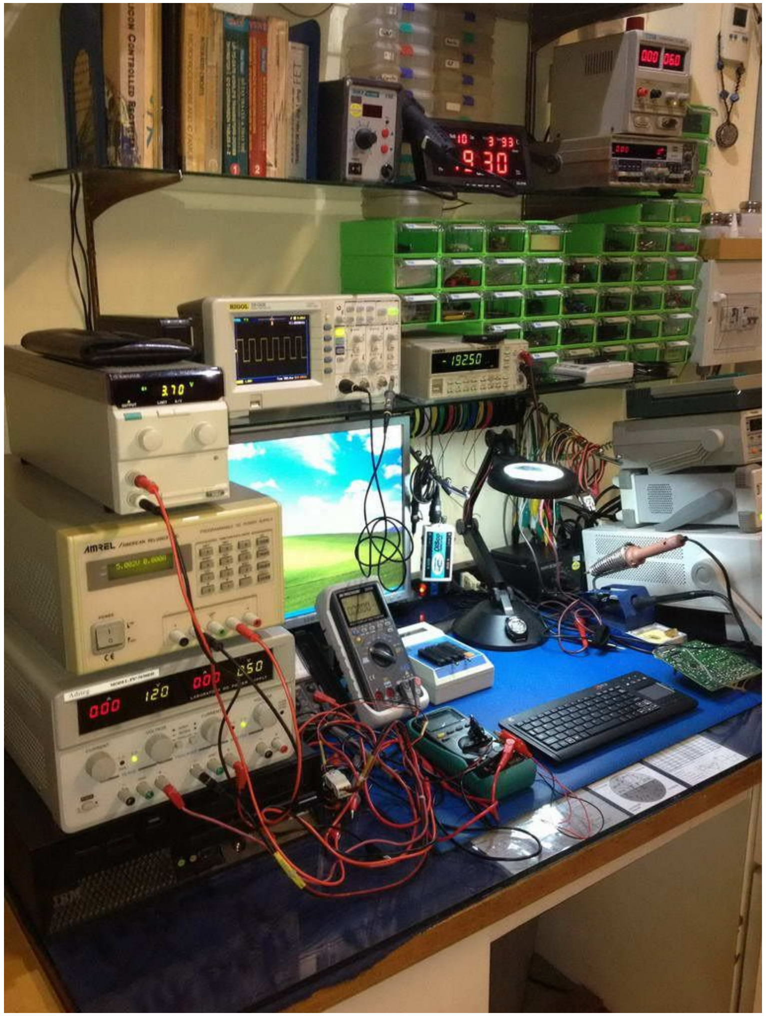
STRUMENTI DI MISURA ANALOGICI

Marco Panareo

Misura di grandezze elettriche

- La misura delle grandezze elettriche che caratterizzano il funzionamento degli impianti, delle macchine e dei dispositivi elettrici riveste una fondamentale importanza sia in ambito scientifico che tecnico.
- Inoltre, tale disciplina comprende anche la misura di grandezze di natura non elettrica, ma riportate a tale contesto attraverso opportune apparecchiature di trasduzione.



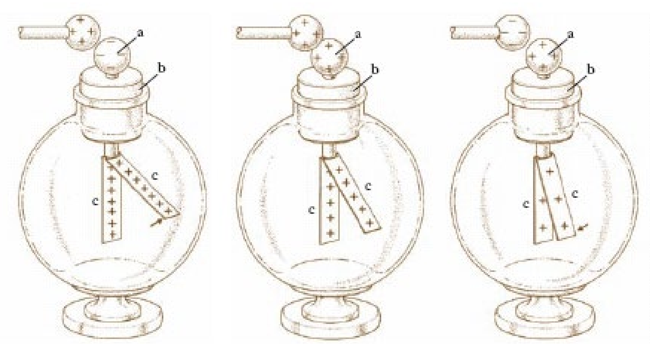
Storia delle misure

- L'esigenza di disporre di valori quantitativi sufficientemente precisi delle grandezze elettriche si avvertì appena iniziarono a costruirsi le prime macchine elettrostatiche, che consentivano di ottenere cariche elettriche in quantità apprezzabile

- In particolare, nella misura di cariche elettriche la maggiore complicazione è dovuta al fatto che è estremamente difficile realizzare un corpo perfettamente isolato, cioè che non disperda le cariche verso terra o, in generale, all'esterno.
- Per altro, benché sia possibile esperire approcci tali da minimizzare la dispersione di carica dovuta agli isolanti imperfetti, sussistono altri elementi di perdita che, sebbene siano molto piccoli, risultano quasi impossibili da eliminare.

Storia delle misure

- Già nel 1785 Coulomb aveva osservato che gli elettroscopi si scaricano spontaneamente in aria, anche se isolati al meglio dal punto di vista elettrico; successivamente, prima Faraday nel 1835 che Crookes nel 1879 studiarono il problema.
- Solo con la scoperta della radioattività naturale nel 1896 da parte di Antoine Henri Becquerel e poi con la scoperta dei raggi cosmici da parte di Domenico Pacini e di Victor Franz Hess, tra il 1907 ed il 1912, si comprese che tali fenomeni possono determinare la formazione di ioni che tendono a scaricare quelle parti che si trovano al potenziale da misurare, ovviamente alterandolo

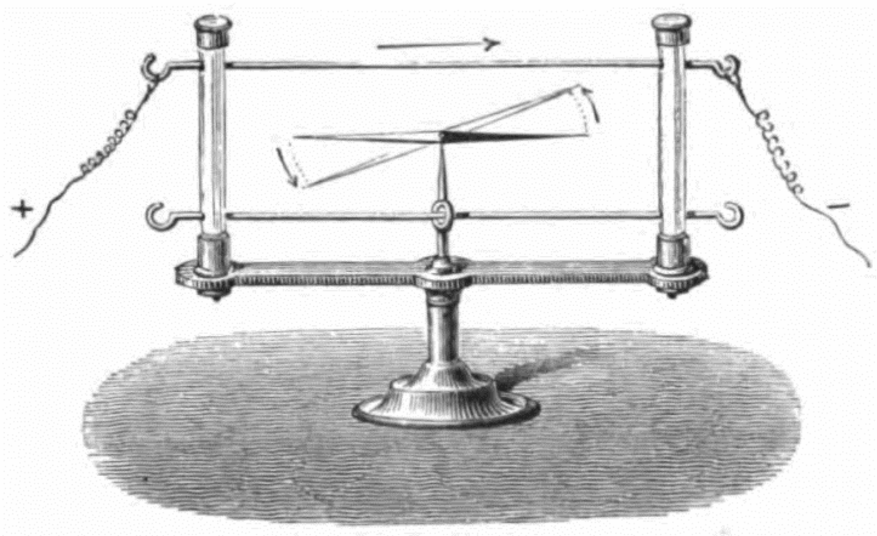


Storia delle misure

- Un altro elemento di disturbo per le misure di carica è rappresentato dalla presenza di umidità atmosferica; ciò fu messo in rilievo già da Gilbert nel 1600 che, per primo, osservò che grosse concentrazioni di umidità nell'aria tendono a disperdere l'elettricità.

- Le misure di carica in ambito elettrostatico venivano effettuate con uno strumento denominato elettroscopio; in particolare, corredando l'elettroscopio di una scala graduata, lo strumento prende il nome di elettrometro.

