FISICA

CdS Scienze Biologiche

Stefania Spagnolo
Dip. di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi"

http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo
stefania.spagnolo@le.infn.it
(please, usate **oggetto/subject: CdSBiologia**)

Diario del programma e delle lezioni svolte
http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo/Fis_ScienzeBiologiche_2017-18.htm

Elettricità e magnetismo

Serway, Jewett, "Principi di Fisica"

M. Taiuti, M.T. Tuccio "Appunti di Fisica per Biologia" in
http://www.fisica.unige.it/~biologia/NOfisica.html (Università di Genova)

M. De Palma, http://www.ba.infn.it/~depalma/lezioni/   (INFN Bari)

ELETTRICITÀ E MAGNETISMO

- Elettrostatica
  - ***Cariche, Forza di Coulomb, campo elettrico e potenziale elettrostatico***
  - ***Isolanti e conduttori***, capacità
  - Circuiti elettrici (con generatori di tensione continua)
- Magnetismo

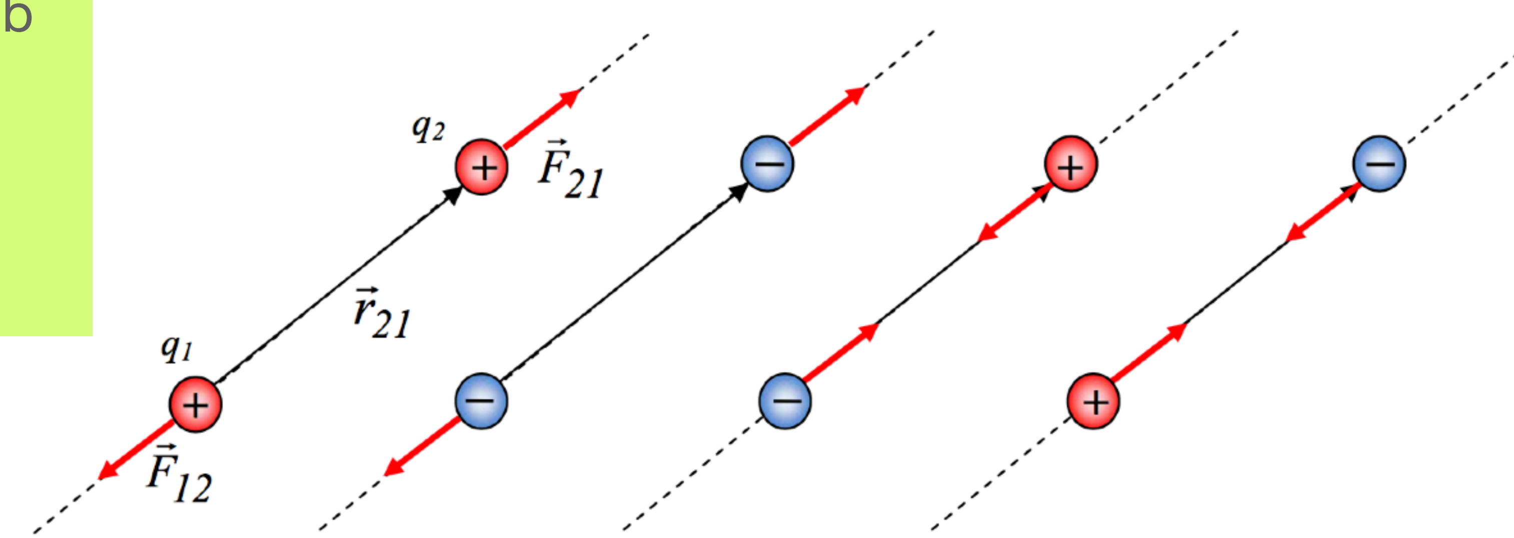
CARICA ELETTRICA

I costituenti elementari della materia possiedono, oltre alla massa, la ***carica elettrica*** (q >0, <0, =0)

