
METODI STATISTICI E COMPUTAZIONALI

Stefania Spagnolo

Dipartimento di Matematica e Fisica, Univ. del Salento



METODI MONTE CARLO

Metodi MC per l'integrazione di funzioni

- rigetto
- Media di $[b-a]f(x)$

Metodo MC per implementare un generatore di numeri pseudocasuali non uniforme

- rigetto
- inversione

LEZIONE 3, 4

Esercitazioni sui contenuti delle lezioni 1 e 2

ESERCITAZIONE

- Gestione istogrammi - riempire istogrammi di frequenze per i seguenti
 - esempi:
 - generazione di **N numeri reali casuali uniformemente distribuiti** tra -10. e 10.
 - $N = 100$ (10 sequenze differenti, come possiamo valutarne la compatibilità statistica ?),
 - $N = 1000, 10000$
 - generazione di N numeri reali casuali distribuiti secondo una **gaussiana** con media 1.2 e sigma 3
 - generazione di **N coppie** di numeri reali casuali uniformemente distribuiti tra -10. e 10.; **distribuzione della somma**
 - *Quale distribuzione statistica ??*
 - Simulazione della stima dell'area di un triangolo sulla base di N misure (simulate) di base $b = 30$ mm e altezza $h = 11$ mm, effettuate ripetutamente ($N = 100$) con un calibro ventesimale (errore massimo 0.05 mm)

ESERCITAZIONE

- Stima numerica di integrali
 - esempi:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}} \quad I = \int_0^3 f(x) dx$$

- Calcoliamo I con il metodo di integrazione Monte Carlo
 - Quale N per ottenere un errore relativo $< 1\%$?
- Calcoliamo I con il metodo di reiezione
 - Quale N per ottenere un errore relativo $< 1\%$?
 - Qual è l'efficienza del metodo se l'errore relativo è 1% ?

ESERCITAZIONE

- Generazione di numeri casuali secondo una distribuzione di probabilità non uniforme

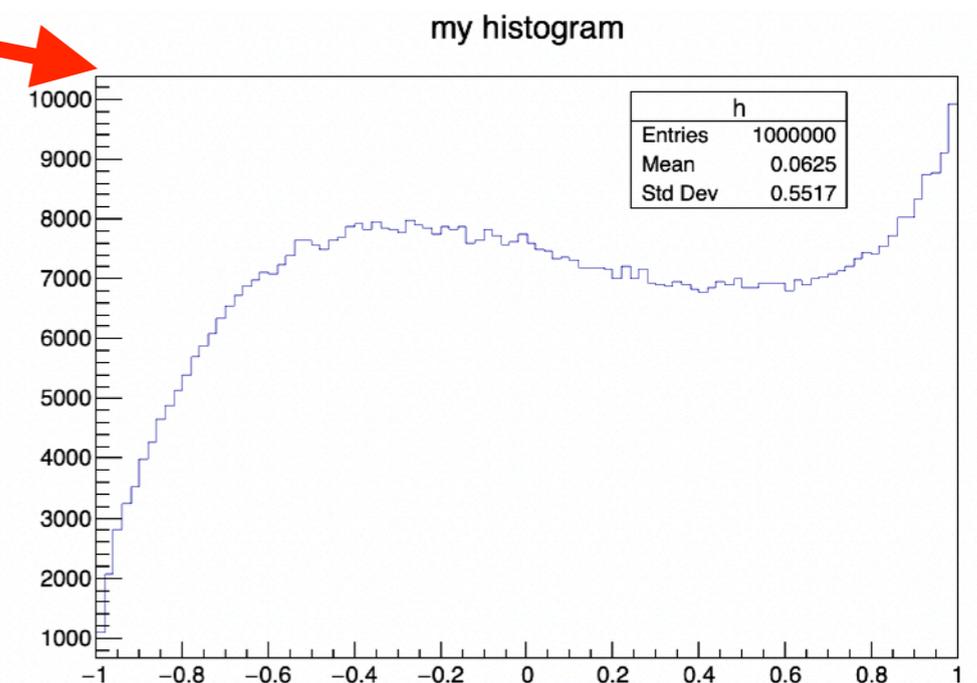
- esempi:

- Pdf: $p(x)dx = \frac{1}{\cos^2 x} dx$ x tra $-\pi/10$ e $\pi/10$ e

- Metodo del rigetto e dell'inversione

- Pdf data da un istogramma (magari sperimentale) invece che da un'espressione analitica