Storia delle misure

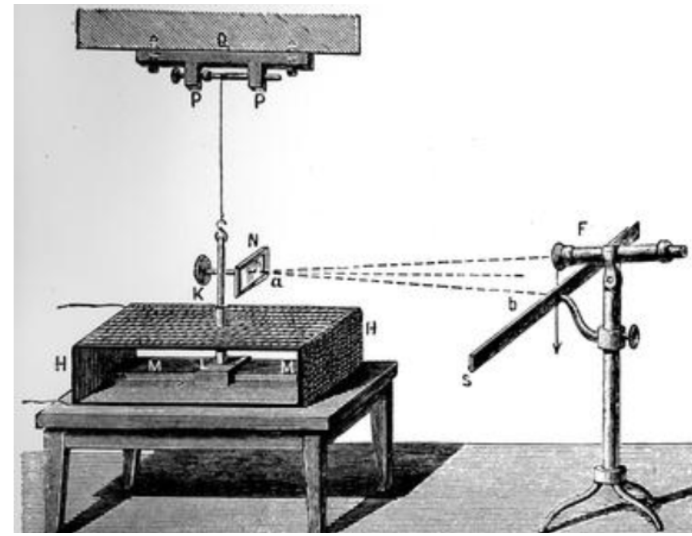


- Con la scoperta fatta da Ørsted, nel 1820, della associazione di un campo magnetico ad una corrente elettrica, ci si accorse che questo effetto poteva essere adoperato per la misura del flusso delle cariche, cioè della corrente.
- In pratica la corrente veniva fatta passare attraverso un conduttore disposto al di sopra dell'ago di una bussola situata al centro di una scala opportunamente graduata.
- In assenza di corrente si faceva in modo che l'ago si disponesse parallelamente al conduttore, quindi si misurava l'angolo di deviazione dell'ago corrispondente al passaggio della corrente nel conduttore

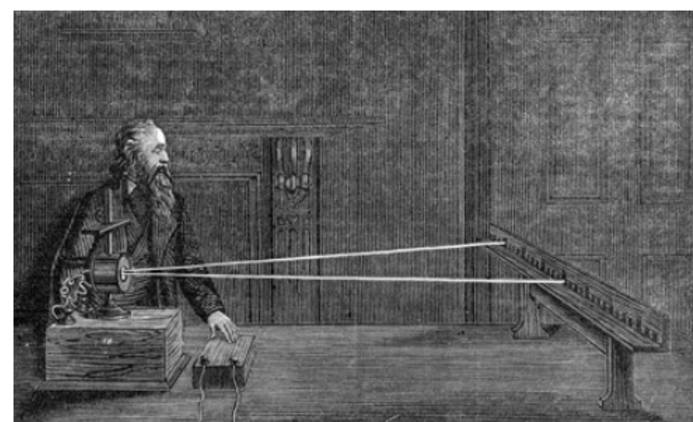
Storia delle misure

- Il fisico e matematico tedesco Johann Salomo Chistof Schweigger, sempre nel 1820, in collaborazione con Ampère, propose il primo strumento per la misura di corrente basato sul fenomeno scoperto da Ørsted
- Per aumentare l'effetto del campo magnetico generato dalla corrente, si adoperavano diversi avvolgimenti di filo conduttore intorno ad una bussola e, per tale motivo, Schweigger denominò questo apparato *moltiplicatore* (*Verdopplungs Apparat*); solo in seguito divenne comune il nome di galvanometro per indicare uno strumento in grado di misurare l'intensità di corrente.
- I primi galvanometri ricavavano dal campo magnetico terrestre la forza di richiamo dell'ago della bussola e pertanto tali strumenti richiedevano di essere opportunamente orientati prima dell'uso
- Successivamente, nel 1825, Leopoldo Nobili propose un galvanometro, detto astatico, che adoperando una coppia di magneti contrapposti, annullava localmente il campo magnetico terrestre e poteva, di conseguenza, funzionare in ogni posizione.

Storia delle misure



- A partire da un progetto del 1826 del fisico tedesco Johann Christian Poggendorff, nel 1858 Thomson brevettò un galvanometro ad alta sensibilità che adoperava un piccolo magnete permanente solidale ad un leggero specchietto e sospeso ad un filo.
- In questa maniera la deflessione di un raggio luminoso era in grado di amplificare notevolmente la deviazione del magnete dovuta anche a piccole correnti.
- Questi primi strumenti di misura, basati sul movimento di aghi magnetizzati, presentano lo svantaggio di essere sensibili alla presenza di masse metalliche o di magneti nella loro prossimità ed inoltre, come si mostrerà nel seguito, le loro deviazioni non dipendono linearmente dall'intensità della corrente.
- Il superamento di tali limiti portò allo sviluppo dei moderni galvanometri a bobina mobile

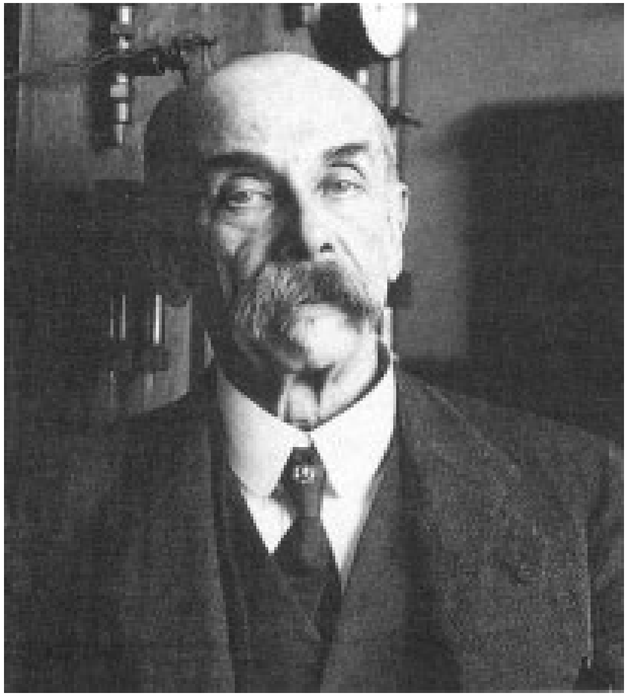


Sommario

- In queste lezioni si esaminerà il funzionamento del galvanometro e si vedrà come, a partire da tale dispositivo di base, è possibile realizzare strumenti per la misura di correnti e di differenze di potenziale con diverse scale di misura.
- Se non diversamente specificato, questa trattazione è limitata alle sole misure in corrente continua.

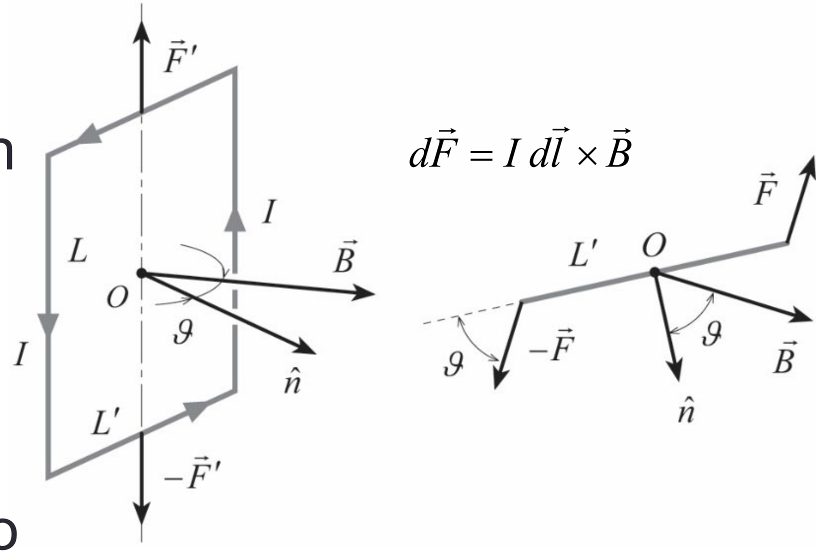
Galvanometro a bobina mobile

- Uno degli strumenti più comuni per la misura di correnti continue è costituito dal galvanometro a bobina mobile; la realizzazione di questo dispositivo nella forma qui indicata richiese molto tempo.
- Lo strumento qui descritto fu sviluppato dal biofisico francese Jacques Arséne D'Arsonval nel 1882.
- Il funzionamento di tale dispositivo è basato sull'azione di una forza agente su di una spira percorsa da corrente, immersa in un campo magnetico di modulo costante, disposto perpendicolarmente ad uno dei suoi assi.



Forze su una spira rettangolare

- Consideriamo una spira rettangolare rigida immersa in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$, diretto normalmente ad una coppia dei suoi lati, e percorsa da una corrente I e supponiamo che la spira sia vincolata ad un asse passante per il punto medio di una coppia dei suoi lati, in modo da poter ruotare attorno a questo asse.



