

- **Richiami sull'analisi dati**
- **qualche informazione sugli strumenti**

**Ferdinando De Tomasi – 28 /2/2017**

- **Il problema generale:**

Dati  $(x,y)$  da interpolare con una legge nota,  
e determinazione dei parametri

Soluzione: fit

Ma ricordiamo: in questo corso dovete fare dei circuiti che funzionano, non mostrare quanto siete bravi a fare dei fit.

- **Ma prima di fare un fit:**

- Ricordate che un grafico contiene di per se informazioni utili
- Potete percepire a occhio se il comportamento e' quello che vi aspettate ( non succede mai di non sapere nulla sull'esperimento)
- Cercate di fare dei grafici mentre lavorate.
- Un grafico non deve essere un sottoprodotto del fit

- **E poi conoscere gli errori statistici**

- A volte vi viene fornito.
- A volte dovete fare delle prove e stimarlo.
- Altre volte lo stimerete a posteriori.
- Alla fine il tutto dovrà essere coerente

- **E magari stimare gli errori sistematici**
- Definizione circolare: differenza tra limite della media e valore vero
- O semplicemente: un errore che influenza tutte le misure in maniera prevedibile ( e quindi crea correlazione tra i dati)
- Nei fit facciamo entrare solo gli errori statistici, gli errori sistematici si trattano separatamente ( Non e' il solo metodo possibile, ma e' il piu' intuitivo)

- Il  $\chi^2$  , ricordiamolo

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - f(x_i, \mathbf{a})}{\sigma_i} \right)^2$$

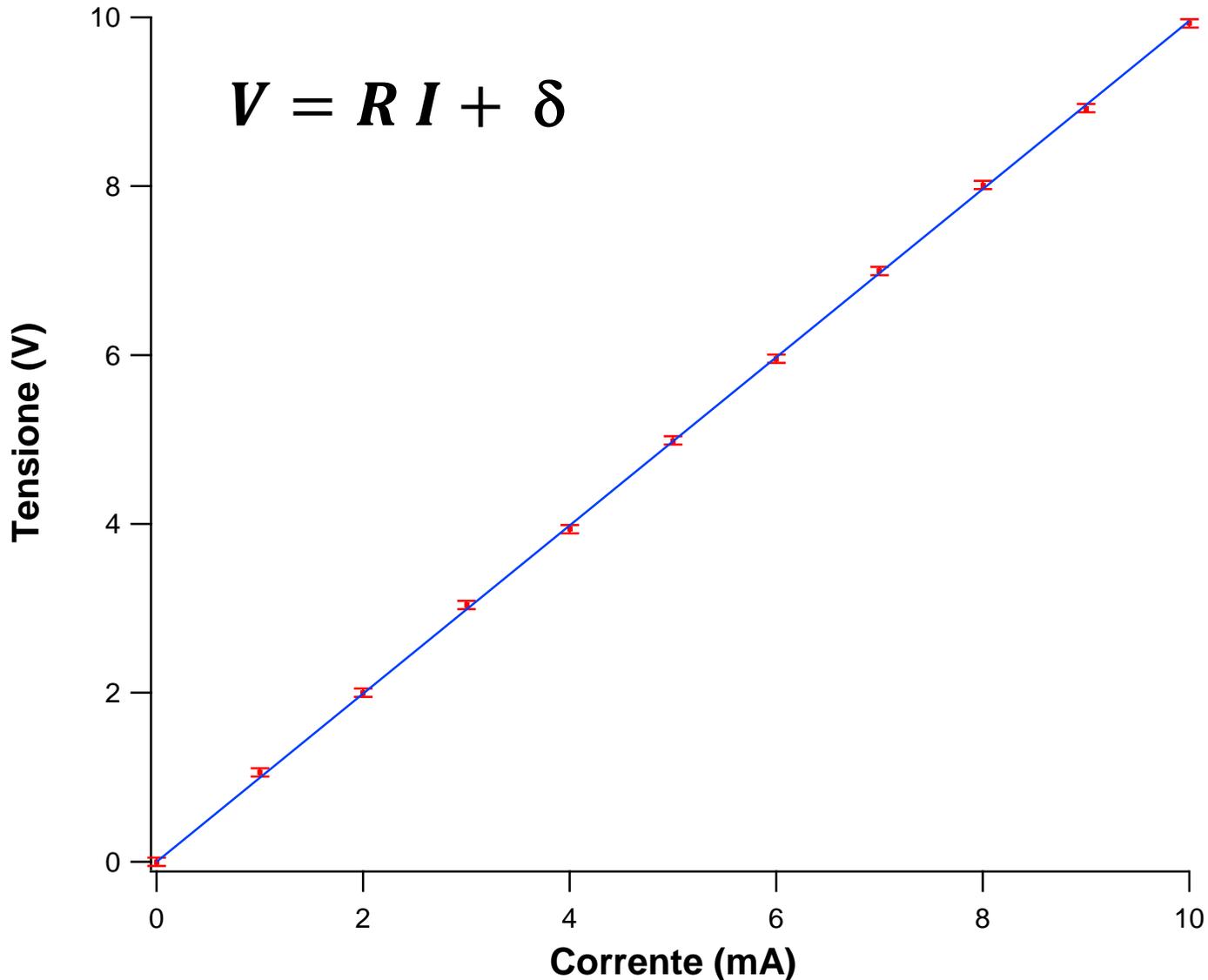
$\mathbf{a}$  è l'insieme dei parametri da cui dipende la funzione  $f$

- **Minimo  $\chi^2$**
- Un programma per calcolare il minimo  $\chi^2$  , per esempio il GenFit che gira sotto Root, di solito vi fornisce alcune quantità:
  - Valore del  $\chi^2$
  - Valore dei parametri che minimizzano, con il loro errore
  - Numero di gradi di liberta' e probabilita'.
- Questi numeri hanno un significato che bisogna sapere e non bisogna ignorare le anomalie.

- **Residui**

- Il programma vi calcola anche i residui
- Ci aspettiamo che i residui siano distribuiti normalmente
- Andamenti non casuali indicano che vi sono errori sistematici di cui non si tiene conto o che la legge che usiamo non e' quella giusta
- Se ci sono punti fuori scala nel grafico dei residui ( o se ne ho troppi vicino a zero), c'e' qualcosa che non va

# • Simulazione della legge di Ohm



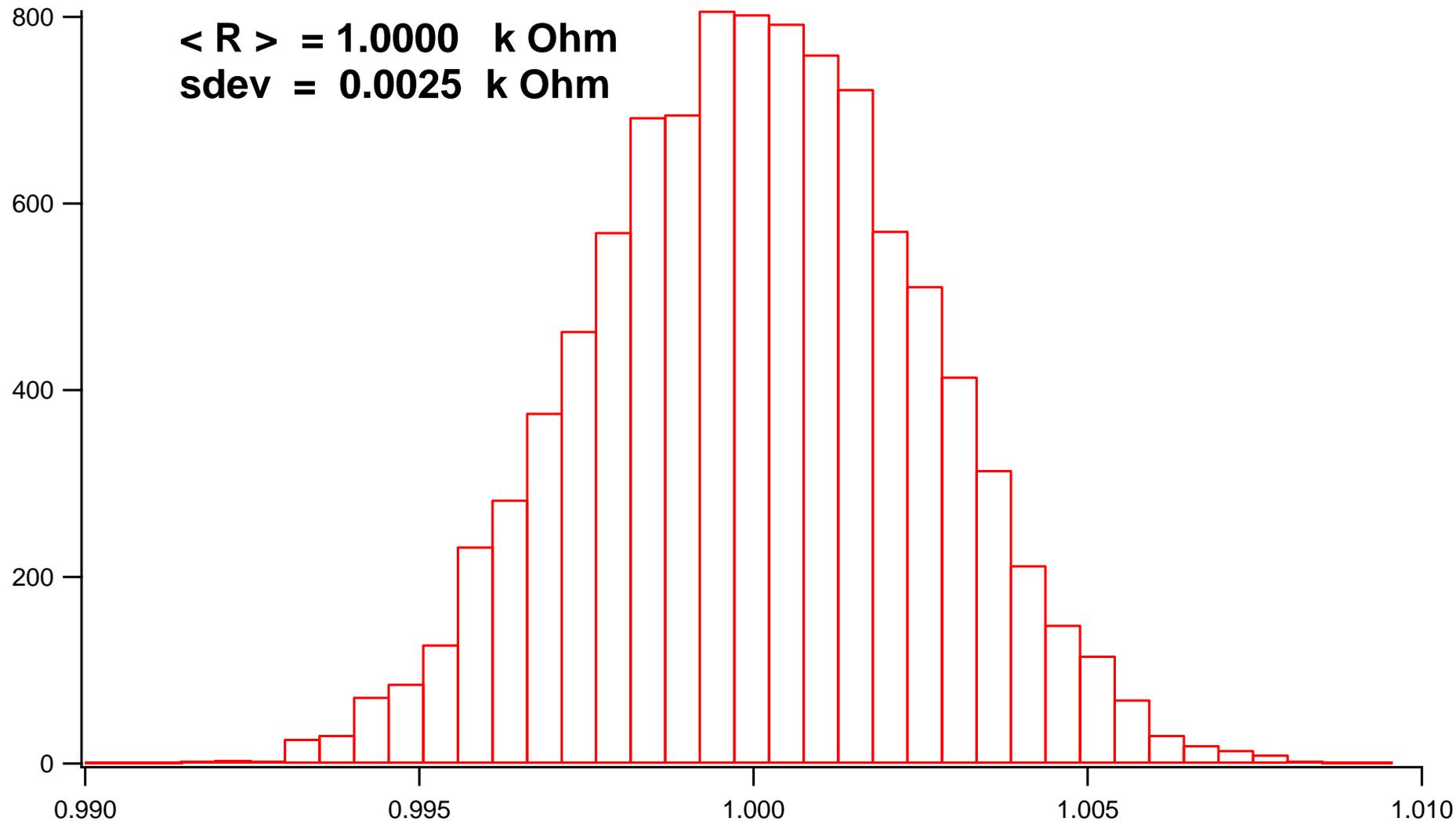
Immaginiamo di avere  $R = 1 \text{ k Ohm}$

Calcoliamo  $V$  in funzione di  $I$  e aggiungiamo un numero casuale preso da una distribuzione normale con deviazione standard  $0.05 \text{ V}$

Il fit restituisce un valore di  $\chi^2$ , la resistenza e un errore.