- La carica elettrica si misura in Coulomb (C)
  - I valore più piccolo finora osservato è la carica dell'elettrone pari a $|e| = 1.6\times10^{-19}$ C
  - i valori di carica osservati sono *sempre multipli interi della carica dell'elettrone*
    - *la carica è quantizzata, q=ne*
  - la carica elettrica si conserva
- Forza di Coulomb: un corpo puntiforme dotato di carica elettrica q1 esercita su un secondo corpo puntiforme dotato di carica elettrica q2 una forza orientata lungo la retta congiungente ($\hat{\mathbf{r}}$) e d'intensità:
  - $\mathbf{F = k\, q_1 q_2 / r^2 = q_1 q_2 / (4\pi\varepsilon_0\, r^2)}$
    - ossia $\boldsymbol{k = 9\times10^9\ Nm^2/C^2 = 1/4\pi\varepsilon_0}$
    - $\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12} C^2/Nm^2}$ è chiamata *costante dielettrica del vuoto*

La forza di Coulomb rispetta il terzo principio della dinamica:

F12 =-F21

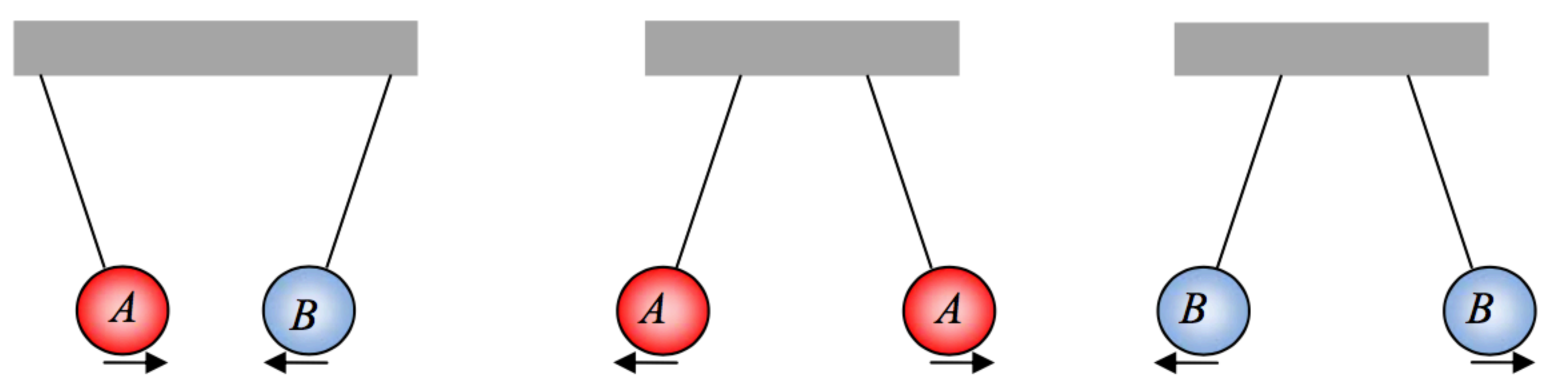


Cariche dello stesso segno si respingono e cariche di segno opposto si attraggono

CARICA ELETTRICA

Come si arriva a questa descrizione della forza di Coulomb ?

- elettrizzazione per strofinio: un panno di lana e
  - A) una sferetta/bacchetta di vetro ⇨ elettrizzazione di tipo A
  - B) una sferetta/bacchetta di plastica ⇨ elettrizzazione di tipo B
  - C) una sferetta/bacchetta di metallo



Inoltre, il panno di lana si elettrizza in modo opposto all'oggetto strofinato

due tipi di elettrizzazione -> due "segni" della carica elettrica

la materia contiene cariche elettriche positive e negative in egual numero (appare neutra);

per strofinio si trasferiscono cariche positive (negative) dal panno alla sferetta strofinata, il panno rimane con un eccesso di cariche negative (positive)

TABELLA 19.1 | **Carica e massa di elettrone, protone e neutrone**

Particella	Carica (C)	Massa (kg)
Elettrone (e)	$-1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$9.109\,4 \times 10^{-31}$
Protone (p)	$+1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$1.672\,62 \times 10^{-27}$
Neutrone (n)	0	$1.674\,93 \times 10^{-27}$

CARICA ELETTRICA

Come si arriva a questa descrizione della forza di Coulomb ?