- Metodo del rigetto e dell'inversione



FILES DI ESEMPIO

FILES DI ESEMPIO

- GeneratoreUnifRandLCG.C
- GeneratoreNonUnif.C
- Integrale_MonteCarlo.C
- Integrale_Reiezione.C
- GenRandom_MetodoInv.C
- eserciziL3.C

FILES DI ESEMPIO

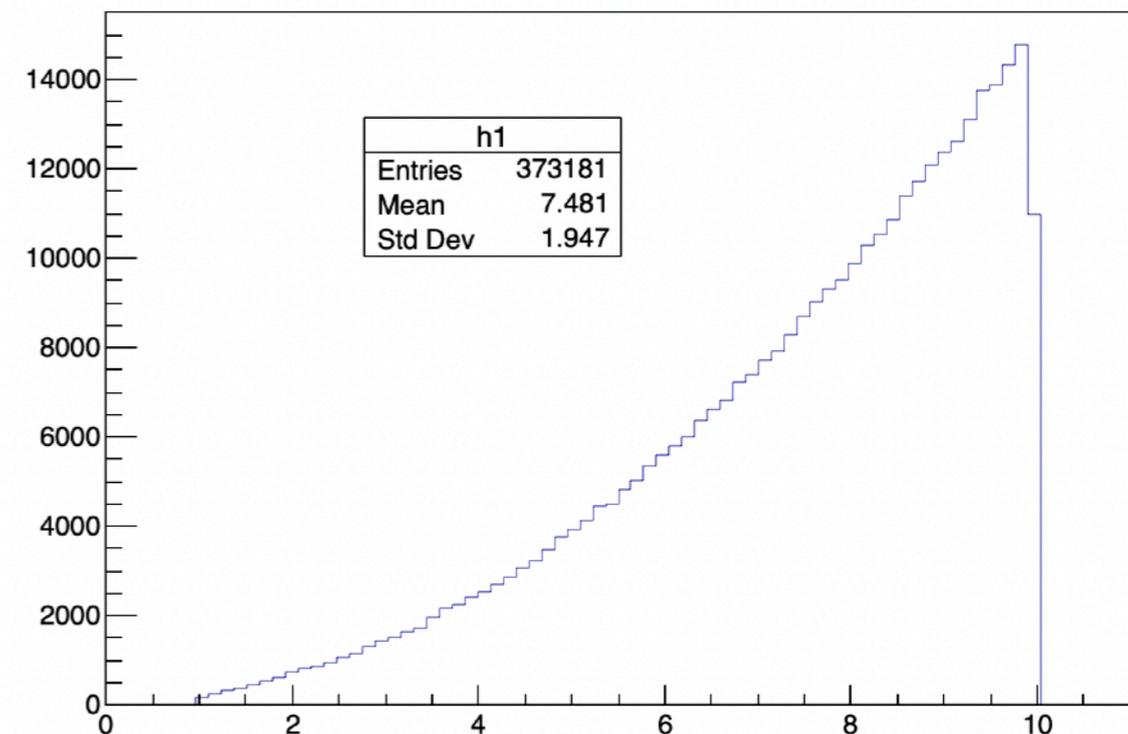
- GeneratoreUnifRandLCG.C
 - Implementazione del generatore lineare congruente di numeri casuali uniformemente distribuiti tra 0 e 4096
 - Uso:
 - `> root`
 - `root [1] .x GeneratoreUnifRandLCG.C`
 - Produce in output istogrammi salvato nel file `esempio1.root`
 - `root [2] TFile myFile("esempio.root","READONLY")`
 - `root [3] .ls`

```
TFile**      esempio1.root
TFile*      esempio1.root
KEY: TH1D    hcl;1   Generatore Congruente Lineare
KEY: TH1D    hfine;1 Generatore Congruente Lineare
KEY: TH1D    hfineZoom;1   Generatore Congruente Lineare
KEY: TH2D    h2d03;1 Generatore Congruente Lineare 0-3
KEY: TH2D    h2d05;1 Generatore Congruente Lineare 0-5
```

FILES DI ESEMPIO

- GeneratoreNonUnif.C
 - Esempio di implementazione di un generatore secondo una distribuzione non uniforme con il metodo della reiezione ->
 - Uso:
 - `root [0] .x GeneratoreNonUnif.C`
 - Ho estratto $n=373181$ valori utili su un totale di 1000000
 - Istogrammi salvati nel file Reiezione.root
 - `root [1] TFile myFile("Reiezione.root")`
 - (TFile &) Name: Reiezione.root Title:
 - `root [2] .ls`
 - `TFile** Reiezione.root`
 - `TFile* Reiezione.root`
 - KEY: TH1D h1;1 Istogramma di frequenze
 - `root [3] h1->Draw()`
 - Info in `<TCanvas::MakeDefCanvas>`: created default TCanvas with name c1

