Neutrino oscillations

Unità naturali $\hbar = c = 1$

Eq. di Dirac

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = -i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\psi + \beta m\psi \qquad 1)$$

$$\alpha_i^2 = 1 \quad \beta^2 = 1 \quad \alpha_i\alpha_j = -\alpha_j\alpha_i \quad \alpha_i\beta = -\beta\alpha_i \qquad 2)$$

Moltiplicando la 1) a sinistra per β abbiamo

$$i\beta\frac{\partial}{\partial t}\psi + i\beta\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\psi - \beta^2 m\psi = 0 \qquad 3)$$

$$\gamma = [\beta, \beta\vec{\alpha}] \equiv [\gamma^0, \vec{\gamma}] = [\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3] \qquad 4)$$

$$\left[i\gamma^0\frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma}\cdot\vec{\nabla} - m\right]\psi \equiv \left[i\gamma^0\frac{\partial}{\partial x_0} + i\vec{\gamma}\cdot\vec{\nabla} - m\right]\psi$$

$$= \left[i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} - m\right]\psi = 0 \qquad 5)$$

$$\gamma^\mu\gamma^\nu = -\gamma^\nu\gamma^\mu \quad (\mu \neq \nu) \quad (\gamma^i)^2 = -I \quad (\gamma^0)^2 = I \qquad 6)$$

Soluzione dell'eq. di Dirac di particella libera autostato di massa.

$$\underbrace{i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu}}_{\text{operatore}}\psi = m\psi \qquad \psi = u\, e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)} \qquad 7)$$

$$\gamma_0 u E - (\vec{\gamma}\cdot\vec{p} + m)u = 0$$

nel sistema di riferimento a riposo $\vec{p} = 0$

$$\gamma_0 E\, u = m u \quad \text{eq. agli autovalori} \qquad 8)$$