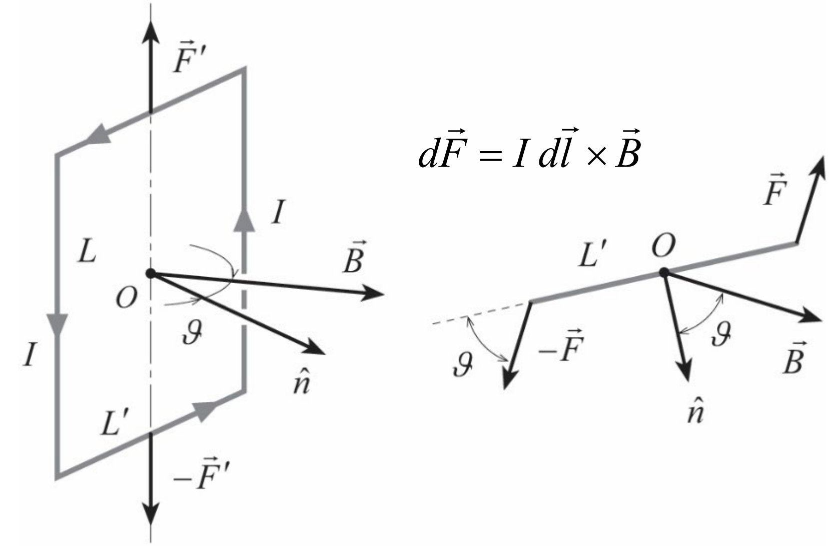
- Le forze $\vec{F}'$ e $-\vec{F}'$ agenti sui lati inferiore e superiore della spira hanno verso opposto per cui, giacendo lungo la stessa retta di applicazione, non determinano effetti dinamici sulla spira

Forze su una spira rettangolare

- Le intensità delle forze agenti sui lati verticali della spira sono:

$$F = IBL$$

- le due forze hanno lo stesso modulo e la stessa direzione con verso opposto, tuttavia tali forze non condividono la medesima retta di applicazione.



- Per la coppia di forze $\vec{F}$ e $-\vec{F}$ risulta, in generale, diverso da zero il momento torcente; per la singola forza questo momento, rispetto al punto O, ha intensità:

$$\tau_F = F\frac{L'}{2}\sin\vartheta$$

- e, siccome entrambi i momenti hanno uguali intensità, direzioni e versi, il momento totale $\vec{\tau}$ risulterà doppio del momento $\vec{\tau}_F$, così per il modulo risulta:

$$\tau = 2\tau_F = 2F\frac{L'}{2}\sin\vartheta = FL'\sin\vartheta = IBLL'\sin\vartheta = IBS\sin\vartheta,$$

- in cui si è sostituita l'espressione di F e si è indicato con S il prodotto LL'.

Forze su una spira rettangolare

- Se attraverso una coppia di molle si esercita sulla spira un momento elastico resistente $k\vartheta$ tale da opporsi alla rotazione, dalla relazione precedente segue che la posizione di equilibrio si raggiungerà quando:

$$k\vartheta = IBS\sin\vartheta$$

- Da tale espressione si evince che la relazione tra l'angolo ϑ e la corrente I vale:

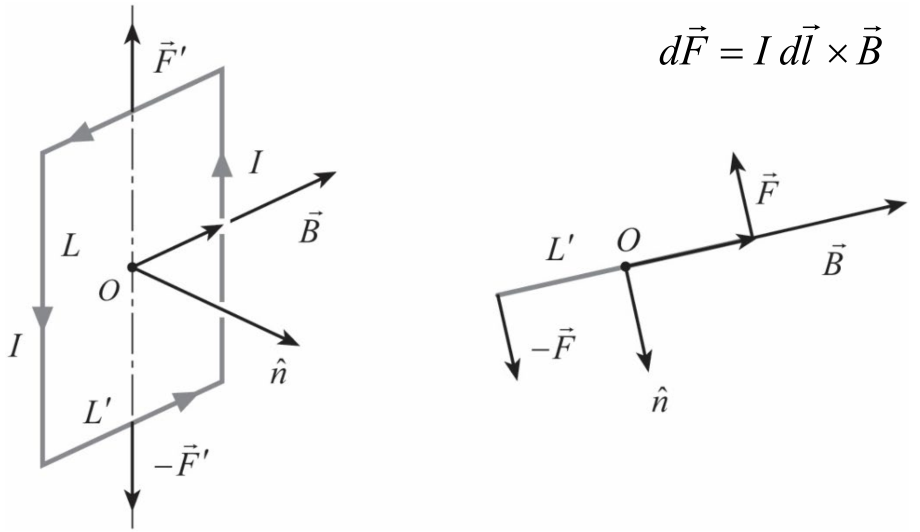
$$I = \frac{k}{BS}\frac{\vartheta}{\sin\vartheta}$$

- La misura della corrente I attraverso una misura dell'angolo ϑ risulta poco pratica in quanto la relazione precedente non è lineare.

Forze su una spira rettangolare

- Se il campo magnetico $\vec{B}$ avesse simmetria cilindrica, cioè fosse parallelo ai lati L' e contenuto nel piano della spira per un ampio insieme di valori dell'angolo ϑ, il momento torcente avrebbe modulo:

$$\tau = 2\frac{L'}{2}IBL = IBS$$

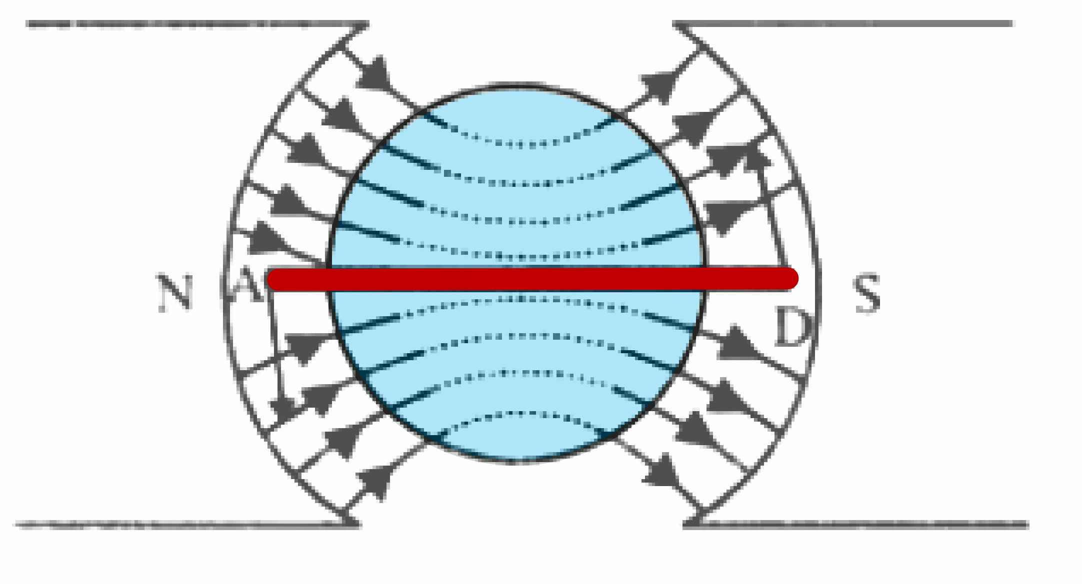


- così la condizione di equilibrio diventa:

$$I = \frac{k}{BS}\vartheta$$

- che esprime una relazione lineare tra la corrente I e l'angolo ϑ.