Istogramma di frequenze



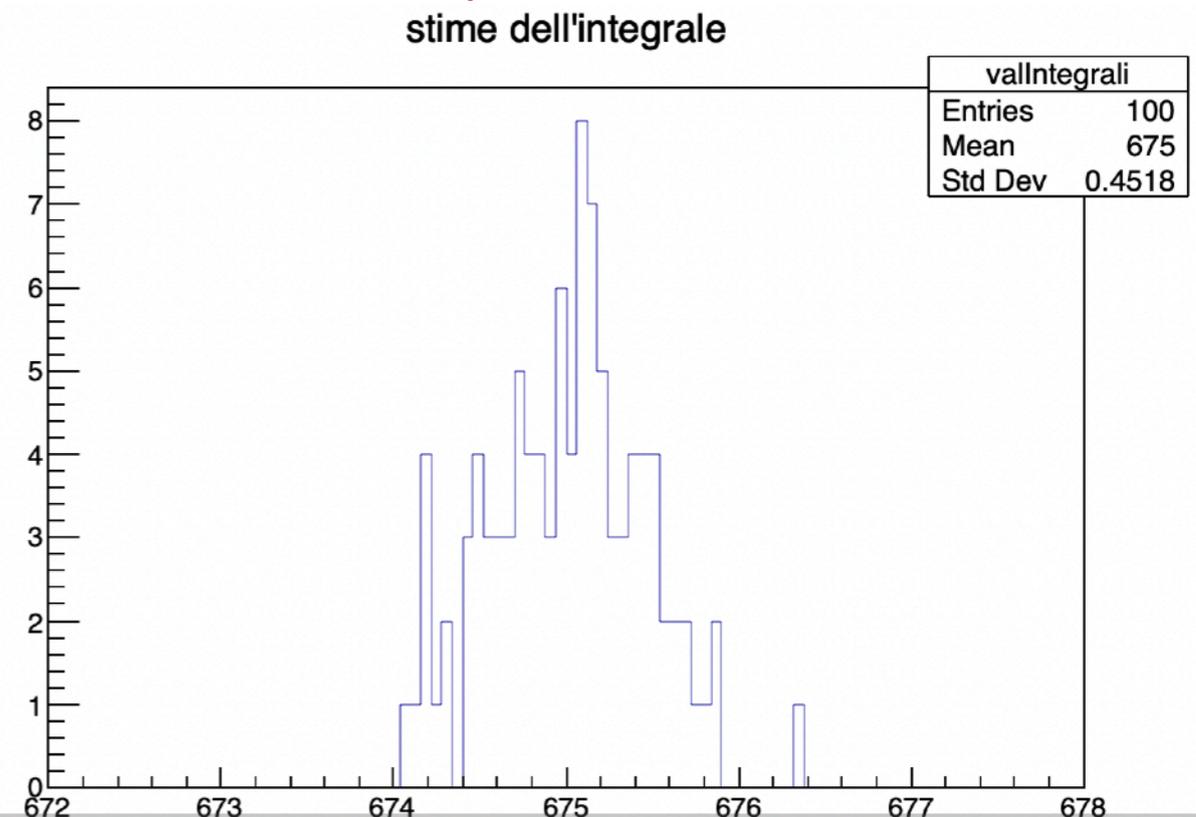
FILES DI ESEMPIO

- Integrale_MonteCarlo.C
 - Integrazione di funzione limitata e definita positiva su un intervallo con il metodo MC (media della funzione x ampiezza intervallo), valutazione dell'errore statistico

- Uso:

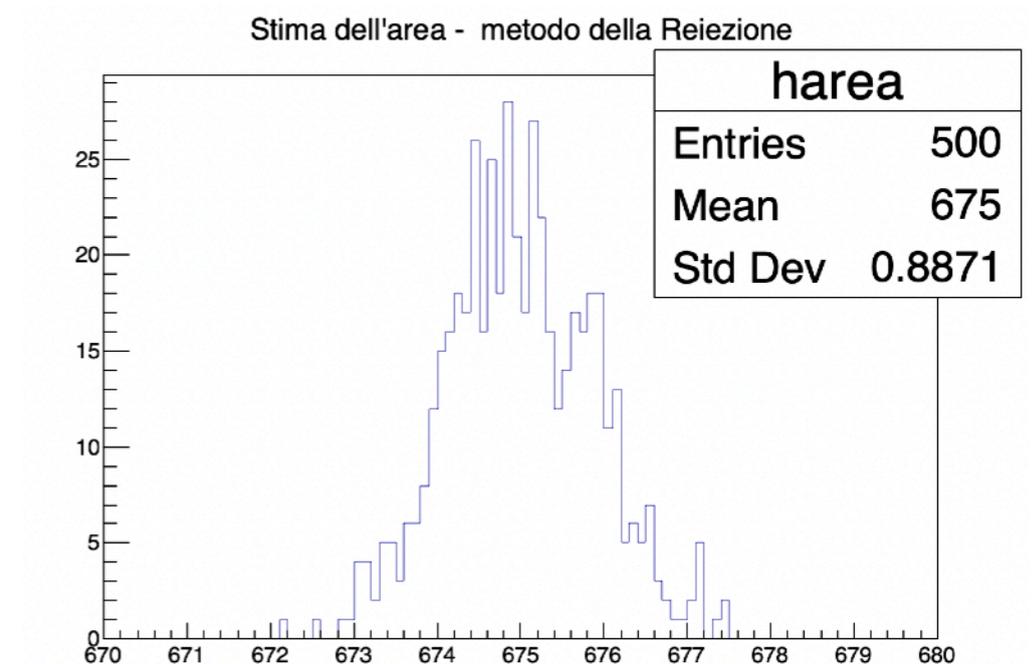
- `root [1] .L Integrale_MonteCarlo.C`
- `root [2] Integrale()`
- `root [3] TFile myFile("Integrale_MonteCarlo.root")`
- `root [4] .ls`
- `root [5] valIntegrali->Draw()`

```
Iteration n. 97
Integrale (metodo MC) = 674.552328 +/- 0.525955
Iteration n. 98
Integrale (metodo MC) = 674.935181 +/- 0.525716
Iteration n. 99
Integrale (metodo MC) = 675.164491 +/- 0.525299
Integrale analitico = 675.000000
Istogrammi salvati nel file Integrale_MonteCarlo.root
```



FILES DI ESEMPIO

- Integrale_Reiezione.C
 - Integrazione di funzione limitata e definita positiva su un intervallo con il metodo MC della reiezione, valutazione dell'errore statistico
 - Uso:
 - `root [1] .L Integrale_Reiezione.C`
 - `root [2] Reiezione()`
 - `root [4] TFile ff("Integrale_Reiezione.root")`
 - (TFile &) Name: Integrale_Reiezione.root Title:
 - `root [5] .ls`
 - TFile** Integrale_Reiezione.root
 - TFile* Integrale_Reiezione.root
 - KEY: TH2D h1;1 Tutti i Punti Estratti
 - KEY: TH2D h2;1 Punti Contenuti
 - KEY: TH1D harea;1 Stima dell'area - metodo della Reiezione
 - `harea->Draw()`



FILES DI ESEMPIO

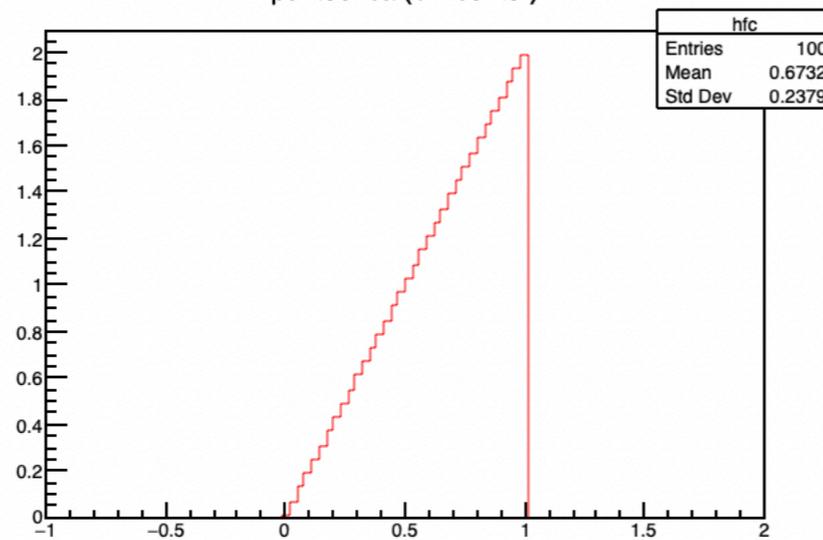
- GenRandom_MetodoInv.C
 - contiene
 - `double my_pdf(double x) -> 2x`
 - `double my_cumpdf(double x) -> x2`
 - `double invCum_pdf(double x) -> sqrt(x)`
 - `void genInv()` — — —> applica il metodo dell'inversione per generare secondo una pdf assegnata (my_pdf)
 - Uso:
 - `root [0] .L GenRandom_MetodoInv.C`
 - `root [1] genInv()`