Eseguiamo lo stesso esperimento molte volte (10000) e vediamo come sono distribuiti pendenza, errore, e  $\chi^2$

# • Simulazione della legge di Ohm- valori resistenza

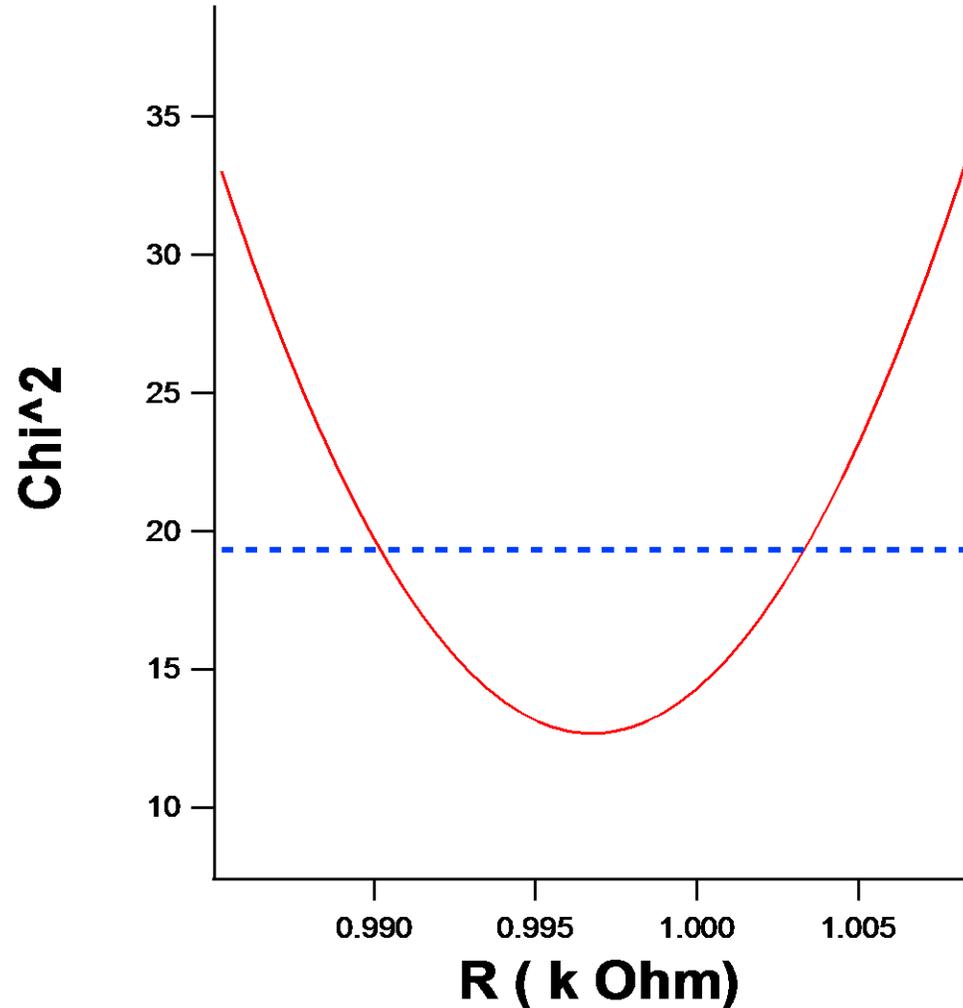


Riproduciamo il valore della resistenza con un'incertezza che è determinata dalle fluttuazioni che abbiamo messo.

La deviazione standard sarà rappresentativa dell'errore statistico che possiamo fare con un singolo esperimento

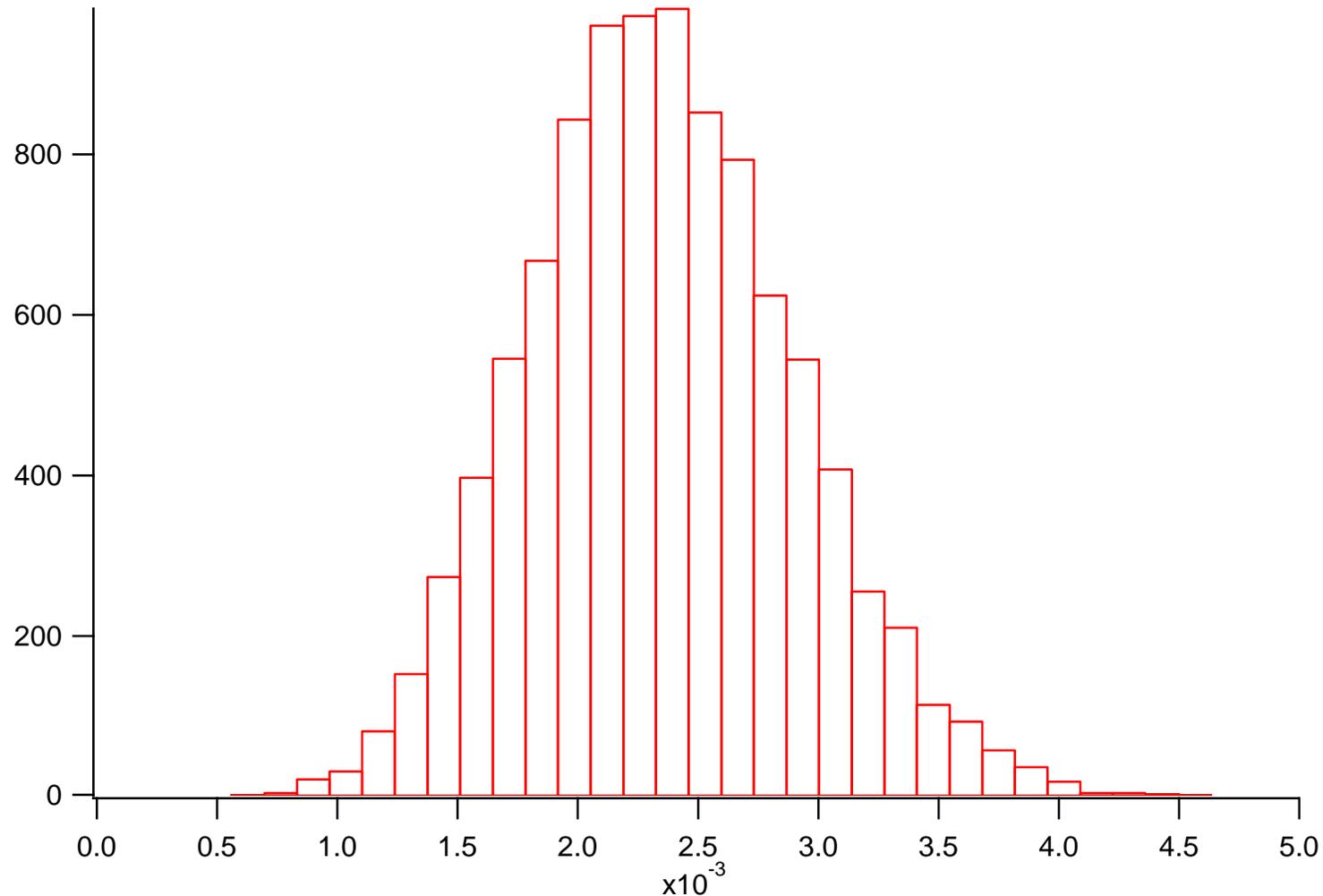
( non possiamo fare tante volte lo stesso esperimento)

- **Determinazione dell' errore dal fit**



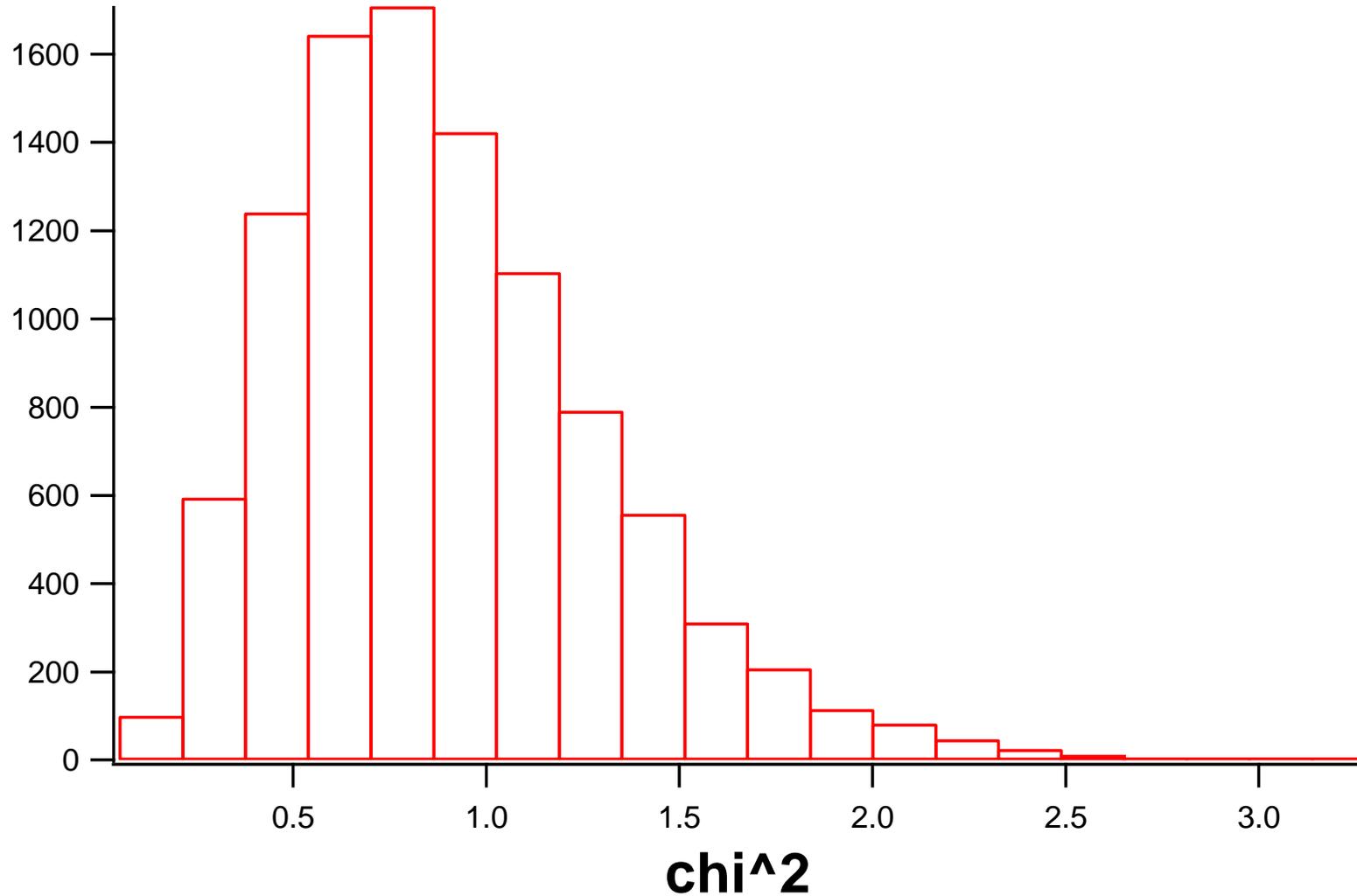
L'errore viene determinato dalla larghezza del  $\chi^2$  come funzione dei parametri, presa al livello di confidenza del minimo + 6.63

- **Simulazione della legge di Ohm- errore dal fit**



L'istogramma degli errori ci mostra una cosa che e' piccata proprio sul valore della deviazione standard della resistenza. Ma da un singolo esperimento potremo trovare valori piu' grandi o piu' piccoli, circa il 50 %

- **Simulazione della legge di Ohm-  $\chi^2$**



Questo istogramma «sperimentale» somiglia proprio alle distribuzioni che si vedono sui libri di testo.