Struttura del galvanometro



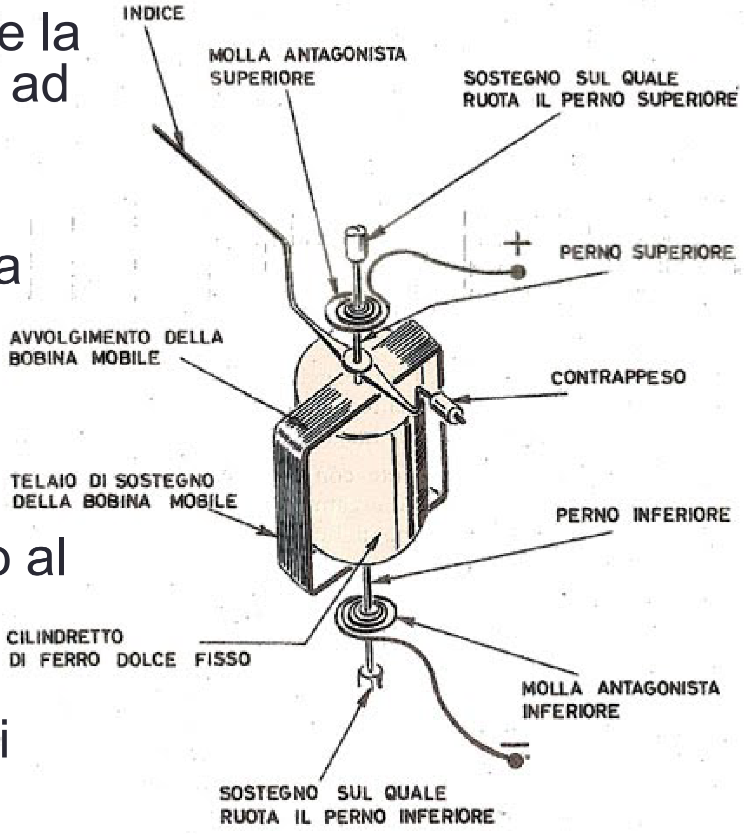
- Un campo magnetico con le caratteristiche richieste si ottiene sagomando le espansioni polari di un magnete permanente in modo da alloggiare un cilindro verticale di ferro dolce intorno al quale sono avvolte un numero N di spire.
- Tra cilindro e magnete, il campo $\vec{B}$ risulta costante in modulo ed ortogonale alla superficie del cilindro.

Struttura del galvanometro

- L'aver avvolto N spire consente di aumentare la sensibilità σ dello strumento, intesa come la variazione $d\vartheta$ dell'angolo ϑ corrispondente ad una variazione dI della corrente.
- Infatti, dalla relazione precedente si ha in questa circostanza, che la corrente I diventa $k\vartheta/(NBS)$; pertanto:

$$\sigma = \frac{d\vartheta}{dI} = \frac{NBS}{k}$$

- che risulta quindi N volte più grande rispetto al caso in cui fosse presente una sola spira.
- La sensibilità σ può essere ulteriormente accresciuta diminuendo k ; ciò può ottenersi sostituendo le molle con una coppia di fili.
- Se i fili risultano abbastanza sottili, la loro costante elastica corrispondente alla torsione è minore di quella delle molle.



Struttura del galvanometro

- La misura dell'angolo ϑ di deviazione dalla posizione di riposo relativa ad una corrente nulla viene effettuata rilevando lo spostamento s di un indice solidale alla bobina su una scala graduata posta a distanza d dalla bobina.
- Se la scala ha n divisioni e s_0 è l'ampiezza di quella più piccola, lo spostamento si può esprimere come:

$$s = n\, s_0$$

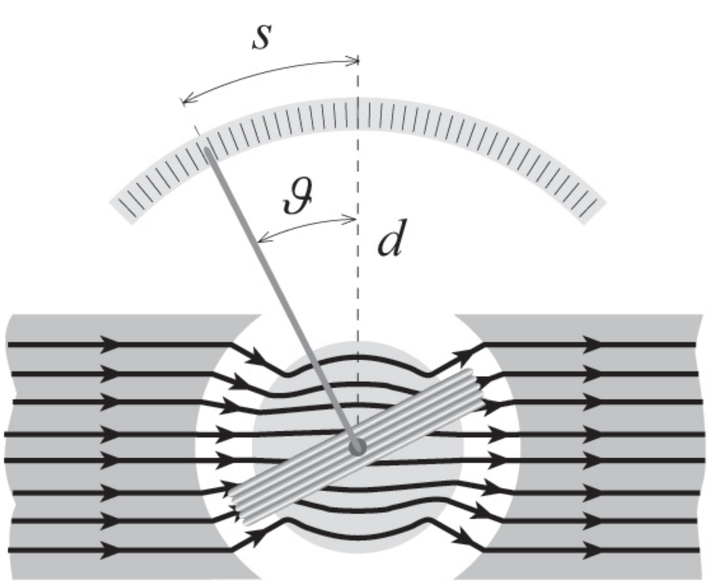
- e siccome:

$$\vartheta = \frac{s}{d} = \frac{n s_0}{d}$$

- la corrente I vale:

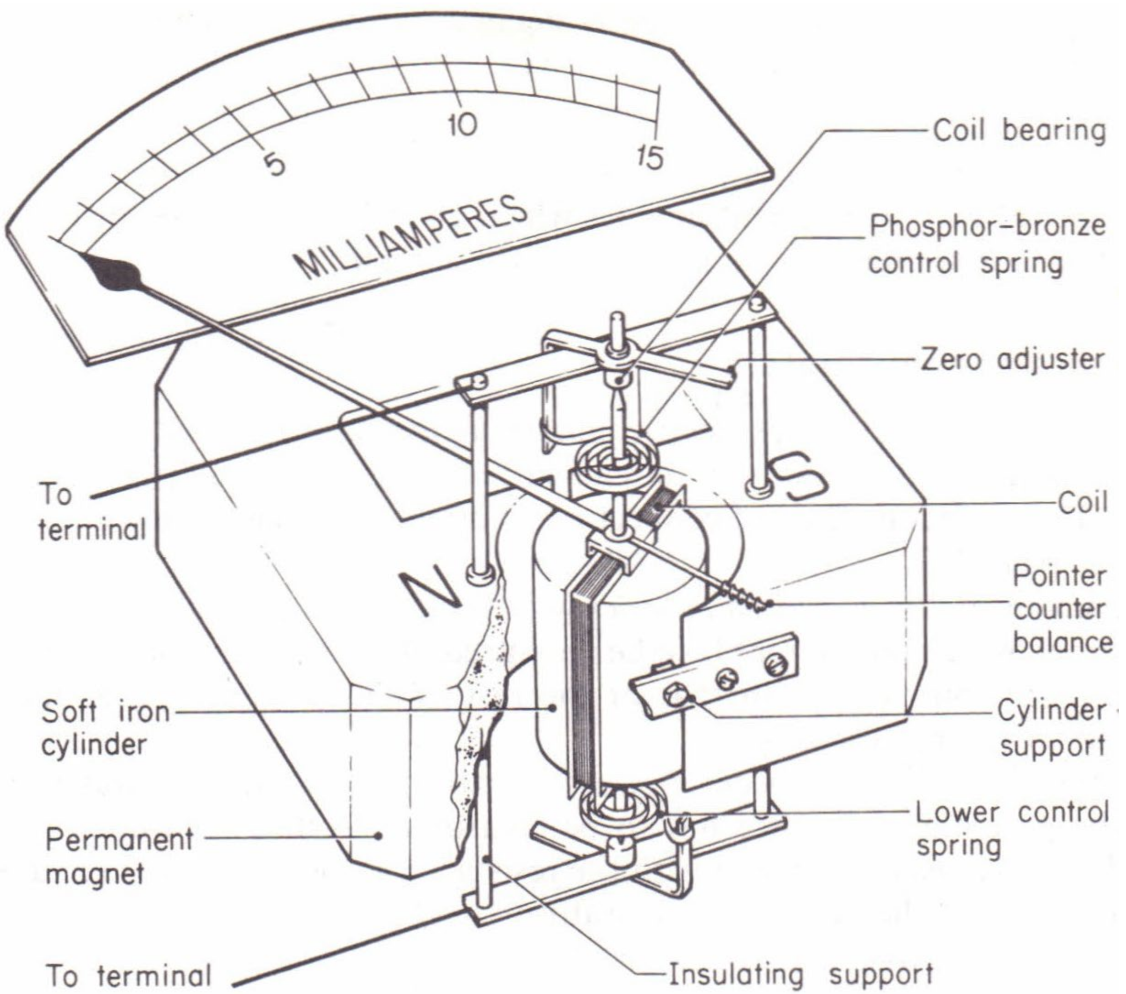
$$I = \frac{k}{NBS}\vartheta = \frac{k s_0}{NBSd} n$$