- elettrizzazione per strofinio: con un panno di lana/seta si strofina un'estremità di una bacchetta di
  - A) vetro/plastica ⇨ elettrizzazione localizzata sull'estremità strofinata
  - B) metallo tenuta in mano ⇨ nessuna elettrizzazione
  - C) metallo tenuta in mano da un manico di legno ⇨ elettrizzazione diffusa su tutta la bacchetta
- elettrizzazione per induzione di un oggetto metallico avvicinato (non a contatto) ad un oggetto elettrizzato:
  - D) si accumula sull'estremità del conduttore della carica di segno opposto a quella del corpo elettrizzato

due tipi di materiali:

isolanti elettrici: si elettrizzano per strofinio, la carica rimane localizzata [cariche fisse, elettroni legati agli atomi]; oppongono ***resistenza*** al moto di cariche al loro interno

conduttori elettrici: si elettrizzano per strofinio o per induzione, la carica si distribuisce (in modo opportuno) sulla superficie di tutto il conduttore [cariche mobili, elettroni liberi di muoversi entro una banda di livelli energetici distribuiti su tutto il volume del metallo]; il corpo umano è conduttore

CARICA ELETTRICA

carica di un isolante

A causa della conservazione della carica, ogni elettrone aggiunge una carica negativa alla seta ed una uguale quantità di carica positiva viene lasciata sulla sbarretta di vetro.

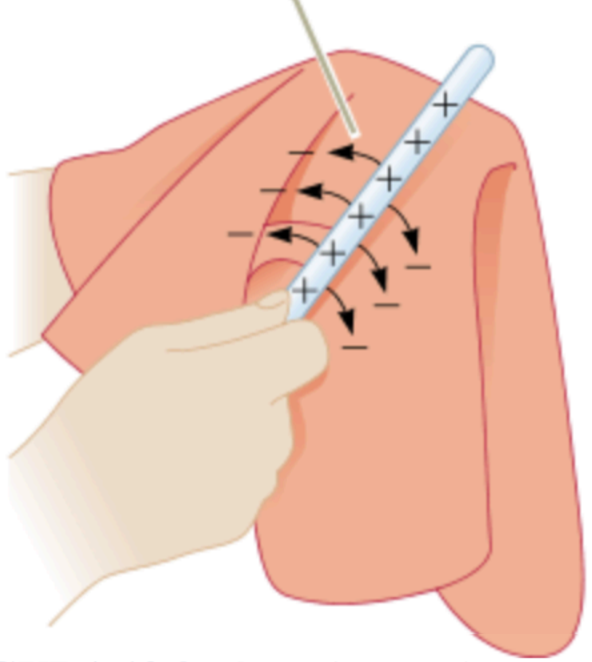
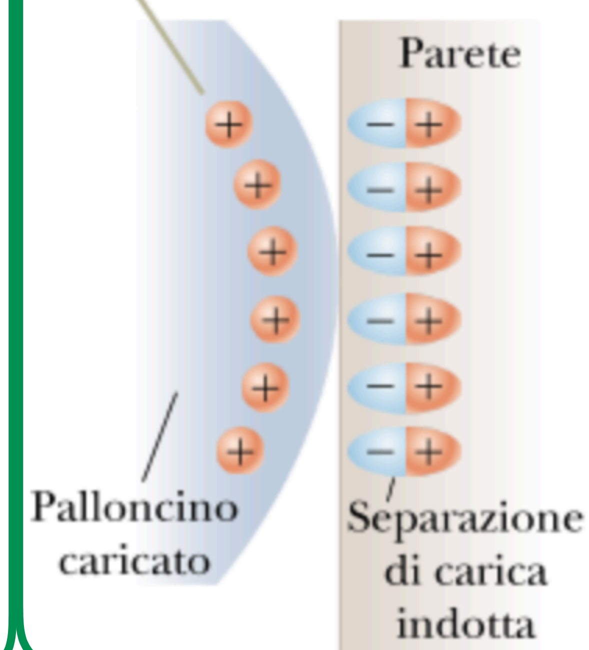


FIGURA 19.3 Quando una sbarretta di vetro viene strofinata con della seta, elettron sono trasferiti dal vetro alla seta. Poiché le cariche sono trasferite in pacchetti discreti, l cariche sui due oggetti sono ±e o ±2e o ±3e, così via.