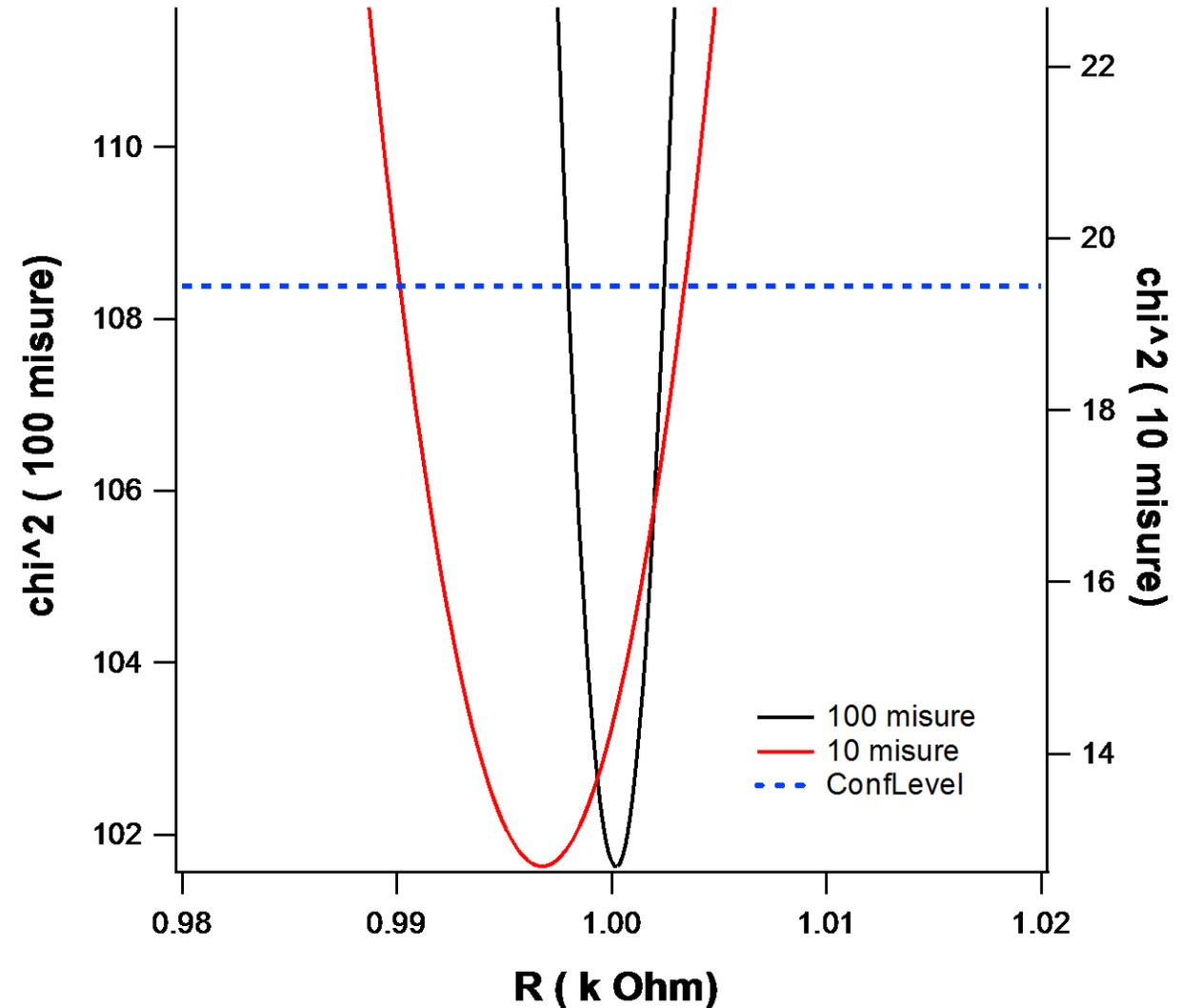
I valori piu' grandi di 3 sono 20 su  $10^4$ , rari ma non impossibili

# • Ma quante misure dobbiamo fare ?

Forse c'è qualche regola che non conosco, comunque:

- 1) Tutte quelle che potete fare in un tempo ragionevole e nel quale siate abbastanza certi che le condizioni sperimentali non cambino
- 2) Compatibilmente con il tempo che avete, potete valutare qual è l'errore statistico che volete e regolarvi di conseguenza.

E comunque ricordatevi che c'è l'errore sistematico, non ha poi troppo senso ridurre troppo l'errore statistico rispetto a quello sistematico, anche se teoricamente uno potrebbe sempre ridurlo a posteriori.



# • Errori sistematici

- Se so perché ci sono errori sistematici, posso cercare di studiarne l'effetto.
- A volte sono i dati a mostrare che ci possono essere degli effetti sistematici trascurati
- In ogni caso si tratta di elaborarsi un modello, semplice o complicato a seconda dei casi, applicarlo e studiarne l'effetto.
- Non ci sono ricette...

# How do you measure a systematic?

Errori sistematici:

Citazione da Scott Oser,

British Columbia University

This is a black art. I'd argue that 90% of experimental physics is thinking of clever ways to reduce or at least measure systematics.



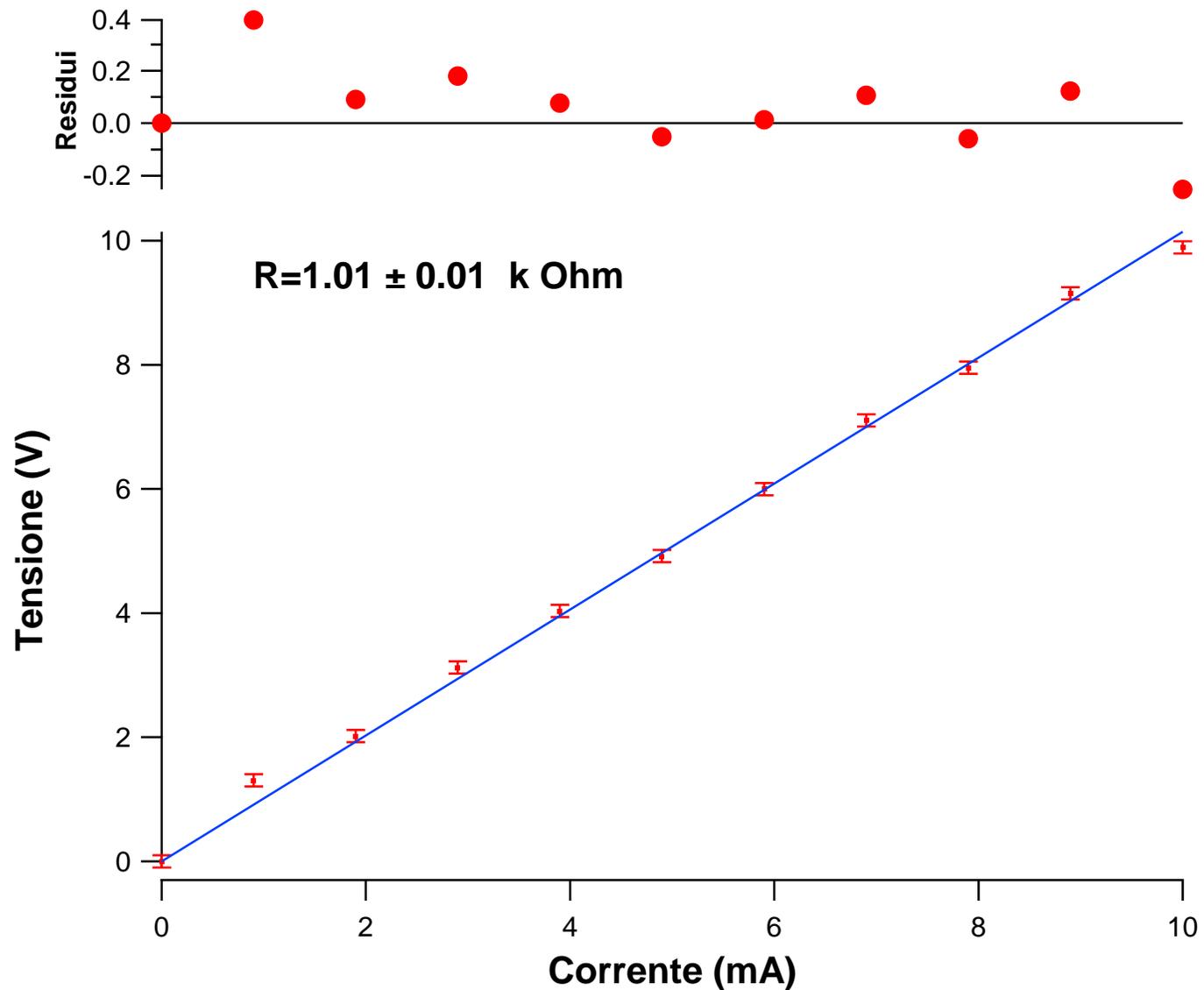
Unfortunately, there is no real magic, merely hard work.

A strong dose of paranoia helps as well.