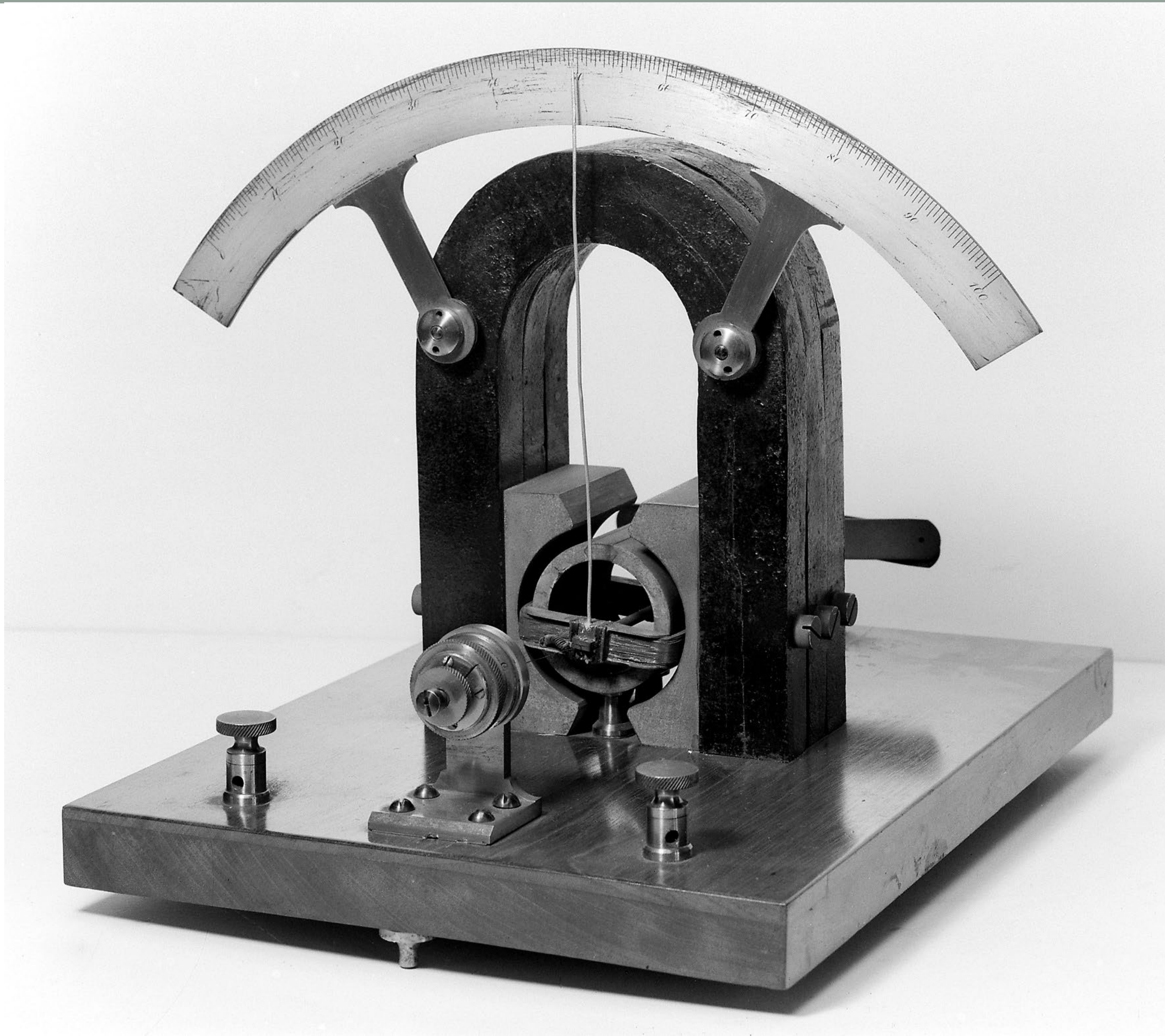
- ottenendo quindi una relazione di proporzionalità diretta tra l'intensità di corrente I e il numero di divisioni di cui si sposta l'indice sulla scala graduata.



Il galvanometro

- Attualmente, per *galvanometro* si intende uno strumento per la misura di piccole correnti, dell'ordine di $10^{-6} \div 10^{-10} A$ ed in cui, in generale, la lettura si fa in unità arbitrarie, anche con mezzi ottici.
- Adoperando un galvanometro è possibile realizzare strumenti per la misura diretta dell'intensità di corrente o della differenza di potenziale detti, rispettivamente *amperometro* e *voltmetro*.



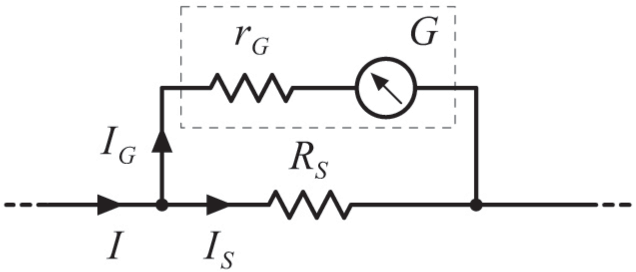


L'amperometro

- Per amperometro si intende uno strumento in grado di fornire una misura diretta dell'intensità della corrente che scorre attraverso un ramo di un circuito.
- Quando l'intensità della corrente I oggetto della misura supera quella massima che può rilevare un galvanometro, si fa in modo che tale strumento sia attraversato soltanto da una frazione della corrente da misurare; a tale scopo si collega in parallelo al galvanometro una resistenza, in modo da deviare opportunamente la corrente, tale resistenza è detta *shunt*.

- Pertanto, nella pratica, un amperometro è costituito da un galvanometro tarato in ampere e collegato a delle resistenze in parallelo situate all'interno o all'esterno dello strumento.

L’amperometro



- Con riferimento allo schema di figura, in cui r_G rappresenta la resistenza propria dell’avvolgimento del galvanometro G, risulta:

$$I = I_G + I_S$$

- d’altra parte si ha:

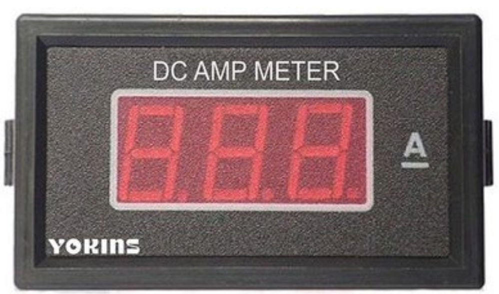
$$r_G I_G = R_S I_S$$

- per cui, deducendo I_S e sostituendola nella precedente relazione, si ottiene:

$$I = I_G + I_G \frac{r_G}{R_S} = I_G \left(1 + \frac{r_G}{R_S}\right) = I_G m_A$$

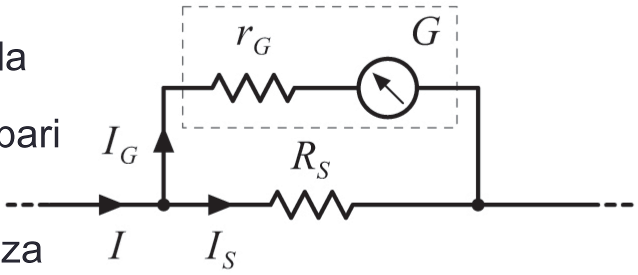
- dove:

$$m_A \equiv 1 + \frac{r_G}{R_S}$$



- è detto *rapporto di riduzione* dello shunt R_S, poiché rappresenta il fattore di riduzione della corrente da misurare I rispetto alla corrente I_G, pari a I / m_A, che attraversa il galvanometro.

