Consideriamo $F(\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega})$ indipendente da φ' e φ abbiamo quindi

$$\int d\vec{\Omega}' \int_0^{2\pi} d\varphi \; F(\vec{\Omega}' \to \vec{\Omega})\, \overline{\Phi}(z,\mu') = 2\pi \cdot 2\pi \int_{-1}^{1} d\mu\, F(\mu' \to \mu)\, \overline{\Phi}(z,\mu')$$

Quindi, dividendo per 2π abbiamo

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial t} + \mu \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial z} + \Sigma\, \overline{\Phi} = c\Sigma \cdot 2\pi \int_{-1}^{1} d\mu'\, F(\mu' \to \mu)\, \overline{\Phi}(z,\mu') + Q(z,\mu) \quad \text{(RN5)}$$

Sviluppo in polinomi di Legendre.

Dato che la (RN5) dipende da $\mu = \cos\vartheta$ che è una variabile il cui dominio è compreso tra -1 e 1, risulta conveniente uno sviluppo sulla base di polinomi di Legendre.

$$\overline{\Phi}(z,\mu) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m+1}{4\pi}\, \phi_m(z)\, P_m(\mu)$$

$$Q(z,\mu) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m+1}{4\pi}\, Q_m(z)\, P_m(\mu)$$

$$F(\mu' \to \mu) = \sum_{l} \frac{2l+1}{4\pi}\, F_l\, P_l(\cos\vartheta_{\mu'\mu}) = \sum_{lm} F_l\, Y^*_{lm}(\vartheta_{\mu'},\varphi_{\mu'})\, Y_{lm}(\vartheta_\mu,\varphi_\mu)$$

Usiamo la proprietà

$$P_l(\cos\vartheta_{12}) = \sum_{m=l}^{l} \frac{4\pi}{2l+1}\, Y^*_{lm}(\vartheta_1,\varphi_1)\, Y_{lm}(\vartheta_2,\varphi_2)$$

Sfruttando

$$\int_{-1}^{1} P_l(\mu)\, P_m(\mu)\, d\mu = \frac{2}{2l+1}\,\delta_{lm} \quad \text{e} \quad \int_{-1}^{1} \mu\, P_n(\mu)\, P_l(\mu)\, d\mu = \frac{n+1}{2n+1}\,\frac{2}{2(n+1)+1}\,\delta_{l\,n+1}$$