Severus Snape, dabbler in the black arts

Physics 509

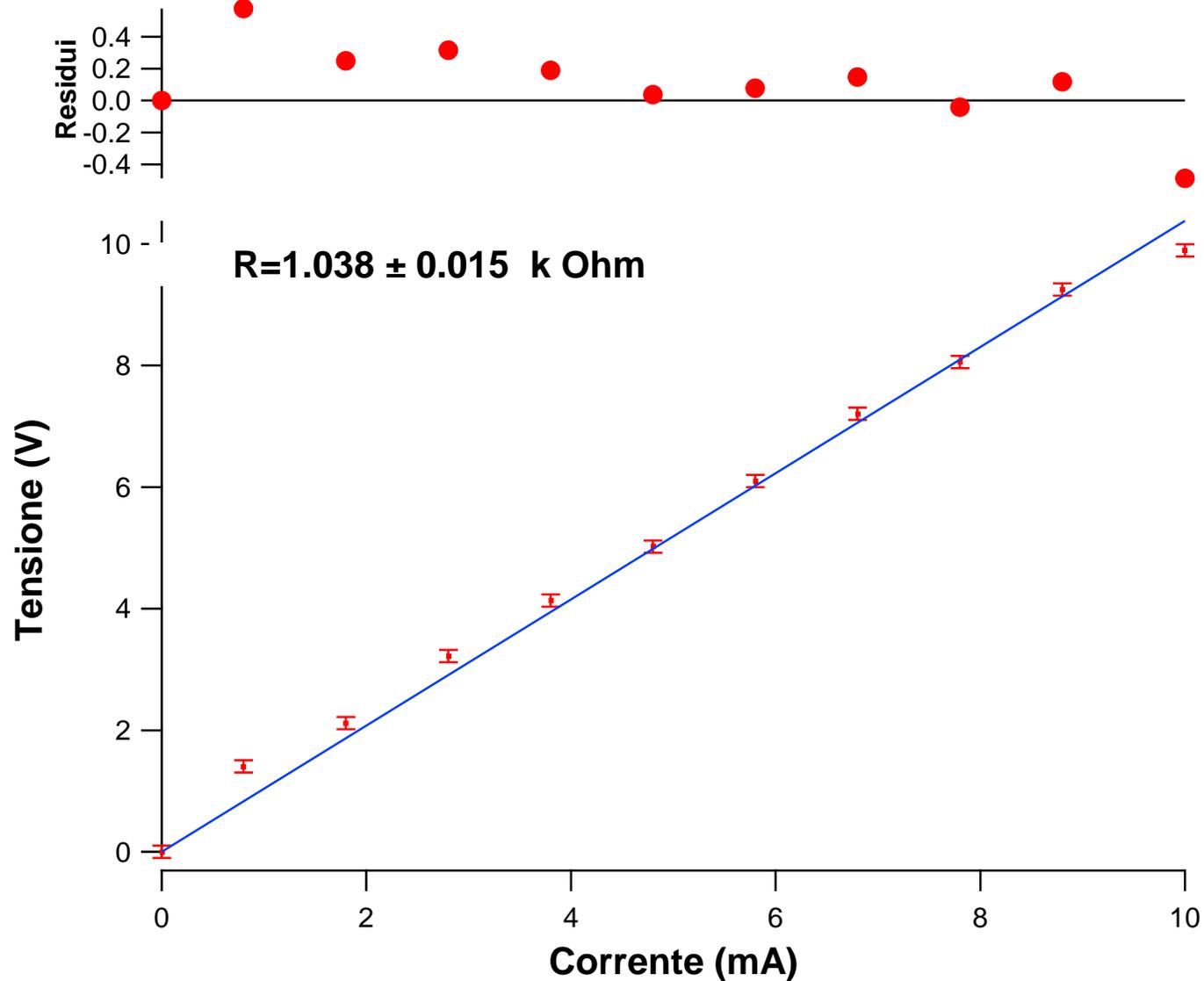
- **Inseriamo errori sistematici nel nostro esperimento simulato**



Questi sono dati che simulano quelli reali:

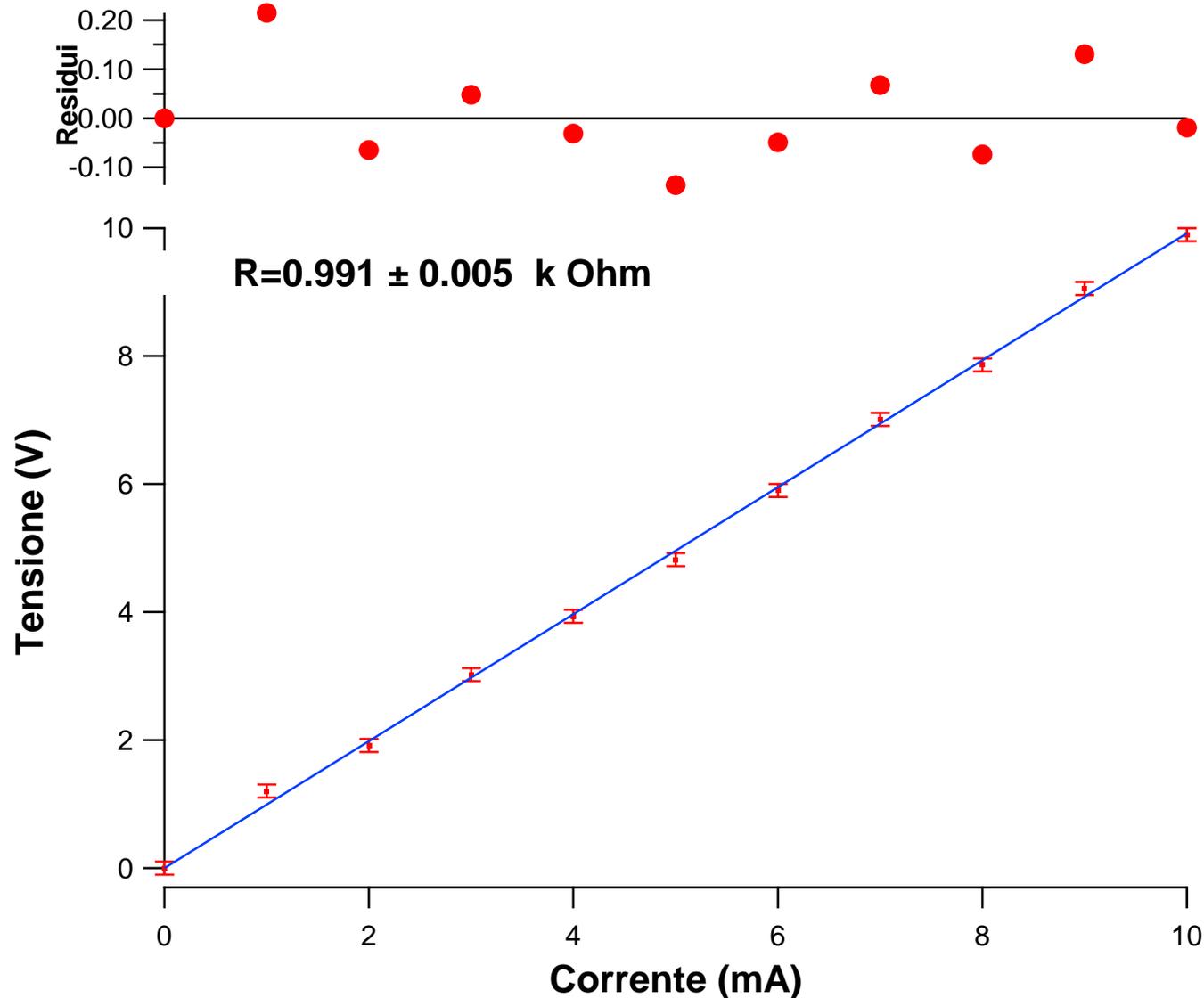
Un errore casuale e un errore sistematico costante di 0.1 V su tensione e 0.1 mA sulla corrente

- **Inseriamo errori sistematici nel nostro esperimento simulato**



In questo caso suppongo di fare variare le mie letture di + 0.1 V e -0.1 mA ( suppongo cioe' che le letture delle tensioni siano sbagliate per difetto e quelle delle correnti per eccesso)

- **Inseriamo errori sistematici nel nostro esperimento simulato**



In questo caso suppongo di fare variare le mie letture di - 0.1 V e +0.1 mA ( suppongo cioè che le letture delle tensioni siano sbagliate per eccesso e quelle delle correnti per difetto)

Il meglio che posso dire e' allora che  $R= 1.01 \pm 0.01$  ( errore statistico)  $\pm 0.02$  (errore sistematico)

Non siamo precisi come prima, ma becchiamo il valore vero ( ricordiamoci che c'e' un trucco: gli errori sistematici sono davvero come li abbiamo pensati. Nella realtà non sarà così).

- **Test di ipotesi**

Fateli pure, ma ricordate che lo scopo degli esperimenti e' farvi fare esperienza e non ottenere cose compatibili con qualcos'altro.

Inoltre ricordate che non sempre ha senso fare test di ipotesi

Specialmente nei casi in cui siete voi a dovere definire delle grandezze, dovete essere sicuri che la definizione sia la stessa per entrambi i casi

E infine non vi dimenticate che esistono gli errori sistematici

Incompatibilita' troppo grosse andrebbero comunque investigate subito ( non c'e' bisogno di trattazioni rigorosa, basta osservare la differenza rispetto agli errori)

- **Strumentazione**

- Gli strumenti che userete sono:
  - Voltmetro e milliamperometro analogici ( > 30 anni )
  - Multimetro digitale ( circa 10 anni)
  - Oscilloscopio digitale ( circa 15 anni, ma anche nuovi)

Oltre a un generatore di tensione continua e un generatore di segnali.

- **Strumentazione analogica**
- In genere e' specificato l'errore massimo sotto la dicitura classe-x
  - x esprime la percentuale del fondo scala.
  - Voltmetro e milliamperometro sono di classe 1, quindi il loro errore massimo dichiarato è 1% del fondo scala.
  - Gli strumenti hanno 50 divisioni, quindi l'errore massimo dichiarato è mezza divisione.
  - Non sappiamo altro (si tratta di una definizione più legale che scientifica) quindi dobbiamo un po' interpretare questa informazione

- **Strumentazione analogica- errore statistico**
- Certamente non è mezza divisione ( provare )
- Dovreste avere già visto che la capacità di interpolare è molto meglio di  $\frac{1}{2}$  divisione.
- Potreste stimare l'errore statistico provando a misurare la stessa quantità e vedere che succede ( è solo un errore di lettura o c'è qualcos'altro).
- Se avete una grandezza indipendente fatela variare in modo da coprire le tacche ( in questo caso saremo circa al decimo)

- **Strumentazione analogica- errore sistematico**
  - Abbiamo solo l'indicazione della classe
  - Andrebbe fatta una curva di taratura, ma non abbiamo mai avuto la pazienza di farlo.
  - Possiamo solo fare ipotesi ragionevoli
  - Per esempio per piccoli tratti dell'intervallo di funzionamento potrebbe essere ragionevole pensare che ci sia un errore costante;

- **Qualche suggerimento per la prima esperienza**
- Stimato l'errore massimo statistico, consideratelo gaussiano
- Se regolate bene gli zeri, fate un fit con una retta che passa per l'origine
- Se vi sembra che la retta migliore non passi per l'origine, cercate di capire perché.
- Non fate arrotondamenti alla divisione o alla mezza divisione
- La linearità dello strumento la valutate meglio se sfruttate tutto il range