L'amperometro



- Negli amperometri, una volta stabilita la resistenza di shunt R_S, la scala viene tarata direttamente in base alla nuova corrente massima (corrente di fondo scala o portata dell'amperometro), pari a m_A volte la massima corrente che può attraversare il galvanometro. Una volta fissato il rapporto di riduzione, dalla relazione precedente è possibile dedurre il valore della resistenza di shunt R_S:

$$R_S = \frac{r_G}{m_A - 1}$$

- L'amperometro rappresentato nella figura, costituito dal galvanometro G di resistenza interna r_G e dalla resistenza di shunt R_S, presenta una resistenza interna r_A pari al parallelo tra r_G e R_S:

$$r_A \equiv \frac{r_G R_S}{r_G + R_S}$$

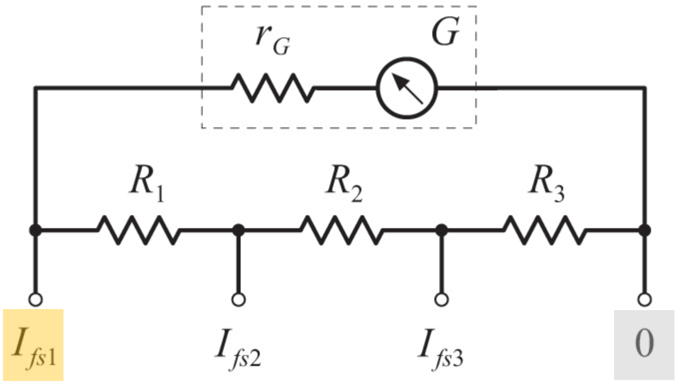
- Siccome generalmente $m_A \gg 1$, dalla relazione $m_A = 1 + r_G/R_S$ segue che $r_G \gg R_S$, così, dalla relazione precedente, si ha che la resistenza interna dell'amperometro così formato è:

$$r_A \approx R_S$$

- ovvero è circa pari alla resistenza di shunt.
- Ponendo in parallelo all'amperometro una serie di resistenze dotata di varie prese intermedie è possibile ottenere uno strumento con diversi fondo scala

Esempio

- Utilizzando un galvanometro con una resistenza interna r_G di $1k\Omega$ ed una corrente di fondo scala I_{fs} di $100\mu A$, realizziamo un amperometro di portate I_{fs1}, I_{fs2} e I_{fs3}, rispettivamente pari a $0.2mA$, $2mA$ e $20mA$.



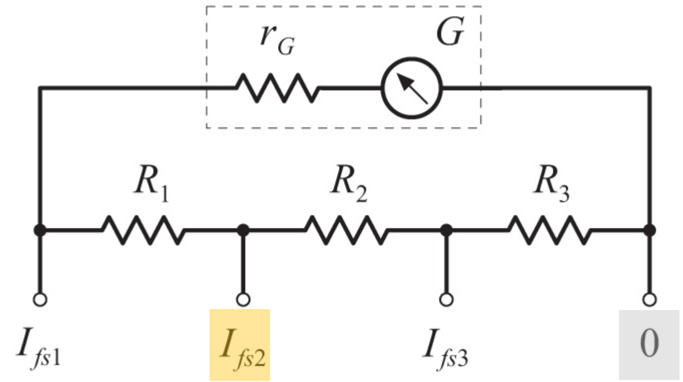
- Dalla relazione $I = I_G(1 + r_G/R_S)$, posto R_S pari alla somma R_1+R_2+R_3, si ha:

$$I_{fs1} = I_{fs}\left(1+\frac{r_G}{R_S}\right) = I_{fs}\left(1+\frac{r_G}{R_1+R_2+R_3}\right),$$

- da cui segue:

$$R_1+R_2+R_3 = r_G\frac{1}{\frac{I_{fs1}}{I_{fs}}-1} \approx 1k\Omega.$$

Esempio



- In corrispondenza dell'ingresso per la misura della corrente con fondo scala I_{fs2}, dalla relazione $I = I_G(1 + r_G/R_S)$, risulta:

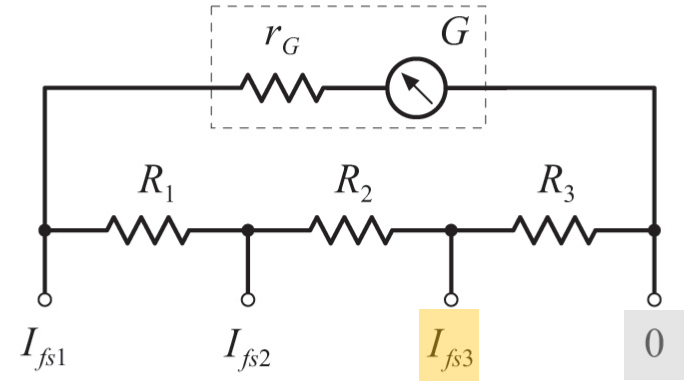
$$I_{fs2} = I_{fs}\left(1 + \frac{R_1 + r_G}{R_2 + R_3}\right) = I_{fs}\frac{R_1 + R_2 + R_3 + r_G}{R_2 + R_3} = I_{fs}\frac{R_S + r_G}{R_2 + R_3},$$

- da cui segue

$$R_2 + R_3 = \frac{I_{fs}}{I_{fs2}}(R_S + r_G) = \frac{R_S + r_G}{\dfrac{I_{fs2}}{I_{fs}}} \approx 100\,\Omega\,.$$

Esempio

- Infine, in corrispondenza dell'ingresso per la misura della corrente con fondo scala I_{fs3}, dalla relazione $I = I_G(1 + r_G/R_S)$, risulta:



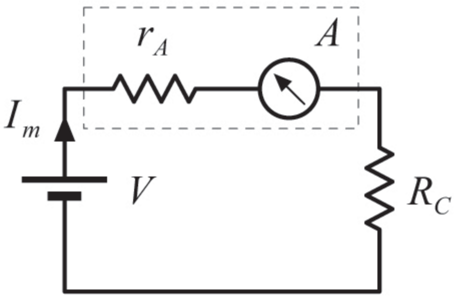
$$I_{fs3} = I_{fs}\left(1 + \frac{R_1 + R_2 + r_G}{R_3}\right) = I_{fs}\frac{R_1 + R_2 + R_3 + r_G}{R_3} = I_{fs}\frac{R_S + r_G}{R_3},$$

- da cui segue

$$R_3 = \frac{I_{fs}}{I_{fs3}}(R_S + r_G) = \frac{R_S + r_G}{\frac{I_{fs3}}{I_{fs}}} \approx 10\Omega.$$

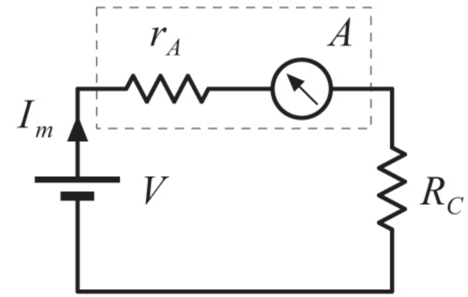
- Pertanto, sostituendo questo valore nella relazione $R_2 + R_3 = 100\Omega$ si ottiene per la resistenza R_2 il valore di 90Ω ed utilizzando tale risultato, dalla relazione $R_1 + R_2 + R_3 = 1k\Omega$ si ricava per R_1 il valore di 900Ω.

Errore sistematico



- Consideriamo un amperometro A di resistenza interna r_A; per misurare la corrente che attraversa un ramo con tale strumento occorre che esso sia inserito in serie al ramo
- Poiché l'amperometro presenta una resistenza interna, l'inserimento nel ramo di tale strumento comporterà un aumento della resistenza propria del ramo e, conseguentemente, una diminuzione del valore della corrente oggetto della misura.
- Da ciò segue che è inevitabile un errore sistematico nella misura di corrente in un ramo fatta con un amperometro.

Errore sistematico



- Consideriamo, ad esempio, il circuito di figura; qualora la resistenza interna dell'amperometro fosse nulla, la corrente attraverso il circuito varrebbe:

$$I = \frac{V}{R_C}$$

- tuttavia, poiché in generale r_A risulta diversa da zero, la corrente misurata è:

$$I_m = \frac{V}{R_C + r_A} = \frac{V}{R_C} \frac{1}{1 + \frac{r_A}{R_C}} = I \frac{1}{1 + \frac{r_A}{R_C}}$$

- Se $r_A \ll R_C$ allora $I_m \approx I$, cioè l'indicazione fornita dallo strumento sarà tanto più precisa quanto più la resistenza interna dell'amperometro risulta piccola rispetto alla resistenza del ramo in cui è inserito lo strumento.

Esempio: Errore sistematico

- Per avere l'ordine dell'approssimazione fatta nella misura, posto:

$$x \equiv R_C / r_A ,$$

- la relazione precedente si scrive come:

$$I_m = I \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} .$$

- L'errore relativo ε_r che si commette nell'approssimare la corrente I con quella misurata I_m vale:

$$\varepsilon_r = \left| \frac{I - I_m}{I} \right| = \left| \frac{1}{I} \left(I - I \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \right) \right| = \frac{1}{1 + x} ;$$

- da qui segue, ad esempio, che per ottenere un errore relativo inferiore all'1% nella misura è necessario che x sia maggiore di 100, ovvero che la resistenza interna dell'amperometro r_A sia almeno 100 volte più piccola di R_C.

