Somma di termini indipendenti. Ogni termine deve essere uguale ad una costante. La somma deve essere nulla.

K^2 positiva definita

$$-\alpha^2-\beta^2+\gamma^2-K^2=0$$

Voglio soluzioni periodiche in x e y come indicano le condizioni al contorno, quindi α^2 e β^2 devono essere positive definite. Per questo motivo γ^2 deve essere positivo e avere segno opposto rispetto agli altri termini.

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}=-\alpha^2 \quad ; \quad \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2}=-\beta^2 \quad ; \quad \frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz}=\gamma^2$$

$$X(x)=A\cos\alpha x \qquad \frac{dX}{dx}=-A\alpha\sin\alpha x \qquad \frac{d^2X}{dx^2}=-\alpha^2A\cos\alpha x=-\alpha^2X$$

$$Y(x)=B\cos\beta x$$

Per soddisfare le condizioni al contorno

$$X\left(\pm\frac{a}{2}\right)=0 \qquad \alpha\frac{a}{2}=\frac{\pi}{2}m \qquad \alpha=\frac{m\pi}{a} \qquad m=1,3,5$$

$$Y\left(\pm\frac{b}{2}\right)=0 \qquad \beta=\frac{n\pi}{b} \qquad n=1,3,5$$

$$X(x)=A_m\cos\left(\frac{m\pi}{a}\right) \qquad Y(y)=B_m\cos\left(\frac{n\pi}{b}\right)$$

$$Z(z)=Ce^{-\gamma z}+De^{+\gamma z}$$

$$Z(c)=0 \qquad Ce^{-\gamma c}+De^{\gamma c}=0 \qquad Ce^{-2\gamma c}+D=0$$

$$Z(z)=Ce^{-\gamma z}-Ce^{-2\gamma c}e^{\gamma z}=Ce^{-\gamma z}\left[1-e^{-2\gamma(c-z)}\right]$$

Se il parallelepipedo è molto lungo $\frac{1}{\gamma}\ll c$ il termine è normalmente $\ll 1$ (il caso $z=c$ è particolare). Approssimiamo

$$Z(z)\simeq Ce^{-\gamma z}$$

Se $z=c$ $e^{-\gamma c}\ll 1$ quindi non è 0 ma molto piccolo