# • Errori nel multimetro

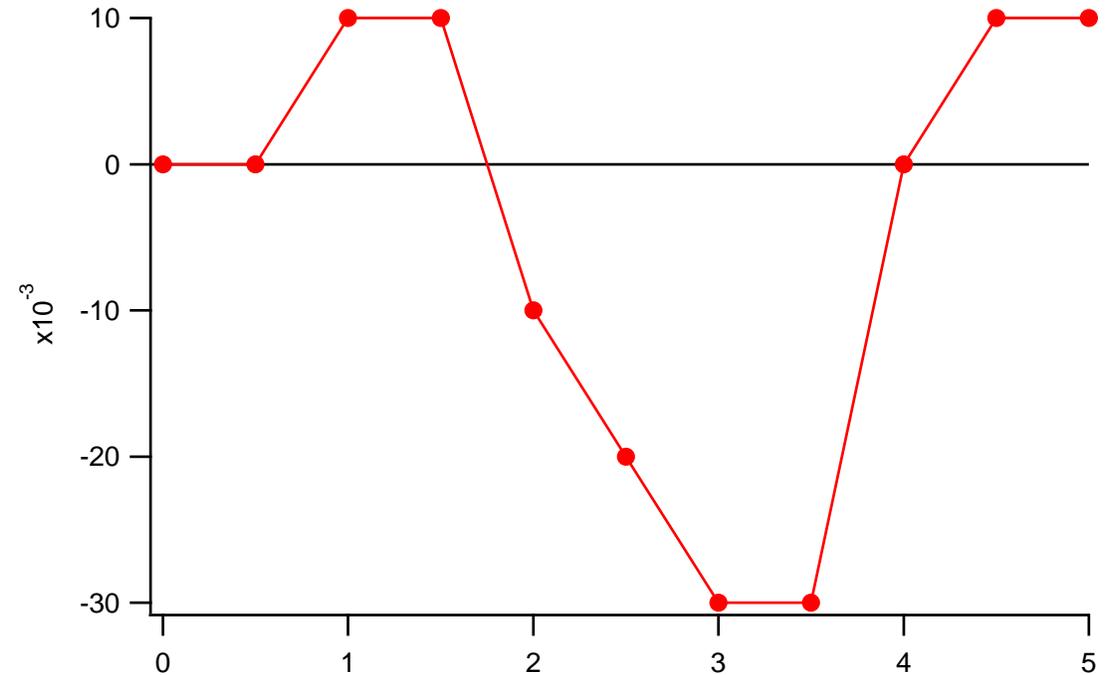
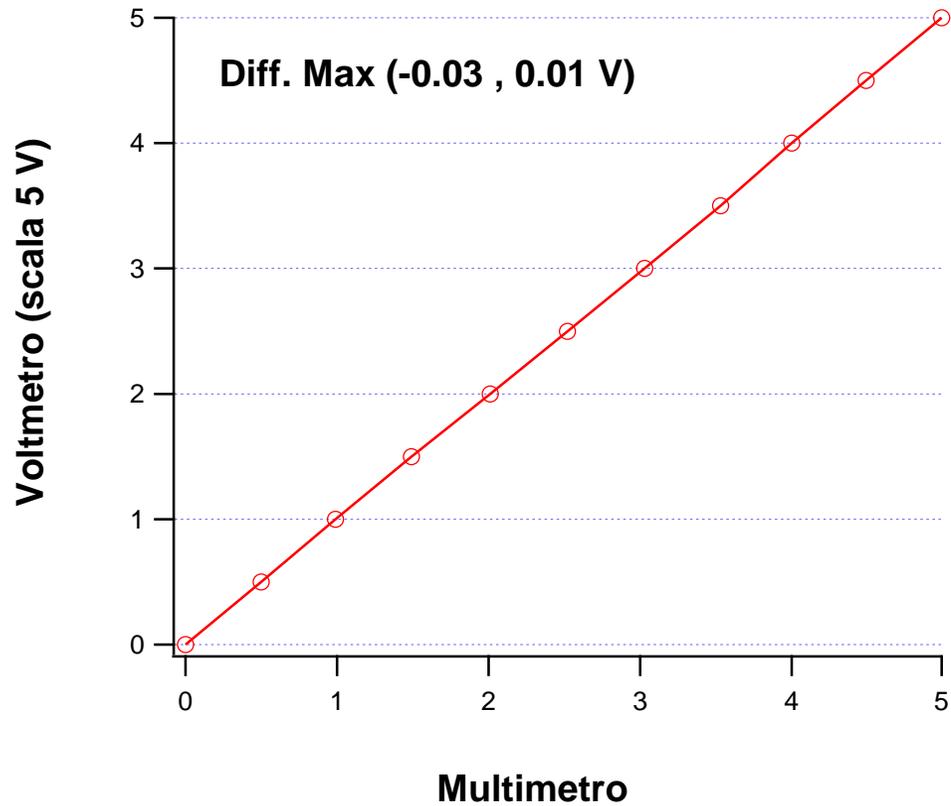
- Per le diverse grandezze, il multimetro specifica un errore in questo modo:

$$\Delta = \delta\% X + n * (digits)$$

( ex. per le tensioni 1% lettura + 2 digits)

- Anche in questo caso, si tratta di una definizione legale, probabilmente molto sovrastimata. Il primo termine comunque ha a che vedere con il condizionamento della grandezza da misurare, quindi quando si usa la stessa scala contribuirà solo all'errore sistematico.
- Il secondo termine ha a che fare con la conversione analogico digitale e si potrebbe assimilare a un errore di taratura. Sarà comunque dello stesso ordine della risoluzione dello strumento.
- In ogni caso il più delle volte lo userete per misure singole. In questo caso la distinzione tra errore sistematico e statistico perde abbastanza di significato.

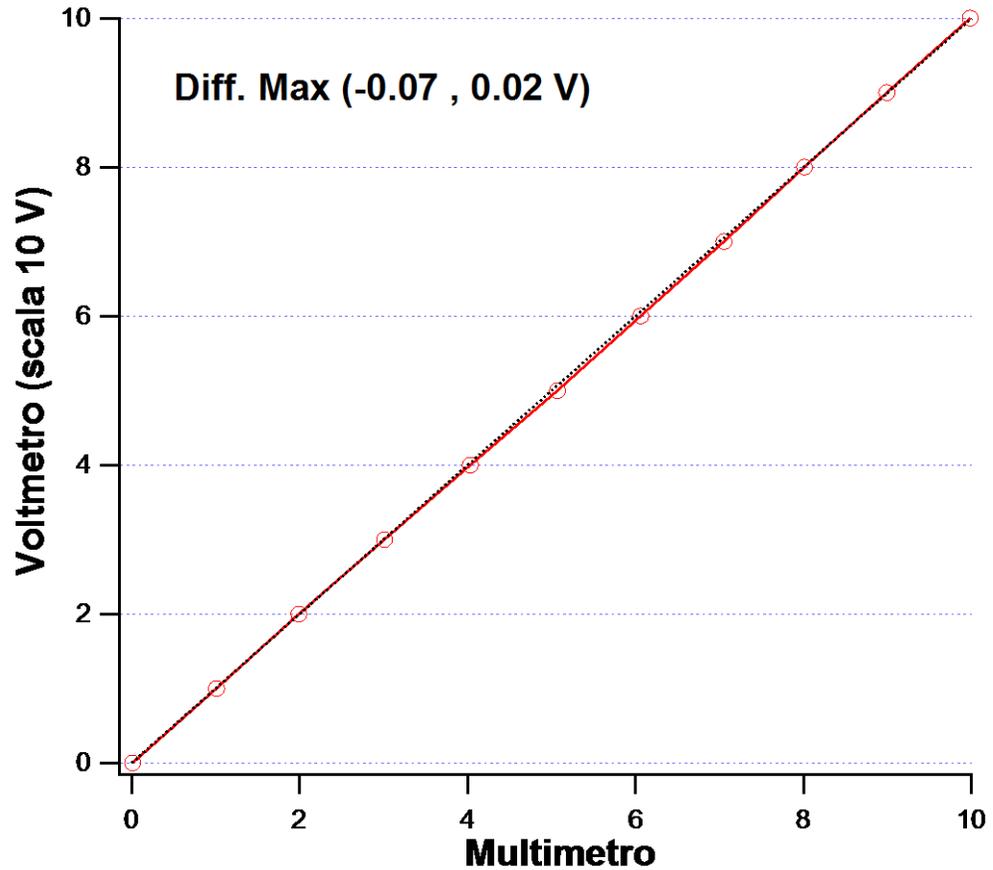
# • Confronto multimetro-voltmetro



Scala : 5 V, errore specificato 0.05 V per il voltmetro

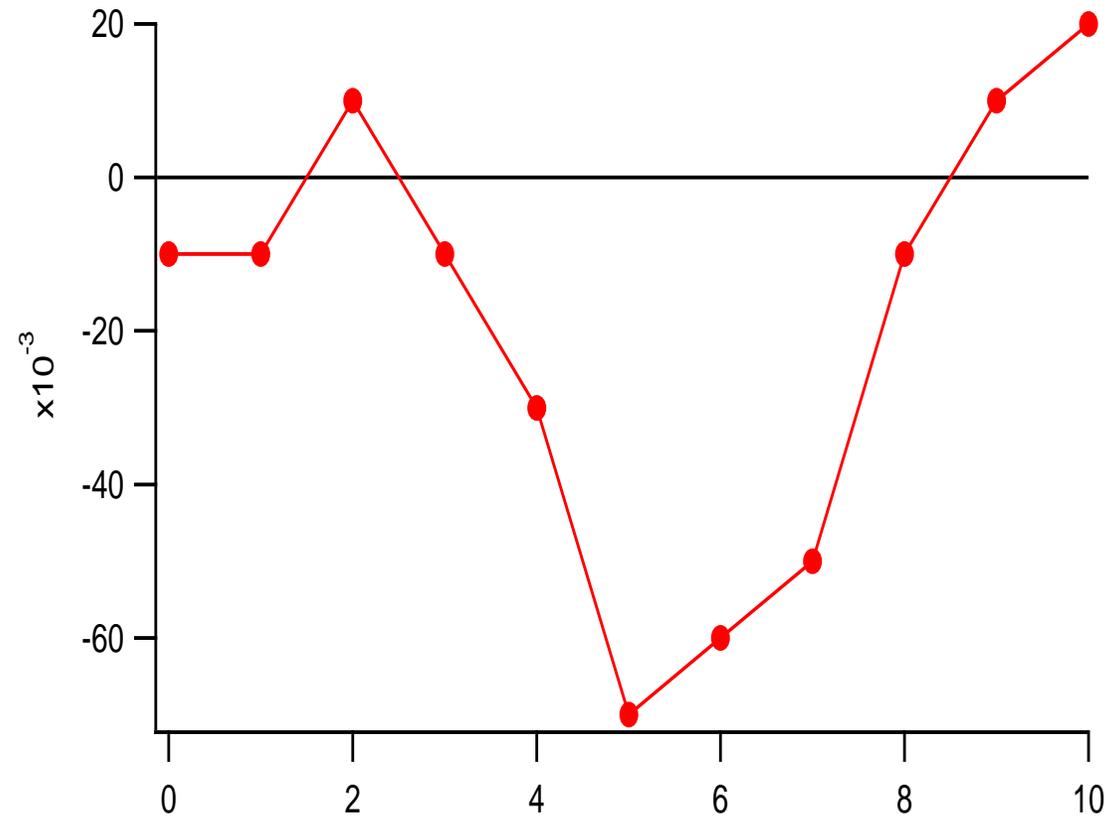
per il multimetro:

# • Confronto multimetro-voltmetro



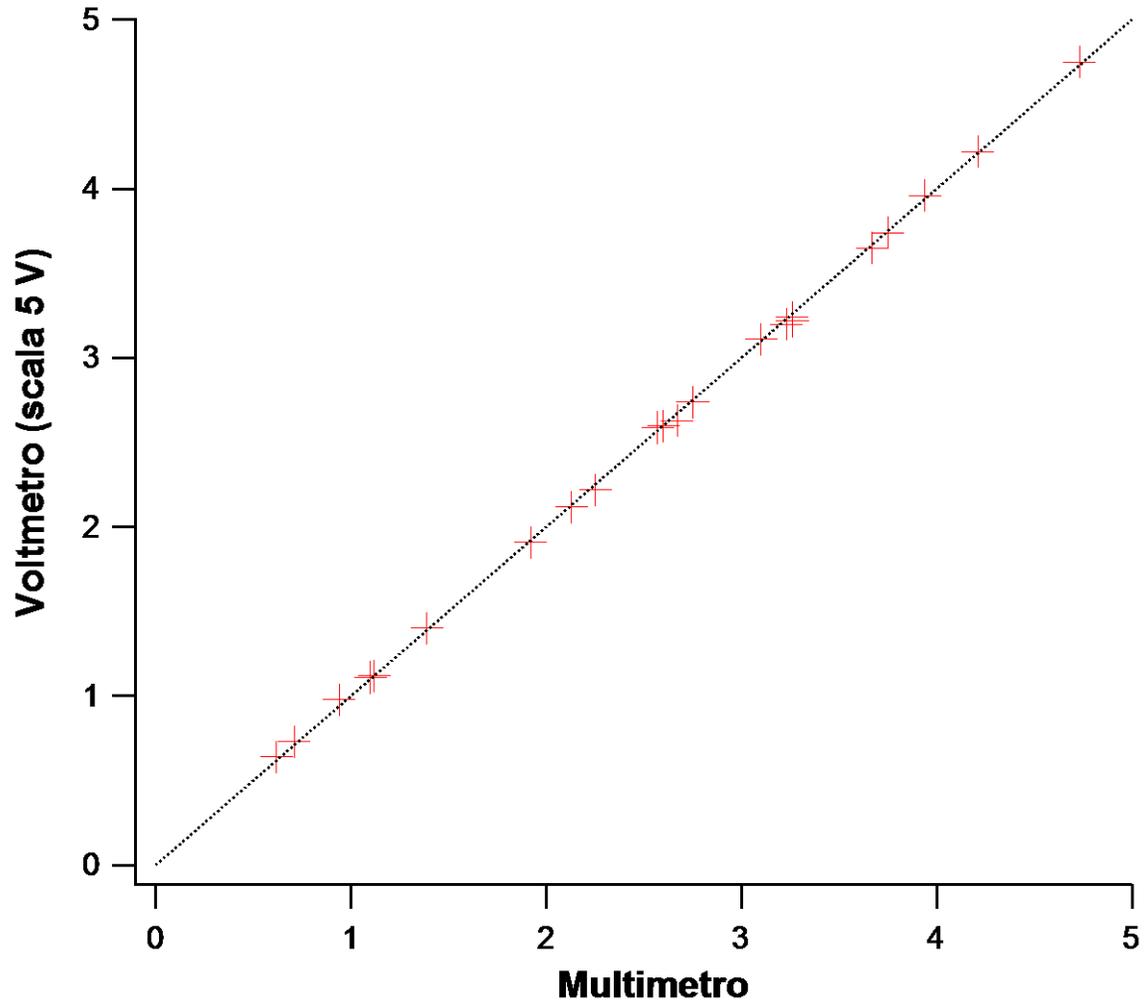
Scala : 10 V, errore specificato 0.1 V per il voltmetro

per il multimetro:

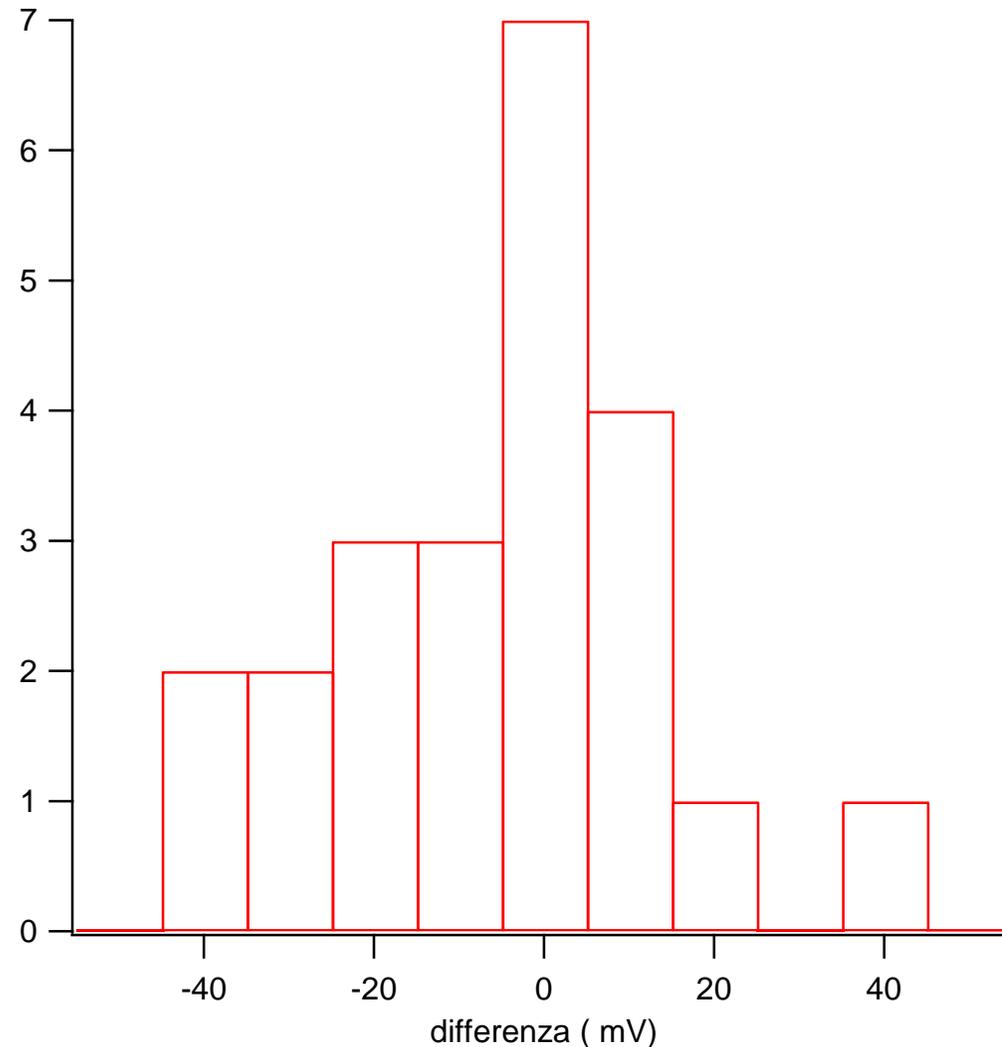


Nella parte centrale il voltmetro segna meno del multimetro

- **Confronto multimetro-voltmetro: test sull'interpolazione.**



**Scala : 5 V, valori casuali di tensione.  
Lettura con due cifre decimali ( divisione 0.1 V),  
interpolando**



**L'istogramma e' asimmetrico coerentemente con le curve precedenti, ma le differenze non sono molto diverse. Una risoluzione effettiva di 20 mV sembra ragionevole**

# • Errori nell'oscilloscopio

- Nell'oscilloscopio (che misura tensioni in funzione del tempo) gli errori sono specificati in maniera simile al multimetro.
- Anche in questo caso, si tratta di definizioni legali, probabilmente molto sovrastimate. Nelle definizioni sono mischiati insieme vari termini, se li sommate tutti avrete un errore molto sovrastimato.
- Come linea guida considerate che le percentuali hanno a che vedere con l'attenuazione o amplificazione di un segnale, per cui se usate la stessa scala queste componenti non influenzano l'errore casuale