Perché un corpo elettrizzato attrae corpuscoli

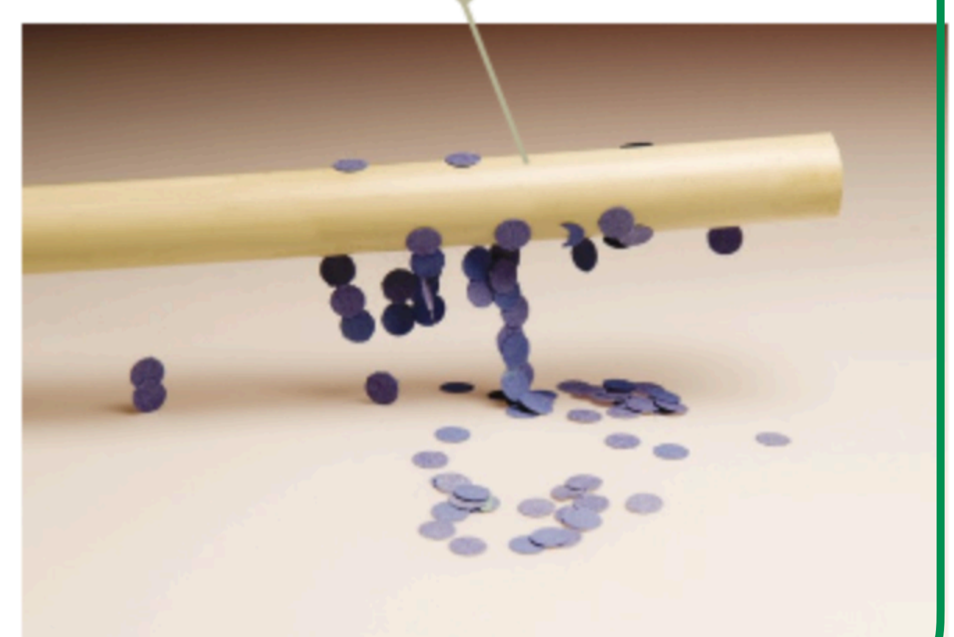
Nella materia (dei corpuscoli attratti) le molecole sono sistemi più o meno complessi di cariche elettriche complessivamente neutri. Possono avere naturalmente un baricentro delle cariche positive diverso da quello delle cariche negative [si orientano in modo che le cariche opposte a quelle del corpo elettrizzato siano le più vicine ad esso] oppure una separazione dei baricentri di carica può essere indotta dall'attrazione di cariche vicine

Il palloncino carico induce una separazione di carica sulla superficie della parete a causa del riallineamento delle cariche nelle molecole della parete.



gli isolanti neutri vicini a cariche elettriche si polarizzano

La sbarretta carica attira la carta perché viene indotta una separazione tra le cariche delle molecole della carta.

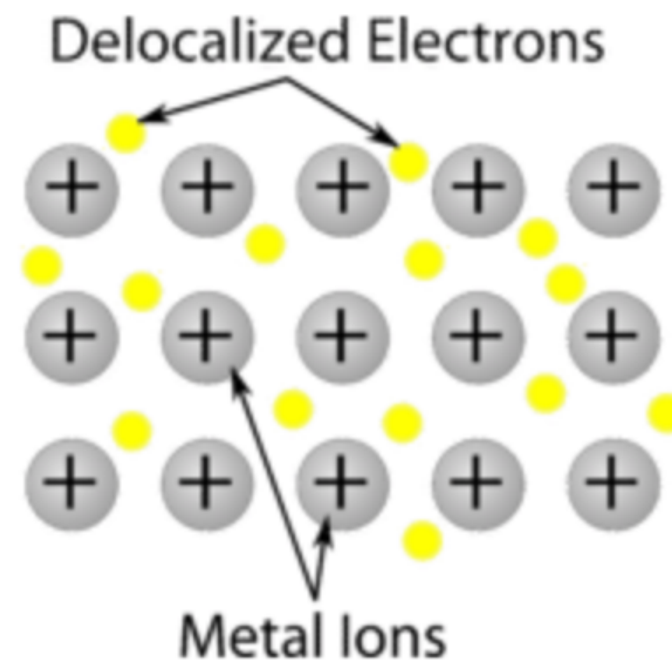


CARICA ELETTRICA

Il legno è un isolante, ***il nostro corpo un conduttore***; questo fa si che se cerchiamo di elettrizzare per strofinio un'asticella di metallo tenendola direttamente con una mano non si osserva l'elettrizzazione. La carica dell'asticella "si scarica" attraverso il nostro corpo.

