SCHEDE DI LABORATORIO DI
ELETTROMAGNETISMO

Marco Panareo

Dipartimento di Matematica e Fisica "E. De Giorgi" – Lecce

1 MISURE DI RESISTENZA

1.1 Generalità

I metodi solitamente adoperati per la misura di resistenze in corrente continua sono:

1. Ohmetro.
2. Metodo di confronto.
3. Metodo voltamperometrico.
4. Ponte di Wheatstone.

Il primo metodo prevede la misura della resistenza in maniera indiretta attraverso la determinazione della corrente che la attraversa quando ai suoi capi è applicato un generatore di forza elettromotrice nota, l'ohmetro è uno strumento integrato nel multimetro digitale disponibile a corredo dei banchi di misura; nel secondo metodo una resistenza campione è posta in serie a quella da misurare in modo che siano percorse dalla stessa corrente quando a tale serie è applicato un generatore di forza elettromotrice, dal confronto delle cadute di tensione ai capi di ciascuna resistenza si può stabilire il valore della resistenza incognita; il metodo voltamperometrico prevede l'applicazione diretta della legge di Ohm sulla resistenza da misurare; infine, l'ultimo metodo prevede che la resistenza occupi un ramo di un ponte costituito da resistenza note, in condizioni di bilanciamento è possibile dedurre il valore della resistenza, noti i valori delle altre.

Questa esperienza prevede l'applicazione del metodo voltamperometrico per la determinazione di una resistenza di valore incognito.

1.2 Materiale adoperato

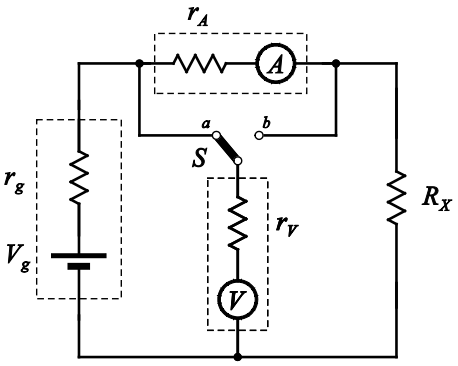
- Amperometro (classe 1), portata di 10 mA
- Voltmetro (classe 1), portata di 10 V
- Multimetro digitale (PeakTech 3609), portate 600 V / 10 A
- Alimentatore (ATTEN APS3003S)
- Resistenza di valore incognito (R_X)
- Breadboard
- Cavi di collegamento

1.3 Teoria

Questo metodo è basato sull'applicazione diretta della legge di Ohm e si presta anche alla misura di impedenze qualora il generatore di tensione continua venga sostituito da uno di tensione alternata. Come si evince dallo schema il voltmetro può essere posto a monte (posizione *a* del deviatore *S*) o a

valle dell'amperometro (posizione *b* del deviatore *S*); a tali configurazioni corrispondono differenti errori sistematici.

Consideriamo lo schema in cui il voltmetro è collegato a monte dell'amperometro; indicando con V e I rispettivamente la differenza di potenziale misurata dal voltmetro e la corrente misurata dall'amperometro, si ha:



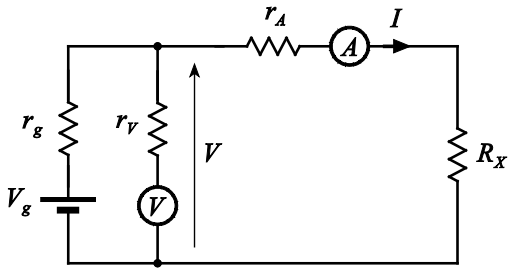
$$V = I\left(r_A + R_X\right),$$

dove r_A è la resistenza interna dell'amperometro; pertanto, indicando con:

$$R_m \equiv \frac{V}{I}$$

La resistenza misurata attraverso questo metodo, si ha:

$$R_X = \frac{V}{I} - r_A = R_m - r_A = R_m\left(1 - \frac{r_A}{R_m}\right).$$



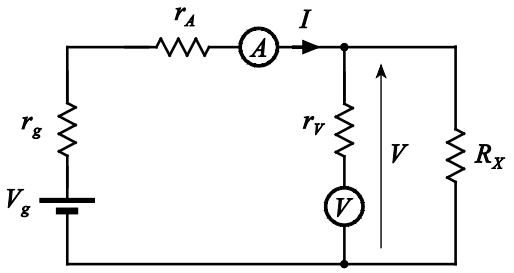
Se $R_m \gg r_A$ allora $R_X \approx R_m$. Pertanto tale configurazione è tanto efficace quanto la resistenza da misurare è grande rispetto alla resistenza interna dell'amperometro.

Consideriamo lo schema in cui il voltmetro è posto a valle dell'amperometro; si ha:

$$V = I\frac{1}{\frac{1}{r_V} + \frac{1}{R_X}},$$

dove r_V è la resistenza interna del voltmetro; da tale relazione segue:

$$R_X = \frac{1}{\frac{I}{V} - \frac{1}{r_V}} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} - \frac{1}{r_V}} = R_m\frac{1}{1 - \frac{R_m}{r_V}}.$$



Se $R_m \ll r_V$ allora $R_X \approx R_m$. Pertanto tale configurazione è tanto efficace quanto la resistenza da misurare è piccola rispetto alla resistenza interna del voltmetro.

1.4 Procedura sperimentale

Nella misura verranno adoperati degli strumenti a bobina mobile dei quali è opportuno verificare preliminarmente l'azzeramento allo scopo di minimizzare l'errore sistematico nella misura. Si rammenti che in tali strumenti l'errore relativo è più basso quando lo strumento fornisce una indicazione in prossimità del fondo scala, pertanto si farà in modo da effettuare misure in tale condizione.

Sia la resistenza interna degli strumenti alle diverse portate che la resistenza incognita possono essere stimate attraverso il multimetro digitale.

Si presti infine particolare attenzione alle polarità degli strumenti nell'inserimento nei differenti circuiti per evitare che vengano danneggiati. Ogni circuito deve essere verificato dall'istruttore prima della sua connessione all'alimentatore.

A. COLLEGAMENTO CON IL VOLTMETRO A MONTE

1. Si monti il circuito nella prima configurazione (deviatore *S* nella posizione *a*) utilizzando per entrambi gli strumenti gli ingressi corrispondenti ai fondo scala 5 *mA* e 5 *V*.
2. Si effettui una serie di 5 misure variando la tensione erogata dal generatore di forza elettromotrice in maniera che le grandezze indicate dagli strumenti siano prossime ai relativi fondo scala (si faccia in modo che risulti sempre $V_g < 5\,V$).
3. Si ripetano le misure al punto 2. con gli strumenti utilizzando il fondo scala 10 *mA* e 10 *V* (in questo caso si faccia in modo che risulti sempre $V_g < 10\,V$).
4. Si deducano da tali misure e attraverso le relazioni precedenti il valore della resistenza incognita.
5. Si confrontino le misure sperimentali con le previsioni teoriche.