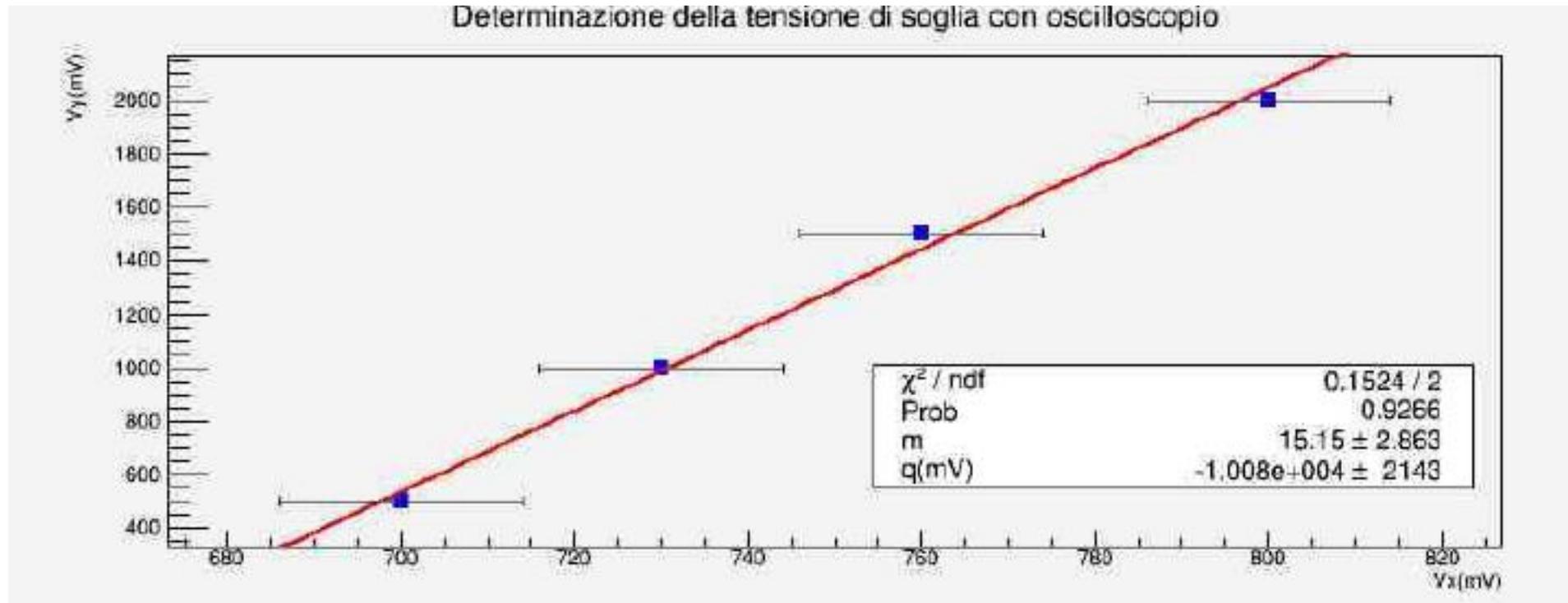
# • Vari suggerimenti e consigli

- Se perdetevi 1/2 ora prima dell'esperienza a organizzarvi le cose, guadagnerete giorni
- Cercate di ragionare sui dati mentre fate l'esperienza ; se fate un grafico mentre prendete le misure vi accorgete immediatamente se c'è qualcosa che non va
- Relazioni: scrivere poco; non mettere teoria soprattutto se copiata e incollata da altri posti. In particolare a chi copia e incolla dalle schede del prof Panareo faccio rifare tutto.
- Non ignorate i problemi ( ma non lavorate troppo di fantasia, le spiegazioni, quando ci sono, sono quasi sempre semplici)
- Se scrivete delle ipotesi vi prendete il rischio di doverle verificare

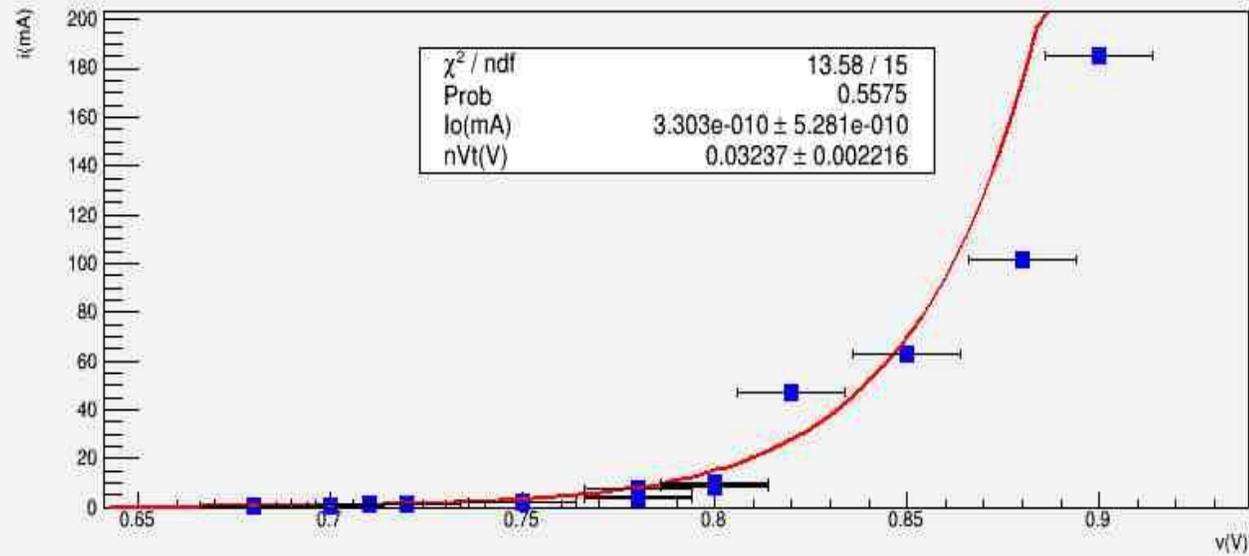
# • Vari suggerimenti e consigli-2

- Non presentate grafici illeggibili e tenete conto che invecchiando si diventa presbiti.
- Evitate di fare fit e grafici con errori che a occhio si vede che sono sovrastimati.
- Ricordate che i grafici contengono già una buona dose di informazioni prima di eseguire un fit
- Cercate di hackerare i programmi che vi vengono forniti - anche per la parte grafica
- Ricordate le regole imparate nei corsi precedenti ( cifre significative, unità di misura coerenti, etc )
- Tabelle riassuntive sono sempre benvenute.

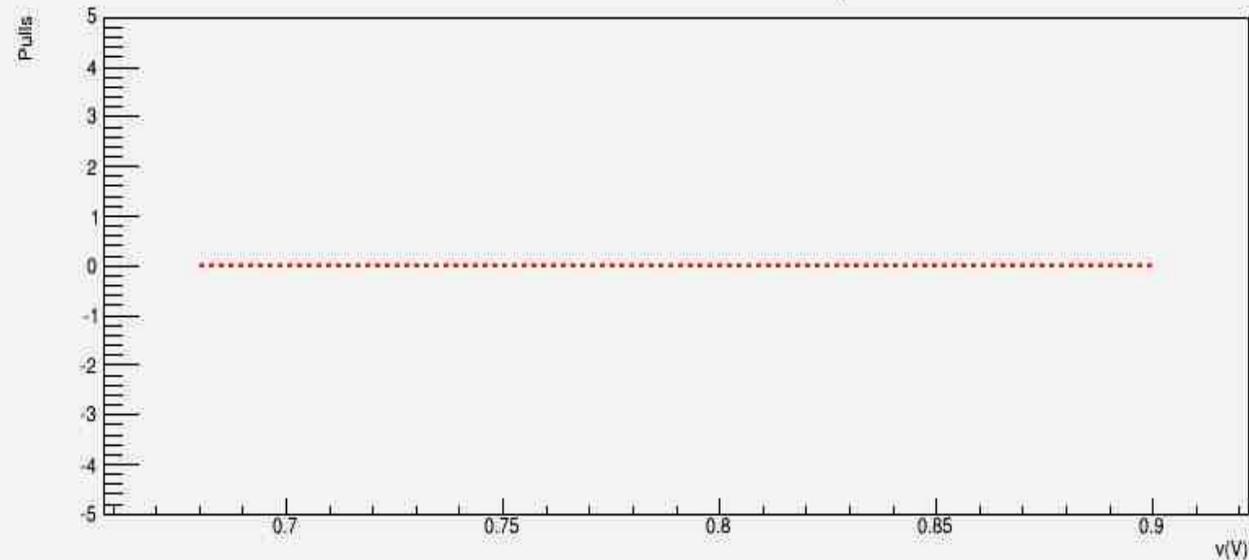
Esempio: errori sovrastimati



Caratteristica di un diodo-Metodo voltamperometrico



Caratteristica di un diodo-Metodo voltamperometrico



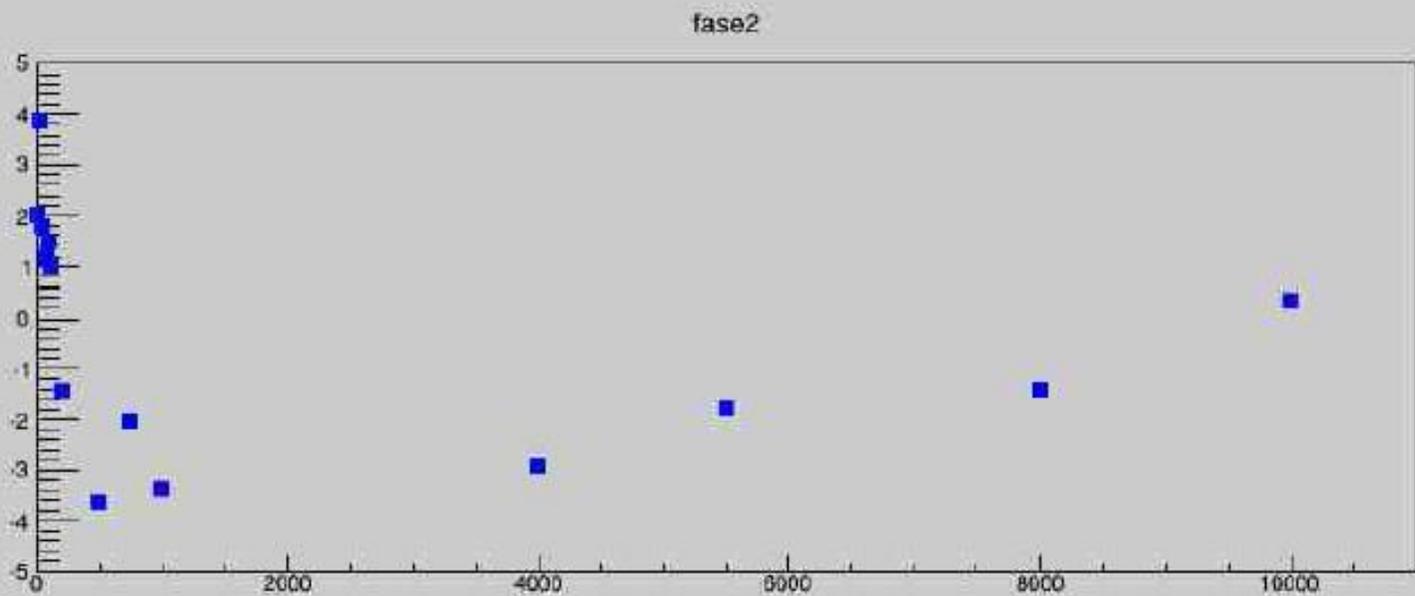
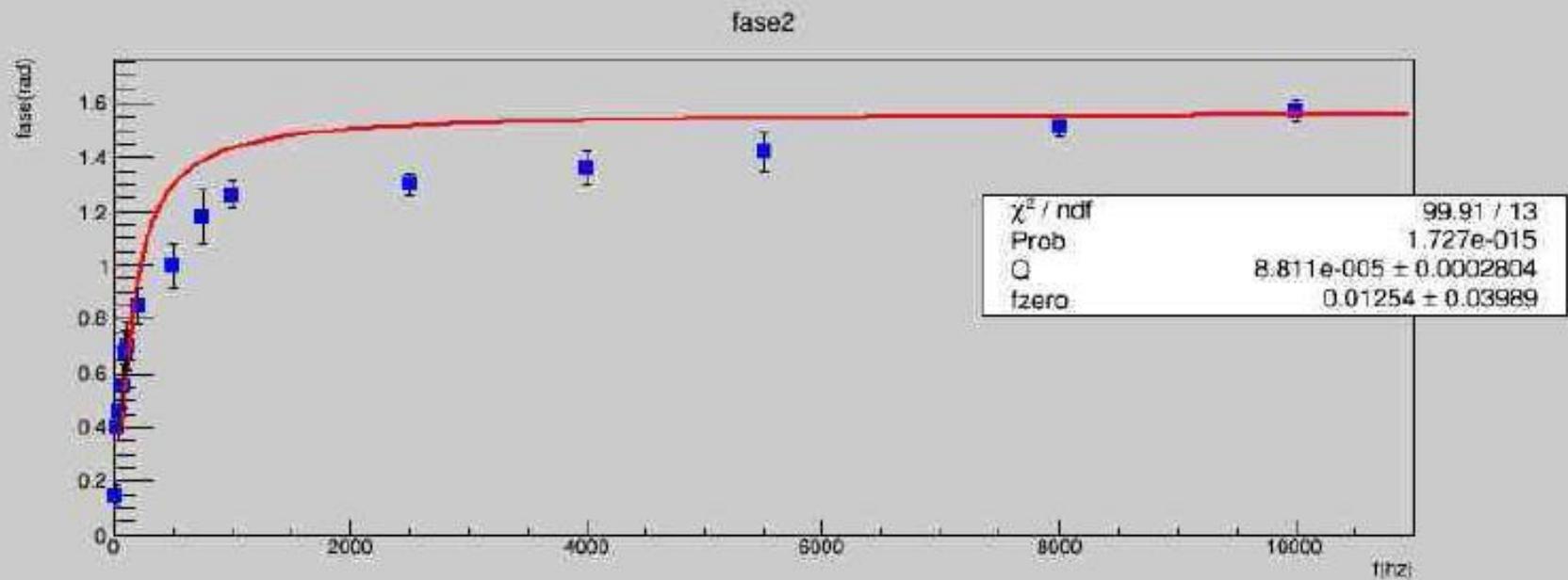
Esempio: una misura delicata