FILES DI ESEMPIO

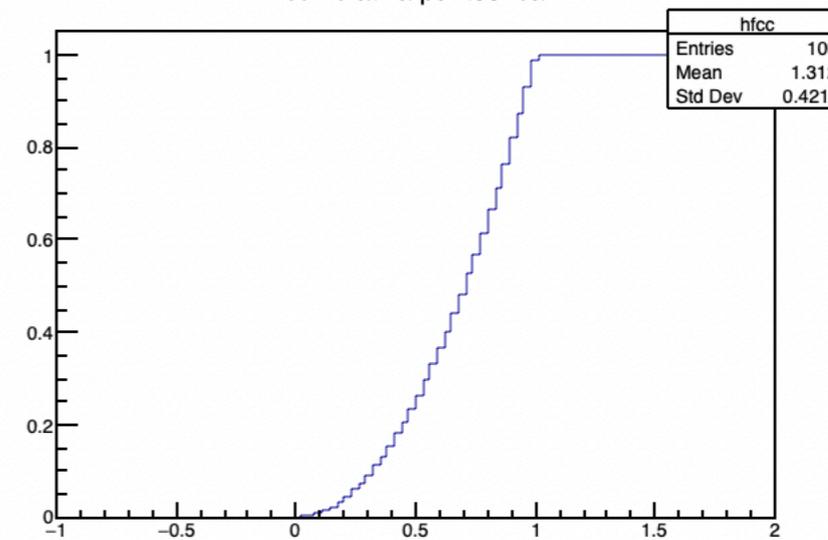
- GenRandom_MetodoInv.C



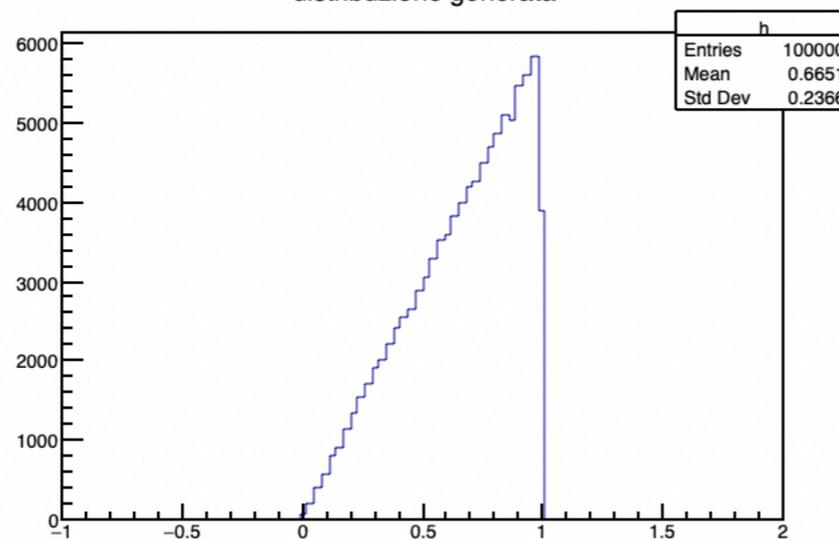
pdf teorica (bin center)