B. COLLEGAMENTO CON IL VOLTMETRO A VALLE

6. Si monti il circuito nella seconda configurazione (deviatore *S* nella posizione *b*) utilizzando per entrambi gli strumenti gli ingressi corrispondenti al fondo scala 5 *mA* e 5 *V*.
7. Si effettui una serie di 5 misure variando la tensione erogata dal generatore di forza elettromotrice in maniera che le grandezze indicate dagli strumenti siano prossime ai relativi fondo scala (si faccia in modo che risulti sempre $V_g < 5\,V$)
8. Si ripetano le misure al punto 7. con gli strumenti utilizzando il fondo scala 10 *mA* e 10 *V* (in questo caso si faccia in modo che risulti sempre $V_g < 10\,V$).
9. Si deduca da tali misure e attraverso le relazioni precedenti il valore della resistenza incognita.
10. Si confrontino le misure sperimentali con le previsioni teoriche.

Si confrontino le misure svolte e se ne traggano le conclusioni.

2 IL CIRCUITO RC: STUDIO CON L'OSCILLOSCOPIO

2.1 Generalità

L'oscilloscopio viene adoperato per la misura di grandezze rapidamente variabili. Nel caso del circuito *RC*, attraverso l'oscilloscopio, possono essere osservati agevolmente i processi di carica e di scarica del condensatore.

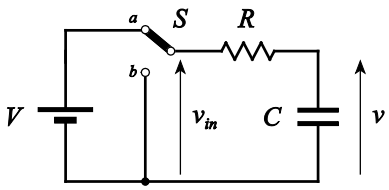
In questa esperienza l'oscilloscopio si impiega per la determinazione della costante di tempo di un circuito *RC*, in cui condensatore viene continuamente caricato e scaricato.

2.2 Materiale adoperato

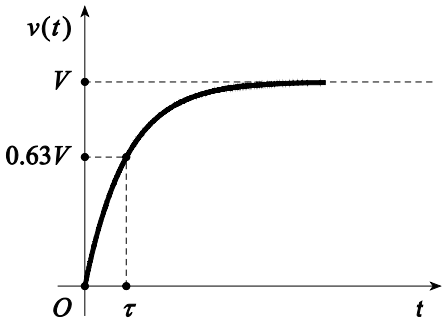
- Generatore di funzioni (TENMA 72-3555)
- Oscilloscopio (TEK TBS2000)
- Sonde per oscilloscopio (TEK 6112 – 10×)
- Due resistenze note (10 $k\Omega$ e 100 $k\Omega$) e la resistenza di valore incognito (R_X)
- Due condensatori (10 *nF* e 100 *nF*)
- Breadboard
- Cavi di collegamento

2.3 Teoria

Si consideri il circuito di figura col deviatore *S* originariamente nella posizione *b* e supponiamo che all'istante di tempo iniziale tale deviatore venga portato nella posizione *a*. In tale condizione la tensione v_{in} vale *V* e la differenza di potenziale ai capi del condensatore varierà nel tempo secondo la legge:

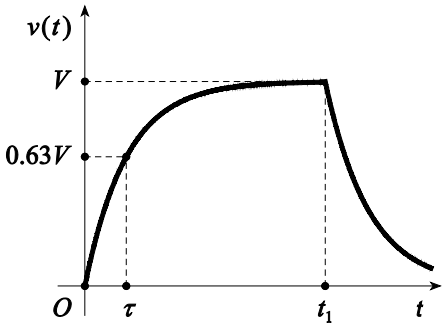


$$v(t) = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right), \tag{3.1}$$



dove V è la forza elettromotrice erogata dal generatore e τ, pari al prodotto RC, è la costante di tempo del circuito. In particolare, all'istante di tempo $t = \tau$ risulta:

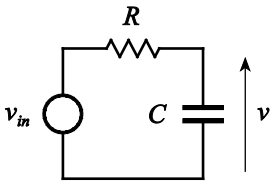
$$v(\tau) = V\left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = V\left(1 - e^{-1}\right) \approx 0.63V,$$



cioè in tali condizioni, per $t = \tau$ la differenza di potenziale ai capi del condensatore è il 63% circa della forza elettromotrice erogata dal generatore.

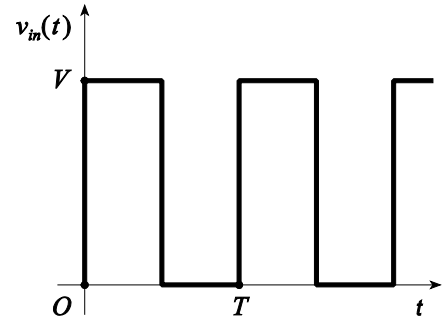
Se al tempo $t_1 \gg \tau$ il deviatore S viene portato nella posizione b la tensione v_{in} si annulla e la differenza di potenziale ai capi del condensatore prenderà a diminuire secondo la legge:

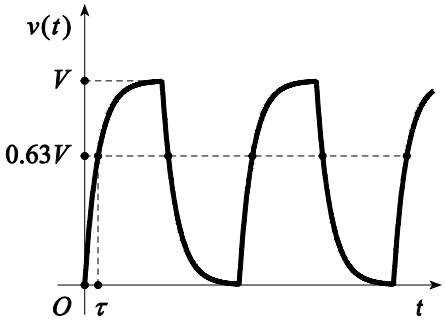
$$v(t) = Ve^{-(t-t_1)/\tau} .$$



Utilizzando un generatore di funzione disposto in modo da erogare una forza elettromotrice variabile nel tempo secondo un'onda quadra, è possibile riprodurre in maniera periodica gli effetti del cambiamento della posizione del deviatore.

La costante di tempo di un circuito RC può essere determinata attraverso la visualizzazione con un oscilloscopio dell'andamento temporale della differenza di potenziale ai capi del condensatore. Ciò è fatto identificando l'istante di tempo in cui la tensione ai capi del condensatore raggiunge il 63% del valore massimo V, rispetto a quando la tensione erogata dal generatore passa da zero al suo valore massimo V. Per non commettere un errore nella misura di V, e di conseguenza di τ, è opportuno avere una stima preliminare della costante di tempo, in modo da assicurarsi che durante il semiciclo dell'onda quadra in cui v_{in} vale V il condensatore possa considerarsi completamente carico (e ovviamente durante il semiciclo durante il quale v_{in} sia nulla il condensatore si scarichi completamente). A partire dalla stima di τ si fisserà il periodo T dell'onda quadra in modo che risulti $T \gg 2\tau$.





Si definisce *tempo di salita* di un impulso il tempo t_r necessario affinché la sua ampiezza passi dal 10% al 90% del suo valore massimo. Dall'espressione (3.1), i tempi t_1 e t_2 in corrispondenza dei quali la tensione $v(t)$ raggiunge, rispettivamente, il 10% di V e il 90% di V, soddisfano le relazioni:

$$\frac{1}{10} = 1 - e^{-t_1/\tau} ,$$
$$\frac{9}{10} = 1 - e^{-t_2/\tau} .$$

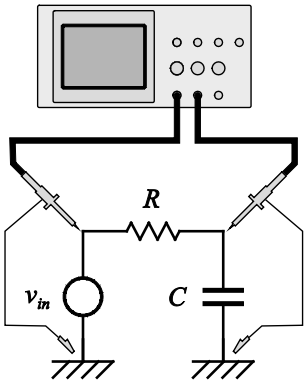
Posto:

$$t_r \equiv t_2 - t_1 ,$$

dalle relazioni precedenti si ha:

$$t_r = \tau \ln(9) \approx 2.2\tau$$

2.4 Procedura sperimentale



1. Si considerino una resistenza da 10 $k\Omega$ e un condensatore da 100 nF e se ne stimi la costante di tempo.
2. Si accenda il generatore e lo si imposti in modo che eroghi una forza elettromotrice variabile secondo un'onda quadra di ampiezza pari a 1 V circa ("HIGH-Z"). Si accenda l'oscilloscopio e si verifichi la compensazione delle sonde (*input ×10*).
3. Si realizzi il circuito RC in maniera che possa essere alimentato dal generatore di funzioni e si colleghino le sonde dell'oscilloscopio come indicato in figura: un capo della resistenza a CH1, l'altro a CH2. Si rammenti che il generatore eroga una forza elettromotrice variabile rispetto massa e che l'oscilloscopio misura le differenze di potenziale rispetto massa, pertanto occorre assicurarsi che la massa del generatore, quella del circuito e quella dell'oscilloscopio siano collegate tra loro.
4. Adoperando i cursori dell'oscilloscopio si stabilisca l'istante in cui la tensione ai capi del condensatore raggiunge il 63% del valore massimo, rispetto all'istante iniziale di un ciclo completo.
5. Si misuri il tempo di salita della tensione ai capi del condensatore.
6. Si ripeta la procedura 4. per la resistenza da 100 $k\Omega$ e il condensatore da 10 nF. Si valuti l'opportunità di cambiare la frequenza dell'onda quadra.
7. Si ripeta la procedura 4. utilizzando la resistenza incognita e il condensatore più appropriato tra quello da 10 nF e quello da 100 nF.
8. Si calcolino le costanti di tempo corrispondenti alle prime due combinazioni di resistenza e condensatore, se ne confrontino i risultati con quanto determinato sperimentalmente. Si verifichi la relazione tra tempo di salita e costante di tempo. Utilizzando l'approccio sperimentale alla determinazione della costante di tempo si stabilisca il valore della resistenza incognita.
9. (*Opzionale*) Si stabilisca la costante di tempo per le altre due combinazioni di valori di resistenza e condensatore (10 $k\Omega$, 10 nF e 100 $k\Omega$, 100 nF). Si confrontino i risultati sperimentali con quelli teorici.

3 FILTRO RC PASSA BASSO

3.1 Generalità

Per filtro, in elettronica, si intende un circuito in grado di elaborare un segnale modificandone le caratteristiche di ampiezza e di fase. Tali dispositivi si dividono in filtri *passivi* e filtri *attivi*: i primi sono costituiti da soli componenti passivi, quali resistori, condensatori ed induttori, i secondi contengono anche componenti attivi quali, ad esempio, amplificatori operazionali.

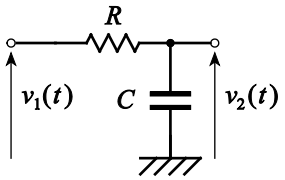
Il filtro *RC* passa basso, costituito unicamente da un resistore e un condensatore, rappresenta il filtro passivo più semplice.

3.2 Materiale adoperato

- Generatore di funzioni (TENMA 72-3555)
- Oscilloscopio (TEK TBS2000)
- Sonde per oscilloscopio (TEK 6112 – 10×)
- Un condensatore da $100nF$
- Una resistenza da $10k\Omega$
- Breadboard
- Cavi di collegamento

3.3 Teoria

Si consideri il circuito di figura; sia $\bar{V}_1(\omega)$ l'estensione complessa della tensione $v_1(t)$ e $\bar{V}_2(\omega)$ l'estensione complessa della tensione $v_2(t)$; risulta:



$$\bar{V}_2(\omega)=\bar{V}_1(\omega)\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\bar{V}_1(\omega)\frac{1}{1+j\omega RC}=\bar{V}_1(\omega)\frac{1}{1+j\omega\tau},$$

in cui $\tau=RC$ è la costante di tempo del circuito. Pertanto, la funzione di trasferimento $\bar{G}(\omega)\equiv\bar{V}_2(\omega)/\bar{V}_1(\omega)$ di tale circuito è:

$$\bar{G}(\omega)=\frac{1}{1+j\omega\tau}$$

e, le corrispondenti espressioni in modulo e fase sono, rispettivamente:

$$\left|\bar{G}(\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}},$$
$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega\tau).$$

Supponiamo che

$$v_1(t) = V_1 \cos(\omega t),$$

allora, la relativa estensione complessa vale:

$$\bar{V}_1(\omega) = V_1 e^{j\omega t},$$

per cui l'estensione complessa della tensione $v_2(t)$ varrà:

$$\bar{V}_2(\omega) = \bar{V}_1(\omega)\bar{G}(\omega) = V_1 e^{j\omega t}\frac{1}{1+j\omega\tau} = V_1 e^{j\omega t}\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}e^{j\varphi(\omega)} = V_1\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}e^{j[\omega t+\varphi(\omega)]},$$

e la corrispondente tensione $v_2(t)$:

$$v_2(t) = V_1\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\cos\left[\omega t+\varphi(\omega)\right] = V_2(\omega)\cos\left[\omega t+\varphi(\omega)\right].$$

Pertanto, la tensione $v_2(t)$ ha un'ampiezza $V_2(\omega)$ dipendente dalla frequenza e pari al prodotto tra l'ampiezza V_1 della tensione $v_1(t)$ ed il modulo $\left|\bar{G}(\omega)\right|$ della funzione di trasferimento del circuito e una fase relativa a quella della tensione $v_1(t)$ dipendente dalla frequenza, e pari alla fase $\varphi(\omega)$ della funzione di trasferimento del circuito. Risulta:

$$\lim_{\omega\to 0}\left|\bar{G}(\omega)\right| = \lim_{\omega\to 0}\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} = 1,$$
$$\lim_{\omega\to \infty}\left|\bar{G}(\omega)\right| = \lim_{\omega\to \infty}\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} = 0,$$

inoltre, la funzione $\left|\bar{G}(\omega)\right|$ è monotona decrescente, pertanto il circuito presenta una piccola attenuazione alle basse frequenze e l'attenuazione massima alle alte frequenze; per questo motivo tale circuito agisce da filtro *passa–basso*. Risulta inoltre:

$$\lim_{\omega\to 0}\varphi(\omega) = -\lim_{\omega\to 0}\arctan(\omega\tau) = 0,$$
$$\lim_{\omega\to \infty}\varphi(\omega) = -\lim_{\omega\to \infty}\arctan(\omega\tau) = -\frac{\pi}{2},$$

e la funzione $\varphi(\omega)$ è monotona decrescente, pertanto in questo circuito la fase della tensione $v_2(t)$ rispetto a quella della tensione $v_1(t)$ è piccola alle basse frequenze e pari a $-\pi/2$ alle alte

frequenze. Si definisce *frequenza di taglio* f_T del filtro considerato quella in corrispondenza della quale risulta:

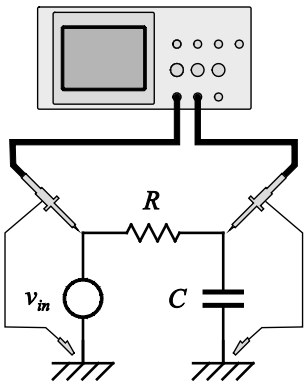
$$\left|\bar{G}\left(2\pi f_T\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