Il voltmetro

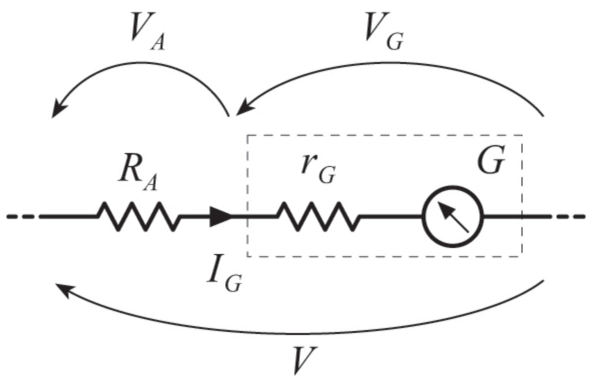
- Per voltmetro si intende uno strumento in grado di fornire una misura diretta della differenza di potenziale tra due punti di un circuito.
- Un galvanometro può essere adoperato per la misura di differenze di potenziale, tarandone la scala di lettura in volt attraverso la relazione tra la corrente I che ne attraversa la bobina e la sua resistenza interna r_G:

$$V = r_G I$$

Il voltmetro

- Quando l'intensità della corrente V/r_G supera quella che può misurare un galvanometro, si fa in modo che la differenza di potenziale che agisce su tale strumento sia soltanto una frazione della differenza di potenziale da misurare; a tale scopo si collega in serie al galvanometro una resistenza, in modo da ridurre opportunamente la differenza di potenziale sullo strumento, questo componente è detto *resistenza addizionale*.
- Pertanto, nella pratica, un voltmetro è costituito da un galvanometro tarato in volt e collegato a delle resistenze in serie situate all'interno o all'esterno dello strumento.

Il voltmetro



- Con riferimento allo schema di figura, in cui r_G rappresenta la resistenza propria dell'avvolgimento del galvanometro G, risulta:

$$V = V_A + V_G$$

- d'altra parte si ha:

$$\frac{V_G}{r_G} = \frac{V_A}{R_A}$$

- per cui, deducendo V_A e sostituendola nella precedente relazione, si ottiene:

$$V = V_G + V_G \frac{R_A}{r_G} = V_G \left(1 + \frac{R_A}{r_G} \right) = V_G m_V$$

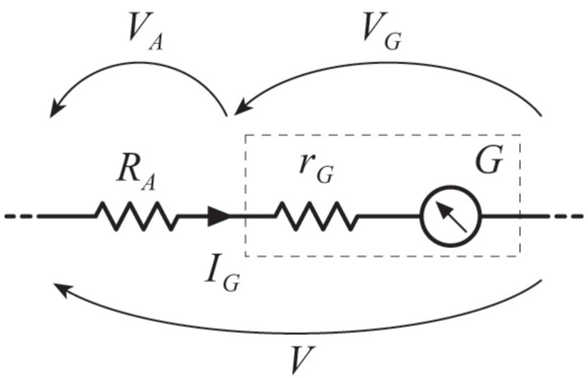
- dove

$$m_V \equiv 1 + \frac{R_A}{r_G}$$

- è detto *potere moltiplicatore* della resistenza addizionale R_A, poiché rappresenta il fattore moltiplicativo della differenza di potenziale V_G agente sul galvanometro rispetto a quella da misurare V, uguale a $V_G\, m_V$.

Il voltmetro

- Nei voltmetri, una volta stabilita la resistenza addizionale R_A, la scala viene tarata direttamente in base alla nuova tensione massima (tensione di fondo scala o portata del voltmetro), pari a m_V volte la massima differenza di potenziale che può essere applicata al galvanometro. Fissato il potere moltiplicatore, dalla relazione precedente è possibile dedurre il valore della resistenza addizionale R_A:



$$R_A = r_G(m_V - 1)$$

- Il voltmetro rappresentato nella figura, costituito dal galvanometro G di resistenza interna r_G e dalla resistenza addizionale R_A, presenta una resistenza interna r_V pari alla serie tra r_G e R_A:

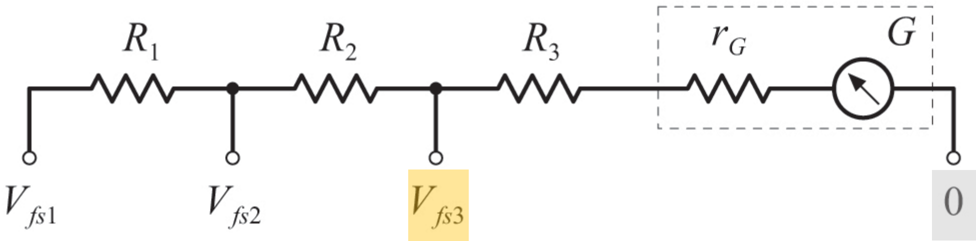
$$r_V \equiv r_G + R_A$$

- Siccome generalmente $m_V \gg 1$, dalla relazione $m_V = 1 + R_A/r_G$ segue che $r_G \ll R_A$, così, dalla relazione precedente, si ha che la resistenza interna dell'amperometro così formato è:

$$r_V \approx R_A$$

- ovvero è circa pari alla resistenza addizionale.
- Ponendo in serie al voltmetro una serie di resistenze dotata di varie prese intermedie è possibile ottenere uno strumento con diversi fondo scala.

Esempio



- Utilizzando un galvanometro con una resistenza interna r_G di $1k\Omega$ ed una corrente di fondo scala I_{fs} di $100\mu A$, realizziamo un voltmetro di portate V_{fs1}, V_{fs2} e V_{fs3}, rispettivamente pari a $20V$, $2V$ e $0.20V$.
- La tensione di fondo scala dello strumento vale:

$$V_{fs} = r_G I_{fs} \approx 0.1V\,.$$

- Dalla relazione $V = V_G(1 + R_A/r_G)$, relativamente alla presa per la misura con la portata V_{fs3} si ha:

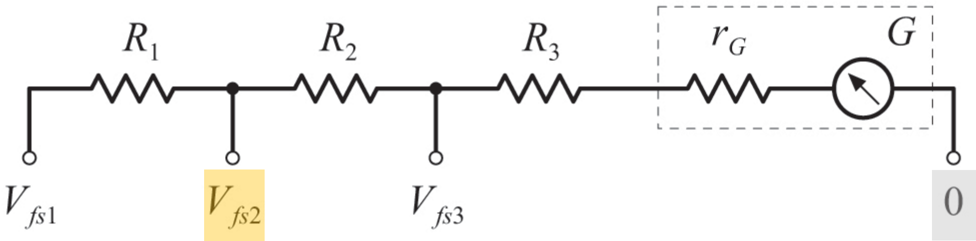
$$V_{fs3} = V_{fs}\left(1 + \frac{R_3}{r_G}\right),$$

- da cui segue:

$$R_3 = r_G\left(\frac{V_{fs3}}{V_{fs}} - 1\right) \approx 1k\Omega\,.$$

Esempio

- In corrispondenza dell'ingresso per la misura della tensione con fondo scala V_{fs2}, dalla relazione $V = V_G\,(1 + R_A / r_G)$, risulta:



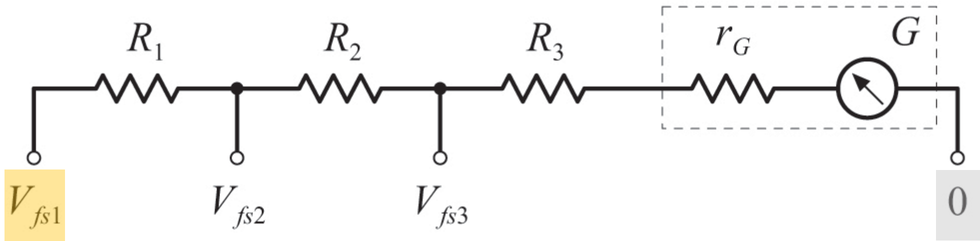
$$V_{fs2} = V_{fs3}\left(1 + \frac{R_2}{R_3 + r_G}\right),$$