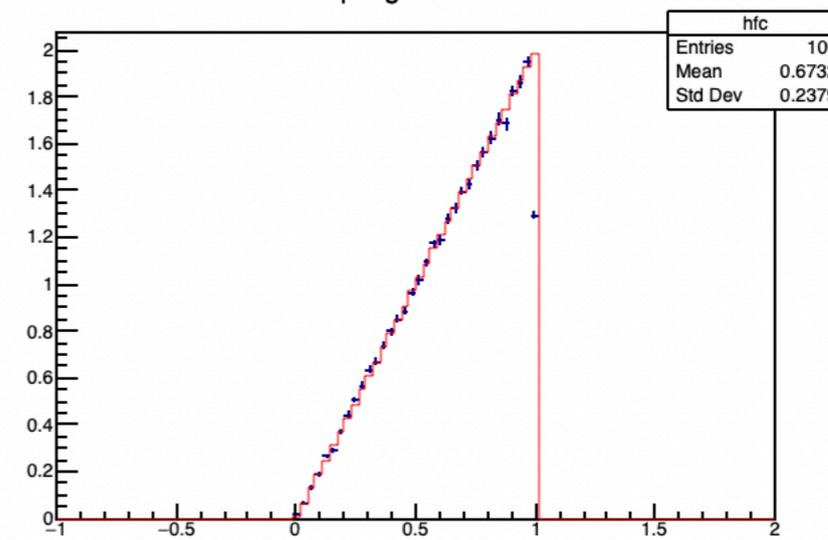
cumulativa pdf teorica



distribuzione generata



pdf generata

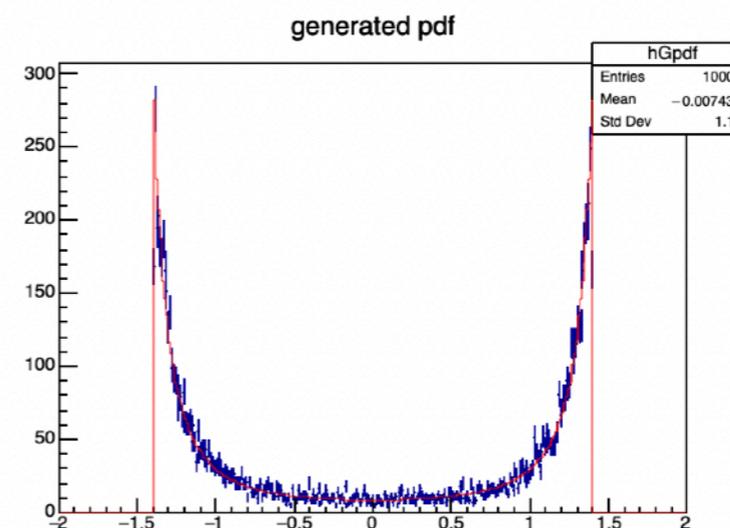
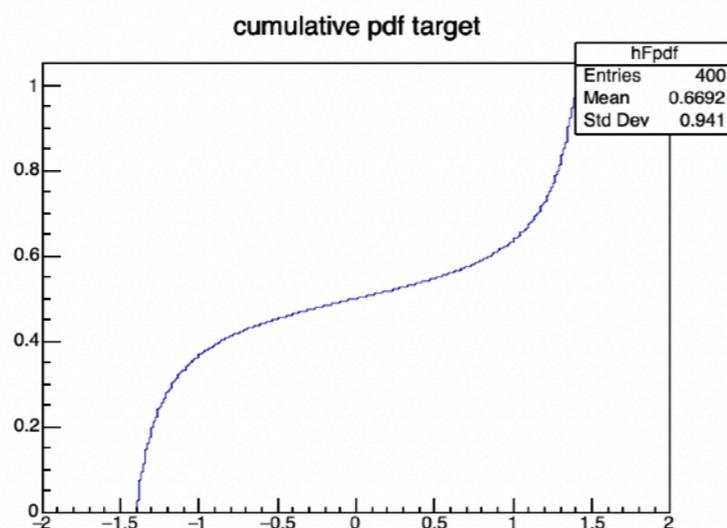
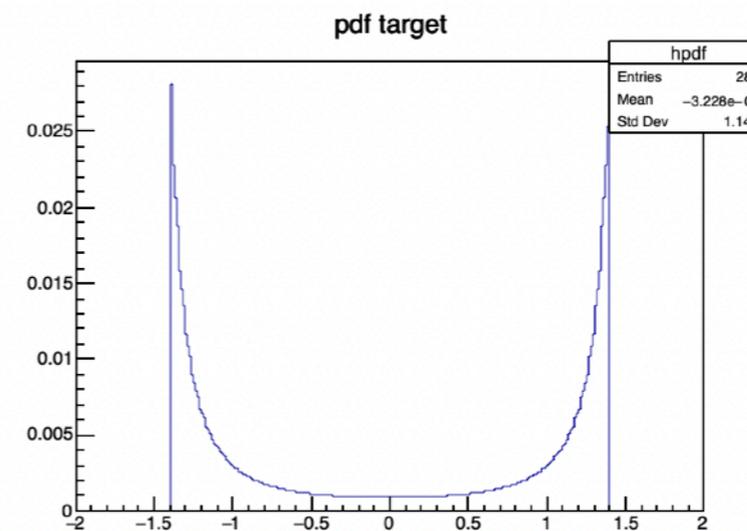
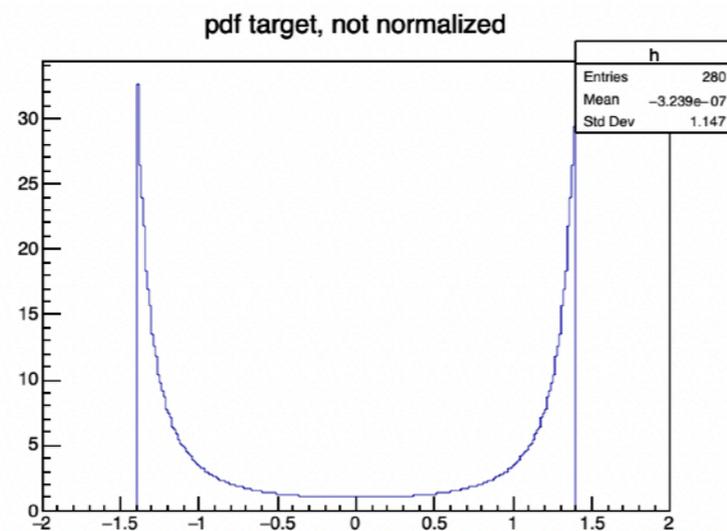