Dall'espressione della funzione di trasferimento segue:

$$f_T = \frac{1}{2\pi RC}.$$

3.4 Procedura sperimentale

1. Si considerino una resistenza da 10 $k\Omega$ e un condensatore da 100 nF e se ne stimi la frequenza di taglio del corrispondente filtro RC passa basso.
2. Si accenda il generatore e lo si imposti in modo che eroghi una forza elettromotrice variabile secondo un'onda sinusoidale di ampiezza pari a 1 V circa (V_{pp} pari a $2V$ e V_{off} pari a $0V$ oppure V_{High} pari a $1V$ e V_{low} pari a $-1V$, "HIGH-Z"); lo si colleghi all'oscilloscopio. Si accenda l'oscilloscopio e si colleghi CH1 al generatore. Attraverso la visualizzazione con l'oscilloscopio si faccia in modo che la sinusoide abbia l'ampiezza di 1 V e una frequenza di 10 Hz; per stabilizzare l'immagine sullo schermo si adoperi la manopola di *trigger*.
3. Si realizzi il circuito RC in maniera che possa essere alimentato dal generatore di funzioni. Si verifichi la compensazione delle sonde e quindi si colleghi l'oscilloscopio come indicato in figura: un capo della resistenza a CH1, l'altro a CH2. Si rammenti che il generatore eroga la forza elettromotrice variabile rispetto massa e che l'oscilloscopio misura le differenze di potenziale rispetto massa, pertanto occorre assicurarsi che la massa del generatore, quella del circuito e quella dell'oscilloscopio siano collegate tra loro.



4. Partendo dalla frequenza di 10 Hz si misurino le ampiezze delle tensioni di ingresso e di uscita V_1 e V_2 del circuito e la fase[1] della tensione di uscita V_2 rispetto alla tensione di ingresso V_1 per tre decadi (10 Hz ÷ 100 Hz, 100 Hz ÷ 1 kHz, 1 kHz ÷ 10 kHz) eseguendo almeno 5 misure per decade. Se ne rappresentino graficamente i risultati.
5. Si rilevi f_T individuando la frequenza per cui il rapporto delle ampiezze V_2/V_1 sia pari a $1/\sqrt{2}$ (V_1 pari a 1 V, V_2 pari a circa 707 mV); si valuti l'opportunità di effettuare ulteriori misure delle ampiezze e delle fasi intorno alla frequenza di taglio.

[1] Per la misura della fase, si rammenti che per due tensioni variabili sinusoidalmente con uguale frequenza, ad esempio $\sin(\omega t+\phi_1)$ e $\sin(\omega t+\phi_2)$, è possibile riscrivere tale dipendenza come $\sin\left[\omega\left(t+\phi_1/\omega\right)\right]$ e $\sin\left[\omega\left(t+\phi_2/\omega\right)\right]$; in queste espressioni ϕ_1/ω e ϕ_2/ω sono i tempi di ritardo delle due tensioni rispetto all'origine dell'asse dei tempi. Pertanto, il tempo di ritardo tra le due tensioni, t_2-t_1, si può esprimere attraverso la differenza di fase $\phi_2-\phi_1$ come $\left(\phi_2-\phi_1\right)/\omega$. Da questa espressione è possibile dedurre la differenza di fase tra le due tensioni attraverso la misura del ritardo relativo.

6. Si verifichi la relazione tra tempo di salita e frequenza di taglio $t_r f_T = \ln(9)/(2\pi) \approx 0.35$.

4 CIRCUITO RLC SERIE

4.1 Generalità

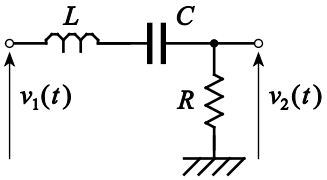
Il circuito RLC serie è una rete in corrente alternata contenente componenti induttivi e capacitivi e caratterizzata da presentare un minimo del modulo dell'impedenza al variare della frequenza. Tale proprietà è detta risonanza.

La risonanza è di grande importanza in elettrotecnica e, in particolare, nel campo delle radiocomunicazioni, poiché mediante circuiti risonanti possono essere selezionati segnali di specifica frequenza.

4.2 Materiale adoperato

- Generatore di funzioni (TENMA 72-3555)
- Oscilloscopio (TEK TBS2000)
- Sonde per oscilloscopio (TEK 6112 – 10×)
- Un condensatore da $100nF$
- Una bobina da $15mH$
- Una resistenza da 560Ω ed una da 10Ω
- Breadboard
- Cavi di collegamento

4.3 Teoria



Si consideri il circuito di figura; sia $\overline{V}_1(\omega)$ l'estensione complessa della tensione $v_1(t)$ e $\overline{V}_2(\omega)$ l'estensione complessa della tensione $v_2(t)$; risulta:

$$\overline{V}_2(\omega)=\overline{V}_1(\omega)\frac{R}{R+j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}}=\overline{V}_1(\omega)\frac{1}{1+j\left(\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega RC}\right)}. \tag{5.1}$$

Ricordando che la pulsazione di risonanza ω_0 e il fattore di merito del circuito valgono, rispettivamente:

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 RC},$$

sostituendo nella (5.1), si ha:

$$\overline{V}_2(\omega)=\overline{V}_1(\omega)\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

Pertanto, la funzione di trasferimento $\overline{G}(\omega)\equiv\overline{V}_2(\omega)/\overline{V}_1(\omega)$ di tale circuito è:

$$\overline{G}(\omega)=\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

e, le corrispondenti espressioni in modulo e fase sono, rispettivamente:

$$\left|\overline{G}(\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}, \tag{5.2}$$

$$\varphi(\omega)=-\arctan\left[Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]. \tag{5.3}$$

Supponiamo che

$$v_1(t)=V_1\cos(\omega t),$$

allora, la relativa estensione complessa vale:

$$\overline{V}_1(\omega)=V_1 e^{j\omega t},$$

per cui l'estensione complessa della tensione $v_2(t)$ varrà:

$$\overline{V}_2(\omega)=\overline{V}_1(\omega)\overline{G}(\omega)=V_1 e^{j\omega t}\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}=V_1 e^{j\omega t}\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}e^{j\varphi(\omega)}=$$

$$=V_1\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}e^{j[\omega t+\varphi(\omega)]},$$

e la corrispondente tensione $v_2(t)$:

$$v_2(t) = V_1 \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \cos\left[\omega t + \varphi(\omega)\right] = V_2(\omega)\cos\left[\omega t + \varphi(\omega)\right].$$

