezione generata dalle superfici $g(x,y,z)=0$ e $h(x,y,z)=0$. Chiaramente questa curva è comune con f, g, h.

Ad esempio supponiamo che la funzione che vogliamo minimizzare sia $R^2=x^2+y^2+z^2$ (la sfera) con le restrizioni $z^2=0$ (il piano x,y) e $x^2+y^2=R^2$ (la superficie cilindrica). Chiaramente la circonferenza $x^2+y^2=R^2$ $z^2=0$ è comune a tutte e tre le superfici.

Cercando un minimo o un massimo $\vec{\nabla} f=0$ lungo la curva.



Il gradiente di ogni curva è perpendicolare al piano tangente alla curva nel punto dove è calcolato il gradiente.
Quindi $\vec{\nabla} f$, $\vec{\nabla} g$, $\vec{\nabla} h$ sono sullo stesso piano perpendicolare al piano tangente.