Alcuni risultati ottenuti usando il modello a Shell

• Distribuzione di probabilità dei nucleoni.

La distribuzione di materia e' definita come:

$$\langle \varphi | \sum_{i=1}^{A} \delta(\vec{r}-\vec{r}_i) | \varphi \rangle \equiv$$

$$\int d^3r_1 \dots d^3r_A \, \psi^*(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \sum_{i=1}^{A} \delta(\vec{r}-\vec{r}_i) \, \psi(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \equiv \rho(\vec{r}) .$$

~~$\rho(r)$ ha la stessa normalizzazione di φ~~. (Falso la ρ così definita è normalizzata ad A)

i e' un indice qualsiasi della i.

φ e' lo stato fondamentale del nucleo.

Eq. 33 dice semplicemente di integrare su tutte le coordinate tranne una.

Sostituiamo ψ con la funzione d'onda di modello a shell

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det \{ \phi_k \}$$

$$\langle \Phi | \sum_i \delta(\vec{r}-\vec{r}_i) | \Phi \rangle = \int d^3r_1 \dots d^3r_A \sum_i \begin{vmatrix} \phi_1^*(\vec{r}_1) & \cdots & \phi_A^*(\vec{r}_A) \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_1(\vec{r}_A) & \cdots & \phi_A(\vec{r}_A) \end{vmatrix} \delta(\vec{r}-\vec{r}_i) \begin{vmatrix} \phi_1(\vec{r}_1) & \cdots & \phi_1(\vec{r}_A) \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_1(\vec{r}_A) & \cdots & \phi_A(\vec{r}_A) \end{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{A!}}$$

$$= \sum_{k=1}^{A} \phi_k^*(\vec{r}) \phi_k(\vec{r}) = \sum_{j,m} \phi_{jm}^*(\vec{r}) \phi_{jm}(\vec{r})$$

Dato che lavoriamo in un sistema a simmetria sferica.

$$\rho(r) = \sum_{n,j,m} R_{nj}(r) \sum_{\mu s} \langle l \mu \tfrac{1}{2} s | j m \rangle Y^*_{l\mu}(\hat{r}) \chi_s^\dagger \, R_{nj}(r) \sum_{\mu' s'} \langle l \mu' \tfrac{1}{2} s' | j m \rangle Y_{l\mu'}(\hat{r}) \chi_{s'}$$

$$= \sum_{n,j,m} R^2_{nj}(r) \sum_{\mu s} \langle l \mu \tfrac{1}{2} s | j m \rangle^2 Y^*_{l\mu}(\hat{r}) Y_{l\mu}(\hat{r}) \, \delta_{ss'} \delta_{\mu\mu'}$$

Non si può fare la somma su μ perché coinvolge $Y_{l\mu}$.