Pertanto, la tensione $v_2(t)$ ha un'ampiezza $V_2(\omega)$ dipendente dalla frequenza e pari al prodotto tra l'ampiezza V_1 della tensione $v_1(t)$ ed il modulo $\left|\overline{G}(\omega)\right|$ della funzione di trasferimento del circuito e una fase relativa a quella della tensione $v_1(t)$ dipendente dalla frequenza, e pari alla fase $\varphi(\omega)$ della funzione di trasferimento del circuito. L'ampiezza $V_2(\omega)$ è massima in corrispondenza della pulsazione di risonanza ω_0 e risulta:

$$V_2(\omega_0) = V_1;$$

inoltre, alla risonanza, la fase $\varphi(\omega)$ vale:

$$\varphi(\omega_0) = 0,$$

quindi, per tale frequenza, la tensione $v_2(t)$ risulta in fase con $v_1(t)$. Si definiscono *frequenze di taglio* f_1 e f_2 ($f_1 < f_2$) del circuito considerato quelle in corrispondenza delle quali il modulo della funzione di trasferimento (5.2) vale $1/\sqrt{2}$ e la fase (5.3) vale $\pm\pi/4$. Si definisce *banda passante* Δf del circuito risonante, l'intervallo:

$$\Delta f \equiv f_2 - f_1.$$

Dalla definizione di frequenze di taglio, segue la relazione:

$$\Delta f \equiv \frac{f_0}{Q}, \tag{5.4}$$

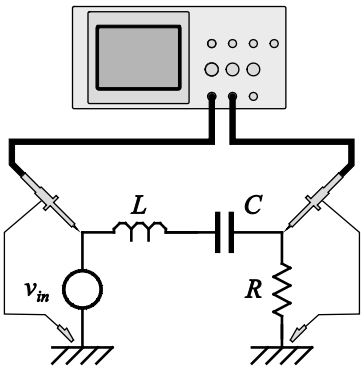
in cui f_0 è la frequenza di risonanza del circuito:

$$f_0 \equiv \frac{\omega_0}{2\pi}.$$

4.4 Procedura sperimentale

1. Si considerino una resistenza da 560 Ω, un condensatore da 100 nF ed una bobina da 15mH; se ne stimi la frequenza di risonanza del corrispondente circuito *RLC* serie ed il fattore di merito.
2. Si accenda il generatore e lo si imposti in modo che eroghi una forza elettromotrice variabile secondo un'onda sinusoidale di ampiezza pari a 1 V circa (V_{pp} pari a $2V$ e V_{off} pari a $0V$ oppure V_{High} pari a $1V$ e V_{low} pari a $-1V$, "HIGH-Z"); lo si colleghi all'oscilloscopio. Si accenda l'oscilloscopio e si colleghi CH1 al generatore. Attraverso la

visualizzazione con l'oscilloscopio si faccia in modo che la sinusoide abbia l'ampiezza di 1 *V* e una frequenza di 10 *Hz*; per stabilizzare l'immagine sullo schermo si adoperi la manopola di *trigger*.



3. Si realizzi il circuito *RLC* in maniera che possa essere alimentato dal generatore di funzioni. Si verifichi la compensazione delle sonde e quindi si colleghi l'oscilloscopio come indicato in figura: l'uscita del generatore a CH1, un capo della resistenza a CH2. Si rammenti che il generatore eroga la forza elettromotrice variabile rispetto massa e che l'oscilloscopio misura le differenze di potenziale rispetto massa, pertanto occorre assicurarsi che la massa del generatore, quella del circuito e quella dell'oscilloscopio siano collegate tra loro.

4. Partendo dalla frequenza di 10 *Hz* si misurino le ampiezze delle tensioni di ingresso e di uscita V_1 e V_2 del circuito e la fase[2] della tensione di uscita V_2 rispetto alla tensione di ingresso V_1 per cinque decadi (10 *Hz* ÷ 100 *Hz*, 100 *Hz* ÷ 1 *kHz*, 1 *kHz* ÷ 10 *kHz*, 10 *kHz* ÷ 100 *kHz*, 100 *kHz* ÷ 1 *MHz*) eseguendo almeno 5 misure per decade. Se ne rappresentino graficamente i risultati.

5. Si rilevi f_0 individuando la frequenza per cui la tensione $v_2(t)$ risulta in fase con la tensione $v_1(t)$ o l'ampiezza della tensione $v_2(t)$ sia massima. Si valuti l'opportunità di effettuare ulteriori misure di ampiezza e fase intorno alla frequenza di risonanza.

6. Si rilevi la banda passante identificando le frequenze f_1 e f_2 in corrispondenza delle quali il rapporto delle ampiezze V_2/V_1 è pari a $1/\sqrt{2}$ (V_1 pari a 1 *V*, V_2 pari a circa 707 *mV*). Si deduca il fattore di merito Q attraverso la relazione (5.4).

7. (*Opzionale*) Una volta individuata la frequenza di risonanza f_0 si faccia in modo che il generatore eroghi una tensione variabile secondo un'onda quadra di frequenza pari a $f_0/3$ con le stesse caratteristiche di ampiezza della tensione sinusoidale. Si osservi in queste condizioni la forma d'onda della tensione di uscita V_2; si ponga in parallelo alla resistenza *R* una resistenza di 10Ω e si confronti in questa nuova condizione la tensione di uscita V_2 con quella corrispondente alla precedente configurazione e se ne misuri la frequenza. Si dia una giustificazione di quanto osservato.

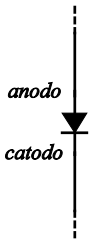
[2] Per la misura della fase si tenga conto della nota a pag. 4-17.

5 CARATTERISTICA DI UN DIODO

5.1 Generalità

Un diodo è un elemento circuitale costituito da due elettrodi caratterizzato dal presentare una diversa resistenza al passaggio della corrente a seconda della polarità della tensione ad essi applicata.

Tali elettrodi sono denominati, rispettivamente *anodo* e *catodo* e sono identificati sulla base del comportamento elettrico del componente; in particolare, se applicando una differenza di potenziale tra essi, il diodo presenta una bassa resistenza, l'elettrodo a potenziale maggiore viene chiamato anodo, se invece presenta una resistenza molto elevata, l'elettrodo a potenziale maggiore è detto catodo.



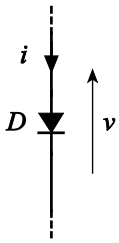
Un diodo ideale presenta resistenza nulla quando l'anodo è a potenziale maggiore del catodo e infinita nel caso contrario. Nel primo caso si dice che la polarizzazione del diodo è *diretta* altrimenti è detta *inversa*. Questa esperienza è finalizzata alla determinazione di alcuni parametri di funzionamento di un diodo a giunzione.

5.2 Materiale adoperato

- Amperometro (classe 1), portata di 10 mA
- Voltmetro (classe 1), portata di 10 V
- Alimentatore (ATTEN APS3003S)
- Alimentatore sinusoidale 12 V – 700 mA
- Oscilloscopio (TEK TBS2000)
- Sonde per oscilloscopio (TEK 6112 – 10×)
- Un diodo BZX79C2V4
- Una resistenza da 1 $k\Omega$
- Breadboard
- Cavi di collegamento

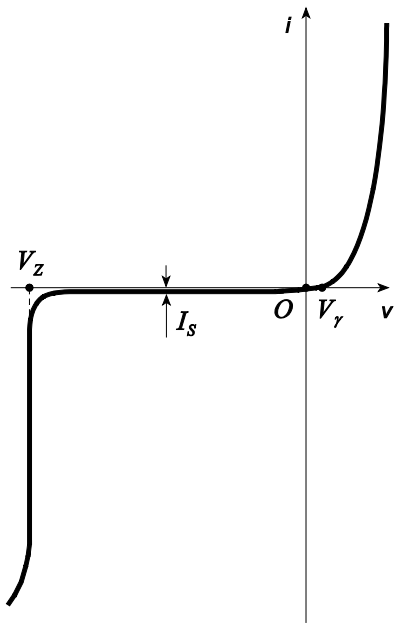
5.3 Teoria

Se al diodo a giunzione viene applicata una differenza di potenziale v tra anodo e catodo, si osserva un passaggio di corrente i attraverso tale componente, dipendente dalla differenza di potenziale applicata. La relazione tra corrente e tensione è detta *caratteristica del diodo*.