- da cui segue:

$$R_2 = \left(R_3 + r_G\right)\left(\frac{V_{fs2}}{V_{fs3}} - 1\right) \approx 18\,k\Omega\,.$$

Esempio

- Infine, in corrispondenza dell'ingresso per la misura della tensione con fondo scala V_{fs1}, dalla relazione $V = V_G(1 + R_A/r_G)$, risulta:



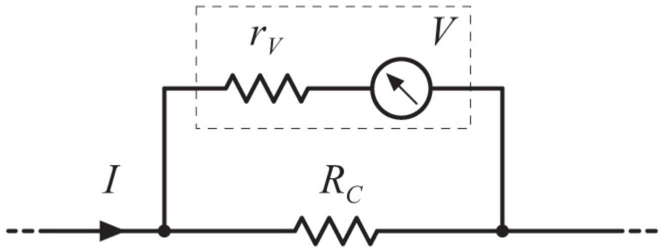
$$V_{fs1} = V_{fs2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3 + r_G}\right),$$

- da cui segue:

$$R_1 = (R_2 + R_3 + r_G)\left(\frac{V_{fs1}}{V_{fs2}} - 1\right) \approx 180\,k\Omega\,.$$

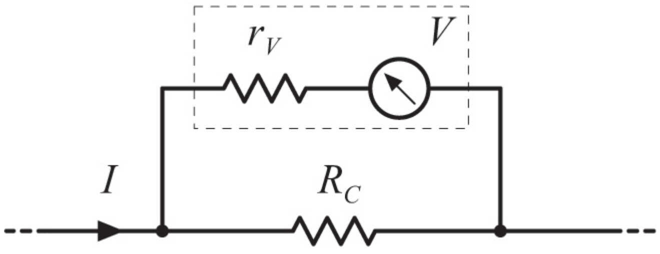
Errore sistematico

- Consideriamo un voltmetro V di resistenza interna r_V; per misurare la differenza di potenziale ai capi di un ramo occorre che esso sia applicato in parallelo al ramo considerato.



- Poiché il voltmetro presenta una resistenza interna, l'applicazione di tale strumento al ramo comporterà una diminuzione della resistenza propria del ramo e, conseguentemente, un aumento del valore della tensione oggetto della misura.
- Da ciò segue che è inevitabile un errore sistematico nella misura di tensione ai capi di un ramo fatta con un voltmetro.

Errore sistematico



- Consideriamo, ad esempio, il circuito di figura; qualora la resistenza interna del voltmetro fosse infinita, la tensione ai capi della resistenza R_C varrebbe:

$$V = IR_C$$

- tuttavia, poiché in generale r_V risulta finita, la tensione misurata è:

$$V_m = \frac{I}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{r_V}} = IR_C \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_V}} = V \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_V}}$$

- Se $r_V \gg R_C$ allora $V_m \approx V$, cioè l'indicazione fornita dallo strumento sarà tanto più precisa quanto più la resistenza interna del voltmetro risulta grande rispetto alla resistenza del ramo al quale è applicato lo strumento.

Esempio: Errore sistematico

- Per avere l'ordine dell'approssimazione fatta nella misura, posto:

$$x \equiv r_V / R_C \,,$$

- la relazione precedente si scrive come:

$$V_m = V \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}.$$

- L'errore relativo ε_r che si commette nell'approssimare la tensione V con quella misurata V_m vale:

$$\varepsilon_r = \left| \frac{V - V_m}{V} \right| = \left| \frac{1}{V} \left(V - V \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \right) \right| = \frac{1}{1 + x};$$

- da qui segue, ad esempio, che per ottenere un errore relativo inferiore all'1% nella misura è necessario che x sia minore di 100, ovvero che la resistenza interna del voltmetro r_V sia almeno 100 volte più grande di R_C.

Classe di precisione di uno strumento

- In generale, per uno strumento, il costruttore specifica la relativa accuratezza attraverso l'indicazione della *classe di precisione* c definita come l'errore relativo massimo percentuale sul fondo scala:

$$c = 100 \frac{\max \left| X_m - X \right|}{X_{fs}}$$

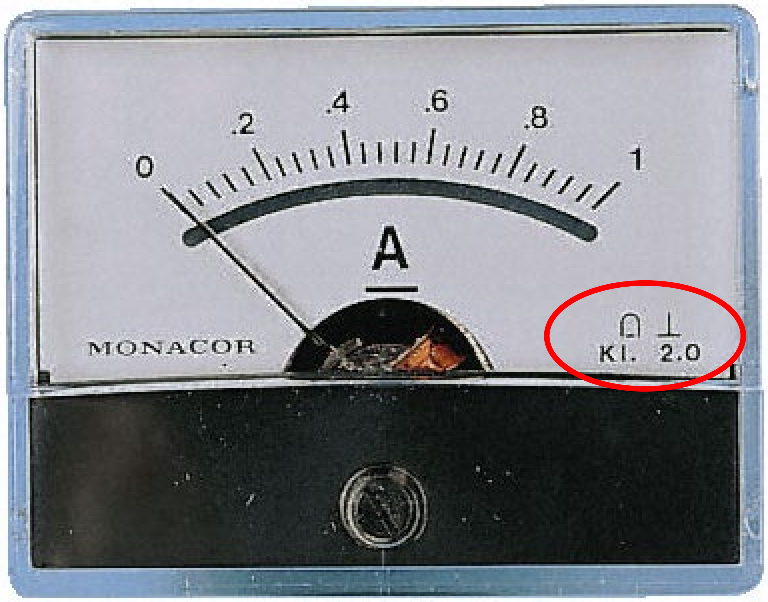
- in cui X_m e X rappresentano, rispettivamente, il valore misurato ed il valore vero della grandezza, X_{fs} è la portata dello strumento di misura. In particolare, in ambito elettrico, le norme internazionali prevedono dei valori standard per la classe di precisione di uno strumento.
- Nota la classe di precisione è quindi possibile determinare l'errore sistematico massimo dello strumento, infatti, dalla relazione precedente, si ha:

$$\max \left| X_m - X \right| = \frac{c\, X_{fs}}{100}.$$

Esempio

- Consideriamo l'amperometro di figura, di classe pari a 2.0 e fondo scala di $1A$.
- Dalla relazione precedente segue che l'errore sistematico massimo per tale strumento è:

$$\Delta I_{sist} = \frac{c\, I_{fs}}{100} = \frac{2.0 \times 1\, A}{100} = 20\, mA\,.$$



Classe di precisione di uno strumento

- In alcuni casi il costruttore preferisce caratterizzare l'accuratezza dello strumento non solo in relazione alla portata ma anche in funzione del valore misurato, pertanto, in tale circostanza l'errore sistematico massimo dello strumento è espresso come:

$$\left| X_m - X \right| = \frac{c\,X_{fs} + c_m\,X_m}{100},$$

- in cui c rappresenta la classe già definita e c_m è il termine legato al valore misurato.

Simbologia descrittiva di uno strumento analogico

tipologia di tensione / corrente	
	continua
	alternata
	continua o alternata
installazione / utilizzo con quadrante	
	verticale
	orizzontale
	inclinato
tensione di prova / isolamento	
	500 V
2	2000 V
5	5000 V
	dispensato dalla prova di tensione / isolamento
classe di precisione	
0,05 0,1 0,2 0,3 0,3 0,5	
1,0 1,5 2,5	

sistema di funzionamento dello strumento indicatore			
	a magnete fisso e bobina mobile		a induzione
	a magnete fisso e bobina mobile con raddrizzatore		a induzione come misuratore di rapporto
	a magnete fisso e bobina mobile a termocoppia		a ferro mobile (o elettromagnetico)
	a magnete fisso e bobina mobile come miduratore di rapporto		a ferro mobile (o elettromagnetico) come misuratore di rapporto
	elettrodinamico		elettrostatico
	elettrodinamico come misuratore di rapporto		a lamelle vibranti
	elettrodinamico con ferro		termico a lamina bimetallica
	elettrodinamico con ferro come misuratore di rapprorto		termico a filo caldo