I migliori conduttori sono tutti i metalli proprio in conseguenza del legame chimico con cui essi si costituiscono: ***il legame metallico.*** Gli atomi dei metallo hanno in genere pochi elettroni di valenza che sono facilmente delocalizzabili in un reticolo di atomi metallici caricati positivamente.

Si può immaginare un metallo come un reticolo di ioni positivi tenuti uniti da una nuvola di elettroni di valenza in comune a tutto il reticolo. Di conseguenza si hanno elettroni liberi di muoversi all'interno di tutto il reticolo.

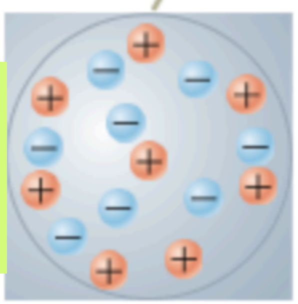


CARICA DI UN CONDUTTORE PER INDUZIONE

1

La sfera neutra ha ugual numero di cariche positive e negative.

all'inizio conduttore neutro

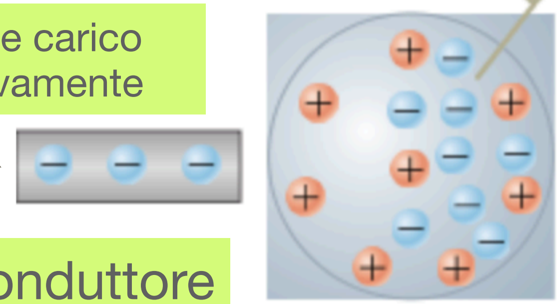


2

Gli elettroni si ridistribuiscono quando una sbarretta carica viene avvicinata.

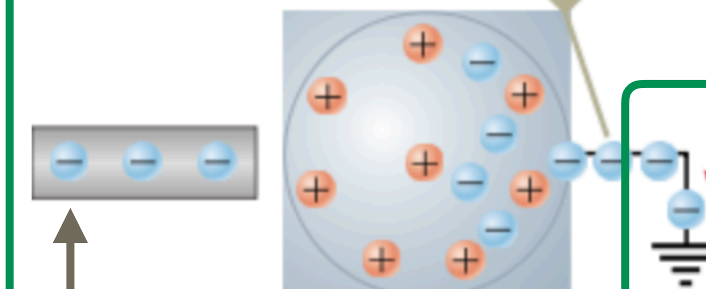
isolante carico negativamente

conduttore neutro



3

Alcuni degli elettroni abbandonano la sfera messa a terra attraverso il collegamento a terra.



isolante carico negativamente

il conduttore si carica perdendo elettroni

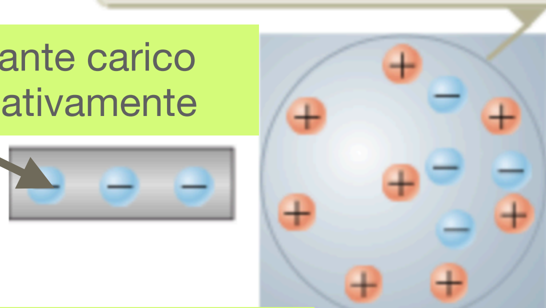
messa a terra

Per ***collegamento a terra (messa a terra)*** di un conduttore si intende il suo collegamento, mediante un filo conduttore, a un serbatoio di carica, come la terra, cioè a un sistema capace di immagazzinare (e disperdere) una grande quantità di carica

4

L'eccesso di carica positiva è distribuito in modo non uniforme.