La curva che rappresenta tale caratteristica passa per l'origine degli assi e, in polarizzazione diretta, cresce molto rapidamente all'aumentare della tensione applicata. In tal caso, la corrente tende a crescere indefinitamente ed è limitata dalla massima potenza che il componente è in grado di dissipare.

La corrente nel diodo polarizzato inversamente è molto piccola, ed all'aumentare della tensione inversa tende ad un valore costante I_S, che dipende dalla temperatura alla quale si trova il



componente e viene chiamata *corrente inversa di saturazione*. La corrente inversa si mantiene pari a I_S all'aumentare della tensione inversa, fino a che non viene raggiunta una tensione limite V_Z, detta *tensione di Zener*, oltre la quale la corrente inversa prende a crescere molto rapidamente. Questo fenomeno non è, in generale, distruttivo, in quanto, diminuendo la tensione inversa applicata, il fenomeno cessa, sebbene, qualora la sua durata superi un certo limite, il riscaldamento del componente, dovuto alla potenza che in esso si dissipa, ne può provocare la distruzione. Approssimativamente I_S raddoppia per ogni $10°C$ di aumento della temperatura.

La caratteristica del diodo è espressa in forma approssimata dall'*equazione di Shockley*:

$$i = I_S\left(e^{\frac{v}{\eta V_T}} - 1\right), \tag{6.1}$$

in cui il coefficiente η per piccole correnti vale circa 1 se il diodo è al germanio e circa 2 se è al silicio e la tensione V_T, detta *equivalente in tensione della temperatura*, vale:

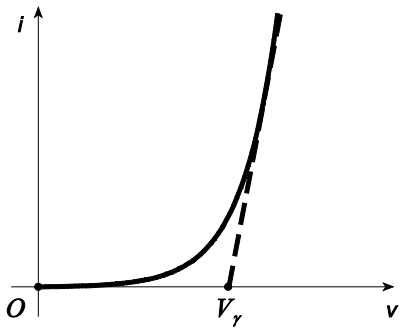
$$V_T = \frac{kT}{e},$$

dove k è la costante di Boltzmann espressa in Joule per Kelvin, T è la temperatura in Kelvin ed e è la carica dell'elettrone; a temperatura d'ambiente, per T pari a $293\,K$, V_T vale $25\,mV$ circa. Si osservi che l'equazione di Shockley non descrive il funzionamento del diodo in prossimità della tensione di Zener.

Dall'esame della caratteristica del diodo si evince che in polarizzazione diretta la caduta di tensione ai capi di tale componente varia poco rispetto alla corrente che lo attraversa, quando questa supera un certo valore; cioè, dopo il tratto iniziale in cui la corrente è praticamente trascurabile, la caratteristica diventa molto ripida, quasi verticale. A partire da tali considerazioni, la caratteristica di un diodo a giunzione può essere approssimata con una retta di elevata pendenza, che interseca l'asse orizzontale in corrispondenza di un'ascissa V_γ il cui valore dipende dal tipo di diodo. Il valore di V_γ risulta compreso nell'intervallo $0.2\,V \div 0.3\,V$ per i diodi al germanio e $0.5\,V \div 0.7\,V$ per i diodi al silicio e spesso viene indicato come *tensione di soglia*, in quanto, finché v si mantiene inferiore a V_γ, la corrente attraverso al diodo resta molto piccola.

La pendenza della caratteristica del diodo a giunzione può essere dedotta derivando la (6.1) rispetto a v:

$$g_d \equiv \frac{\partial i}{\partial v} = \frac{I_S}{\eta V_T} e^{v/(\eta V_T)} = \frac{i + I_S}{\eta V_T};$$



l'inverso di tale grandezza è detto *resistenza differenziale*:

$$r_d \equiv \frac{1}{g_d}.$$

In polarizzazione inversa, per $\left|v/(\eta V_T)\right| \gg 1$ la pendenza g_d è molto piccola e di conseguenza r_d è grande; in polarizzazione diretta, per $i \gg I_S$, g_d è molto grande ed il suo inverso:

$$r_d \approx \frac{\eta V_T}{i},$$

è piccola. Sebbene la resistenza differenziale vari in modo inversamente proporzionale alla corrente, nei modelli per piccoli segnali tale grandezza è considerata costante.

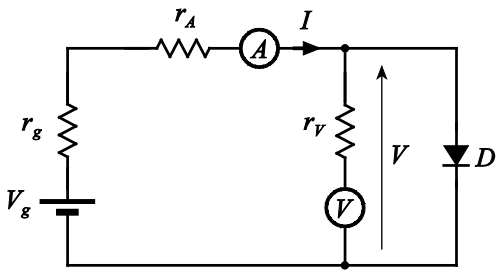
5.4 Procedura sperimentale

Nella prima modalità di rilievo della curva caratteristica del diodo verranno adoperati degli strumenti a bobina mobile dei quali è opportuno verificare preliminarmente l'azzeramento allo scopo di minimizzare l'errore sistematico nella misura. Si rammenti che in tali strumenti l'errore relativo è più basso quando lo strumento fornisce una indicazione in prossimità del fondo scala, pertanto si farà in modo da effettuare misure in tale condizione.

Si presti particolare attenzione alle polarità degli strumenti nell'inserimento nei differenti circuiti per evitare che vengano danneggiati. Ogni circuito deve essere verificato dall'istruttore prima della sua connessione all'alimentatore.

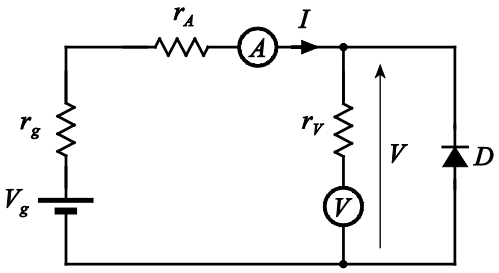
La resistenza posta in serie al circuito è necessaria a limitare la corrente attraverso il diodo; per ogni misura ci si assicuri che la corrente che attraversa entrambi i componenti non determini il superamento della loro massima potenza dissipabile. La massima corrente ammissibile per il diodo è indicata dal datasheet. La massima corrente ammissibile per la resistenza viene dedotta attraverso la legge di Joule;

Esempio: Per una resistenza R di $1\,k\Omega$ con potenza massima dissipabile P_M pari 500 mW, la massima corrente I_M, data da $\sqrt{P_M/R}$, ammonta a circa 22 mA.