FILES DI ESEMPIO

- eserciziL3.C
 - contiene
 - void Integrali(int N=100000)
 - > call getIntegralMC_method and getIntegralRej_method
 - double function1(double x) -> funzione da integrare in
 - double getIntegralMC_method(int N, double xmin, double xmax)
 - double getIntegralRej_method(int N, double xmin, double xmax)
 - Uso:
 - `root [0] .L eserciziL3.C`
 - `root [1] Integrali()`
 - void generate_InvCos2(bool saveOnFile=false)
 - void generateFromExpPdf(bool saveAsFile)
 - Using
 - void buildAnHisto(bool saveOnFile=false)

FILES DI ESEMPIO

- eserciziL3.C
 - contiene
 - `void generate_InvCos2(bool saveOnFile=false)`



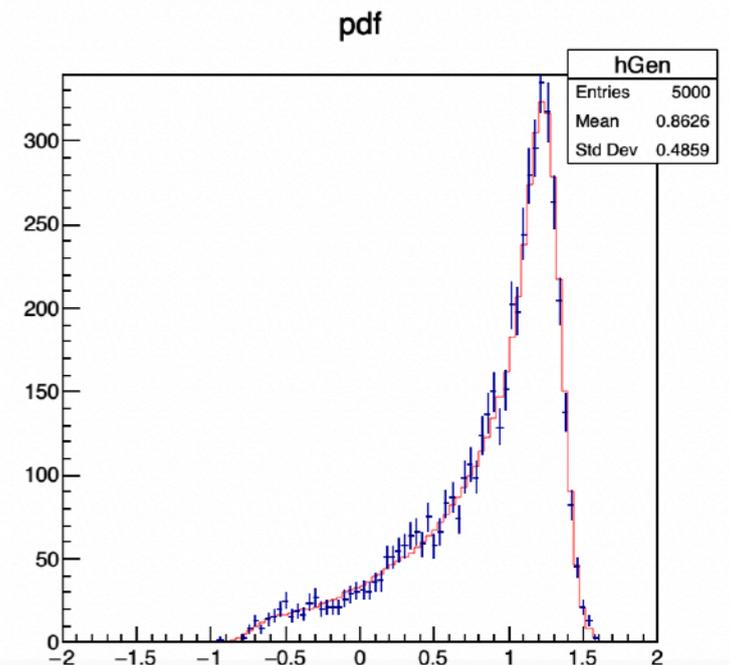
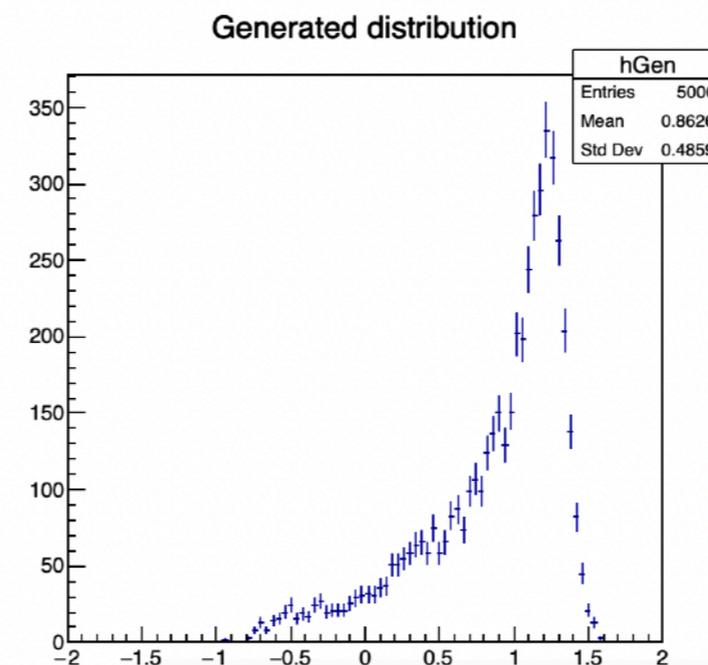
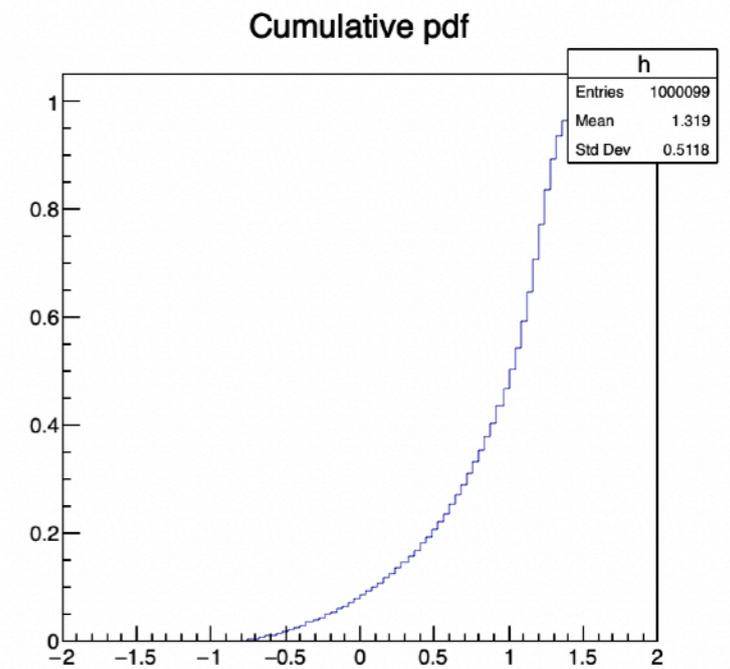
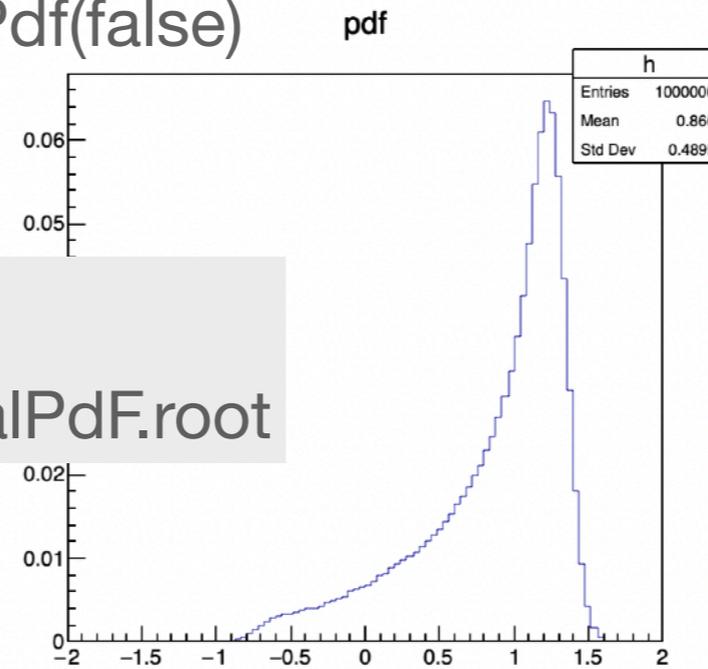
FILES DI ESEMPIO

- eserciziL3.C
 - contiene `generateFromExpPdf(false)`
 - Prima occorre eseguire `buildAnHisto(true)` per scrivere su file (`ExperimentalPdF.root`) un istogramma "sperimentale" secondo il quale si vuole estrarre una sequenza di numeri pseudocasuali
 -

FILES DI ESEMPIO

- eserciziL3.C
 - contiene `generateFromExpPdf(false)`

Letta da
ExperimentalPdf.root



FINE