Qui il valore del  $\chi^2$  e' ragionevole, ma visivamente si vede che c'e' qualche problema.

I residui sono fuori scala (tutti)

Quantitativamente il fit serve a poco, (osservate i valori dei parametri),

Ma i dati potevano essere usati lo stesso per dare qualche informazione



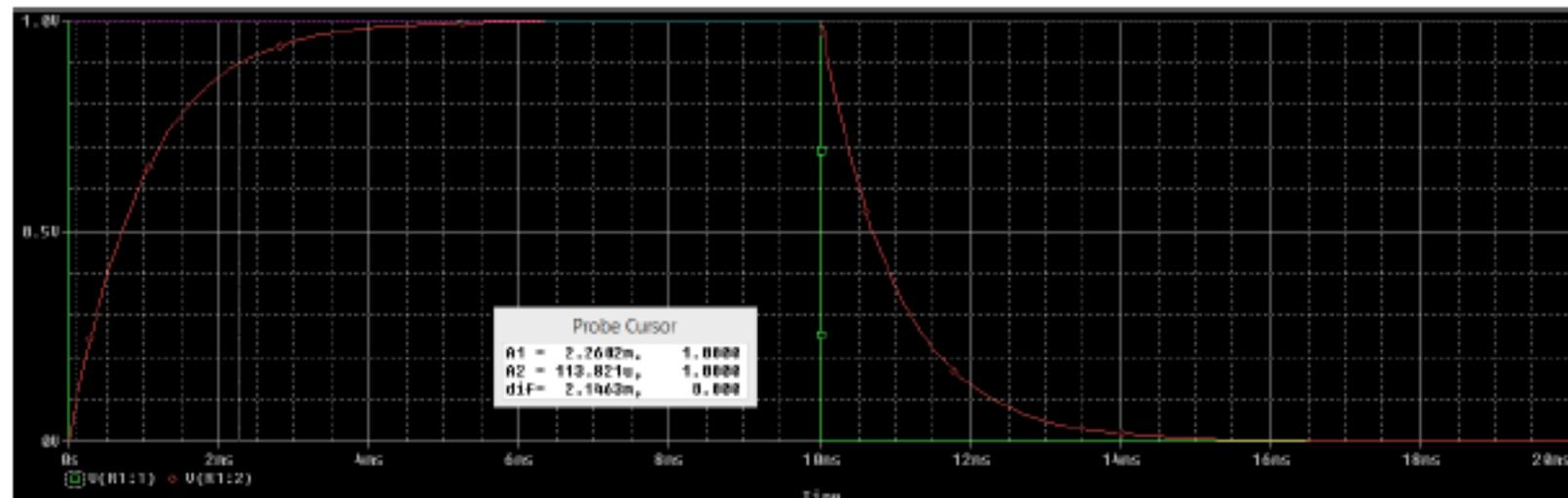


Figura 11: Grafico di PSpice relativo al primo circuito

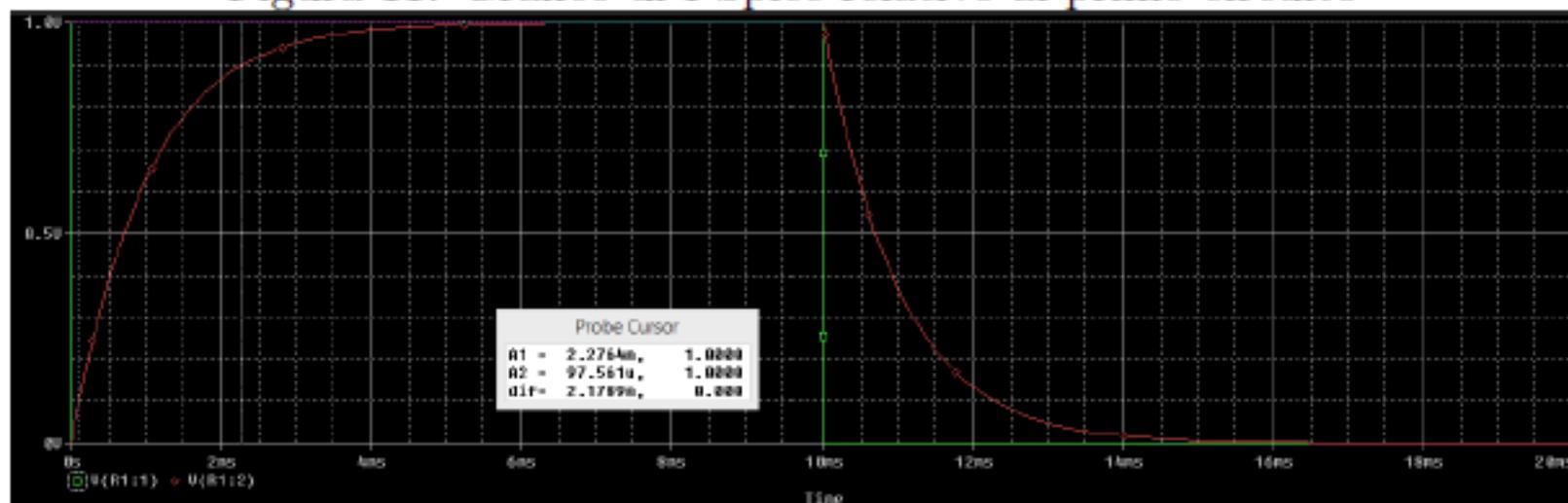
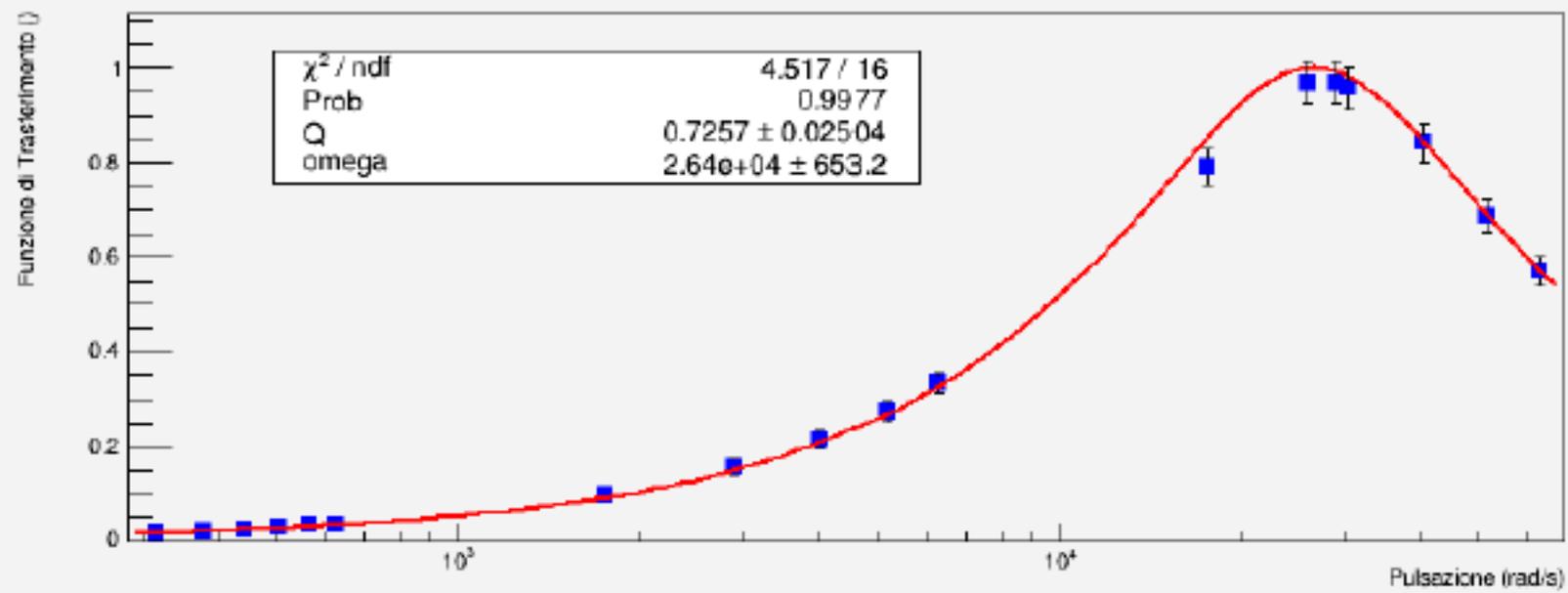


Figura 12: Grafico di PSpice relativo al secondo circuito

Circuito RLC serie: Grafico Funzione di Trasferimento



Circuito RLC serie: Grafico Funzione di Trasferimento