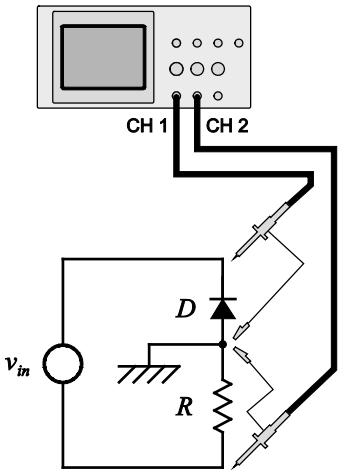
A. METODO VOLTAMPEROMETRICO

1. Si monti il circuito nella configurazione per il rilievo della caratteristica diretta.
2. Si effettui una serie di misure di differenza di potenziale ai capi del diodo e di corrente attraverso il diodo variando la tensione erogata dal generatore di forza elettromotrice. Poiché in questa configurazione la dinamica della tensione misurata dal voltmetro è limitata alla prima parte dell'intera scala, si valuti l'opportunità di adoperare il multimetro come voltmetro.
3. Si monti il circuito nella configurazione per il rilievo della caratteristica inversa.
4. Si effettui una serie di misure variando la tensione erogata dal generatore di forza elettromotrice. Per effettuare misure di corrente oltre la portata dell'amperometro, si adoperi il multimetro come amperometro.



5. Si rappresenti graficamente la caratteristica, se ne faccia il fit, almeno limitatamente alla regione di polarizzazione diretta, e se ne deducano la resistenza dinamica in polarizzazione diretta, la tensione di soglia e la tensione di Zener.

B. OSCILLOSCOPIO



6. Si monti il circuito secondo lo schema mostrato in figura e lo si colleghi all'oscilloscopio come indicato. Si imposti l'inversione di CH1.
7. Si connetta il generatore sinusoidale alla presa di alimentazione.
8. Si imposti la modalità *XY* (*DISPLAY→FORMATO→XY*). Si centri l'immagine sullo schermo agendo sui comandi di *POSIZIONE*.
9. Si deducano graficamente la resistenza dinamica in polarizzazione diretta, la tensione di soglia e la tensione di Zener. Si osservi che l'indicazione sull'asse verticale è proporzionale alla corrente attraverso il diodo tramite la legge di Ohm.

Si confrontino le misure eseguite con i due metodi e se ne traggano le conclusioni

6 LINEA DI TRASMISSIONE

6.1 Generalità

Una linea di trasmissione è un mezzo per trasferire energia da un generatore ad un utilizzatore. Con riferimento a generatori che erogano forze elettromotrici sinusoidali, per basse frequenze, come in corrispondenza della frequenza della rete di distribuzione domestica dell'energia elettrica, si adoperano normali conduttori ed il loro studio può essere svolto con la teoria dei circuiti.

Alle alte frequenze, quando la rapidità di variazione delle grandezze elettriche è comparabile coi tempi che impiegano i campi a propagarsi attraverso i conduttori, si adoperano specifiche linee per la trasmissione dell'energia ed il loro studio deve essere fatto con la teoria delle onde elettromagnetiche.

6.2 Materiale adoperato

- Generatore sinusoidale, 433.92 *MHz* ± 100 *ppm*, 15 *W* (LD 58755)
- Unità di alimentazione per generatore (LD 562791)
- Linea di Lecher con accessori (LD 58756)
- Resistenza da 200 *Ω*, 2 *W*, con spine (LD57735)
- Lampada globulare 3.8 *V* / 70 *mA*, attacco E10
- Zoccolo E10 per lampada con spine (LD57906)
- Cortocircuito con spine
- Adattatore plastico

6.3 Teoria

Una linea di Lecher è costituita da una coppia di conduttori rigidi paralleli; tale configurazione costituisce una linea di trasmissione bilanciata di piccola lunghezza. Una volta collegata ad un generatore sinusoidale ad alta frequenza, sotto opportune condizioni, lungo tale linea si formano delle onde stazionarie. La configurazione aperta dei conduttori permette l'accesso ai campi elettrico e magnetico associati a tali onde, consentendone la loro caratterizzazione.

Assumendo che risultino trascurabili le perdite resistive, quando un generatore sinusoidale di pulsazione ω viene collegato alla linea, lungo di essa si propaga un'onda di tensione:

$$v(x,t) = V_0 \cos(\omega t - \beta x),$$

in cui

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

e λ è la lunghezza d'onda.

Quando i due conduttori della linea di Lecher all'estremo opposto relativamente al generatore sono collegati tra loro (*linea in cortocircuito*), in tale estremo la differenza di potenziale tra i due conduttori si mantiene costantemente nulla; ciò comporta la formazione un'onda di tensione riflessa di ampiezza opposta rispetto a quella incidente. Ad esempio, se l'onda di tensione incidente è:

$$v_d(x,t) = V_0 \cos(\omega t - \beta x),$$

quella riflessa vale:

$$v_r(x,t) = -V_0 \cos(\omega t + \beta x)$$

e la loro composizione è data da:

$$v(x,t) = v_d(x,t) + v_r(x,t) = V_0 \cos(\omega t - \beta x) - V_0 \cos(\omega t + \beta x) = 2V_0 \sin(\omega t)\sin(\beta x).$$

La somma $v(x,t)$ è espressa attraverso il prodotto di due funzioni, una della sola posizione x e l'altra del solo tempo t e pertanto $v(x,t)$ non rappresenta un fenomeno propagativo, cioè descrive un'onda stazionaria di tensione disposta lungo la linea. Assumendo che l'origine dell'ascissa x sia posto in corrispondenza dell'estremo della linea e che l'onda diretta provenga da destra, i *nodi* in cui si annulla la tensione saranno situati nei punti:

$$x = \frac{\lambda}{2} n, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots.$$

La tensione tra i conduttori della linea è associata ad una distribuzione di carica lungo di essi; il moto di tali cariche darà luogo ad una corrente attraverso tali conduttori, anch'essa soggetta ad un fenomeno propagativo. In corrispondenza del cortocircuito all'estremo della linea, la corrente deve risultare sempre diversa da zero (per $\omega t \neq 0$); ciò comporta la formazione un'onda di corrente riflessa della stessa ampiezza di quella incidente. Ad esempio, se l'onda di corrente incidente è:

$$i_d(x,t) = I_0 \cos(\omega t - \beta x),$$

quella riflessa vale:

$$i_r(x,t) = I_0 \cos(\omega t + \beta x)$$

e la loro composizione è data da:

$$i(x,t) = i_d(x,t) + i_r(x,t) = I_0 \cos(\omega t - \beta x) + I_0 \cos(\omega t + \beta x) = 2I_0 \cos(\omega t)\cos(\beta x).$$

Analogamente alla tensione, la somma $i(x,t)$ descrive un'onda stazionaria di corrente disposta lungo la linea. Con le stesse convenzioni circa il sistema di riferimento, i *nodi* in cui si annulla la corrente si troveranno nei punti:

$$x = \frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Quando i due conduttori della linea di Lecher all'estremo opposto relativamente al generatore sono aperti (*linea aperta*), in tale estremo la differenza di potenziale tra i due conduttori deve risultare sempre diversa da zero (per $\omega t \neq 0$); ciò comporta la formazione un'onda di tensione riflessa di ampiezza uguale a quella incidente. La composizione di queste due onde di tensione determina la formazione di un'onda stazionaria di tensione lungo la linea espressa come:

$$v(x, t) = 2V_0 \cos(\omega t)\cos(\beta x).$$

Con le stesse convenzioni circa il sistema di riferimento, i *nodi* in cui si annulla la tensione saranno situati nei punti:

$$x = \frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad n = 0, 1, 2, \ldots.$$

In corrispondenza dell'estremo aperto la corrente deve risultare sempre nulla; ciò comporta la formazione un'onda di corrente riflessa ampiezza opposta rispetto a quella incidente. La composizione di queste due onde di corrente determina la formazione di un'onda stazionaria di corrente lungo la linea, espressa come:

$$i(x, t) = 2I_0 \sin(\omega t)\sin(\beta x),$$

e i nodi in cui si annulla la corrente saranno posti nei punti:

$$x = \frac{\lambda}{2}n, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots.$$

6.4 Procedura sperimentale

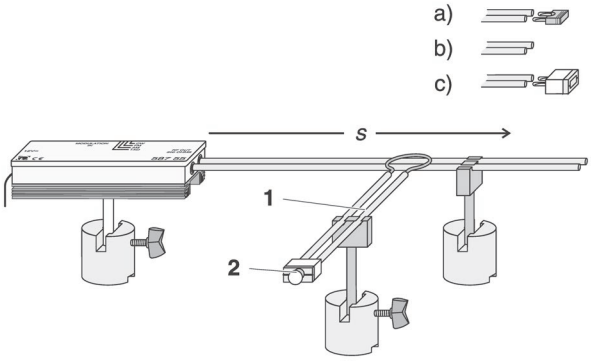
La formazione di onde stazionarie lungo la linea di Lecher è subordinata alla presenza di un disadattamento di impedenza in corrispondenza dell'estremo opposto relativamente a quello in cui è collegato il generatore; se tale estremo è chiuso su una resistenza di carico pari all'impedenza caratteristica della linea (200 Ω per la linea adoperata), cioè se la linea è *adattata*, non si manifestano riflessioni in corrispondenza del carico e per conseguenza non si hanno onde stazionarie lungo la linea.

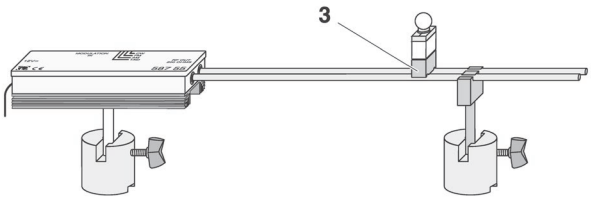
Le onde stazionarie di tensione sono rivelate attraverso una sonda costituita da una lampada collegata a due contatti metallici. I contatti possono essere disposti stabilmente lungo la linea. In corrispondenza di un ventre della tensione la differenza di potenziale tra i due contatti raggiunge il suo valore massimo, determinando l'accensione della lampada alla massima luminosità.

Le onde stazionarie di corrente sono rivelate attraverso una spira collegata ad una lampada. In corrispondenza di un ventre della corrente la lampada si accende alla massima luminosità per effetto dell'oscillazione di ampiezza massima del campo magnetico tra i conduttori della linea.

A. OPERAZIONI PRELIMINARI

1. Si disponga il generatore sul supporto.
2. Si colleghino insieme le due sezioni della linea di Lecher e le si fissino sul supporto isolante.
3. Si connettano le spine della linea di Lecher (ø 4 *mm*) all'uscita (OUT) del generatore.
4. Si allineino le altezze del trasmettitore e dei conduttori della linea di Lecher in modo che la linea si disponga orizzontalmente.
5. Si fissi la spira al supporto.
6. Si avviti la lampada al suo zoccolo, si connetta lo zoccolo (2) alla spira (1).
7. Si regoli l'altezza della spira in modo da disporla superiormente alla linea senza venirne a contatto.





B. LINEA IN CORTOCIRCUITO

8. Si accenda il generatore collegandone il relativo alimentatore alla presa delle rete elettrica.
9. Si inserisca il ponte di cortocircuito a) nella estremità aperta della linea di Lecher
10. Si faccia scorrere la spira lungo la linea, identificando una posizione in corrispondenza della quale la luminosità della lampada raggiuge la massima intensità (*ventre della corrente*).
11. Si ottimizzi la luminosità spostando eventualmente la spira perpendicolarmente ai conduttori della linea e, se necessario, diminuendo la distanza tra la spira e la linea, assicurandosi che non ne venga a contatto.
12. Si sposti la spira lungo la linea a partire dall'estremo cortocircuitato valutando il primo punto in corrispondenza del quale la lampada si spegne.
13. Procedendo con la spira nella stessa direzione si identifichi il punto dove la lampada si riaccende.
14. Si stabilisca il punto medio tra i due punti determinati ai punti 12 e 13 (*nodo della corrente*) e se ne misuri la distanza dal cortocircuito col metro a nastro.
15. Si ripetano i punti dal 12 al 14 per individuare tutti gli altri nodi della corrente disposti lungo la linea di Lecher.
16. Si costruisca una sonda montando lo zoccolo portalampada all'adattatore plastico (3) e la si disponga lungo la linea.
17. Si faccia scorrere la sonda lungo la linea, identificando una posizione in corrispondenza della quale la luminosità della lampada raggiunge la massima intensità (*ventre della tensione*).

18. Si sposti la sonda lungo la linea a partire dall'estremo cortocircuitato valutando il primo punto in corrispondenza del quale la lampada si spegne.
19. Procedendo con la sonda nella stessa direzione si identifichi il punto dove la lampada si riaccende.
20. Si stabilisca il punto medio tra le due posizioni determinate ai punti 18 e 19 (*nodo della tensione*) e se ne misuri la distanza dal cortocircuito col metro a nastro.
21. Si ripetano i punti dal 18 al 20 per individuare tutti gli altri nodi della tensione disposti lungo la linea di Lecher.
22. Si adoperi la sonda per rivelare i ventri della tensione in corrispondenza della posizione dei nodi della corrente.
23. Si adoperi la spira per rivelare i ventri della corrente in corrispondenza della posizione dei nodi della tensione.

C. LINEA APERTA

24. Si rimuova il ponte di cortocircuito dalla estremità aperta della linea di Lecher b)
25. Si adoperi la sonda per rivelare i nodi della tensione lungo la linea.
26. Si adoperi la spira per rivelare i nodi della corrente lungo la linea.
27. Si adoperi la sonda per rivelare i ventri della tensione in corrispondenza della posizione dei nodi della corrente.
28. Si adoperi la spira per rivelare i ventri della corrente in corrispondenza della posizione dei nodi della tensione.

D. LINEA ADATTATA

29. Si connetta la resistenza di terminazione da 200 Ω all'estremo libero della linea di Lecher; si noti che la massima potenza dissipabile da tale resistenza ammonta a soli 2 W, pertanto non si lasci tale carico collegato all'estremo libero della linea per un tempo superiore a 5 minuti.
30. Si adoperi la sonda per rivelare i nodi della tensione lungo la linea.
31. Si adoperi la spira per rivelare i nodi della tensione lungo la linea.

Si rappresentino su un grafico le posizioni dei nodi e dei ventri della corrente e della tensione lungo la linea a partire dall'origine situata in corrispondenza dell'estremo opposto rispetto a quello in cui è collegato il generatore. Si ricavi da tale grafico il valore della lunghezza d'onda λ; Assumendo quale valore della frequenza f della tensione sinusoidale erogata dal generatore quello fornito dal costruttore, dalla relazione:

$$v_f = \lambda f$$

si determini la velocità di fase dell'onda elettromagnetica lungo la linea di Lecher.