isolante carico negativamente

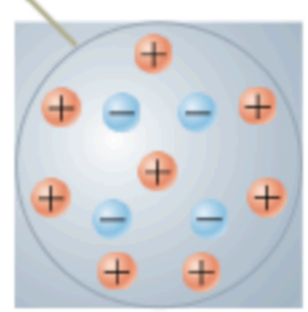


collegamento a terra rimosso

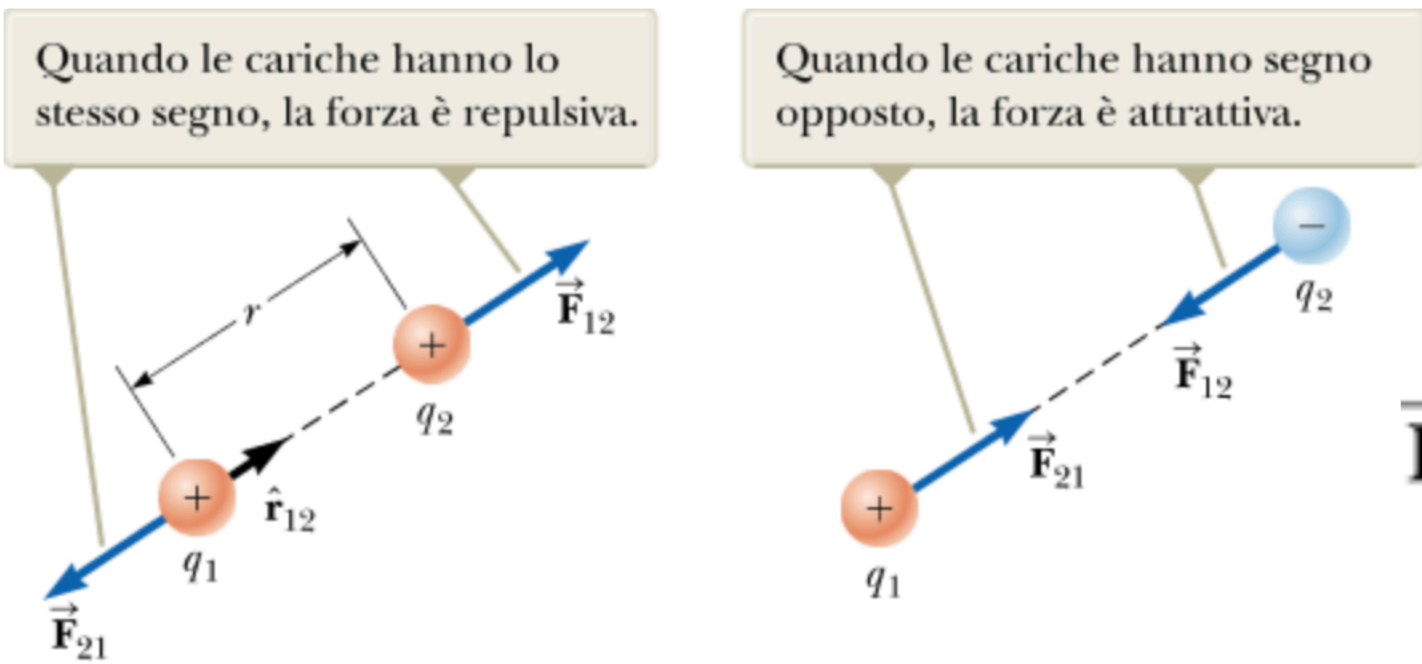
5

Gli elettroni rimasti si ridistribuiscono uniformemente, e c'è una carica netta positiva distribuita.

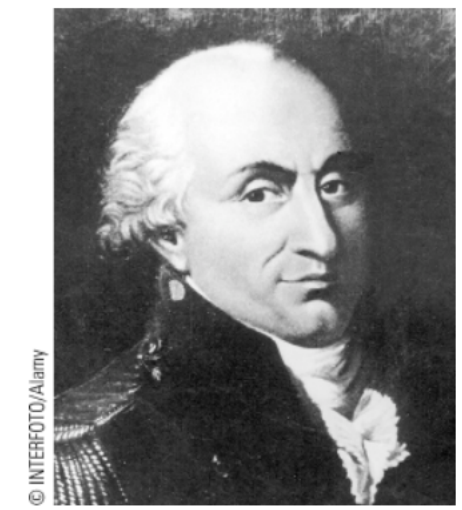
isolante carico allontanato



LEGGE DI COULOMB E CAMPO ELETTRICO



$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$



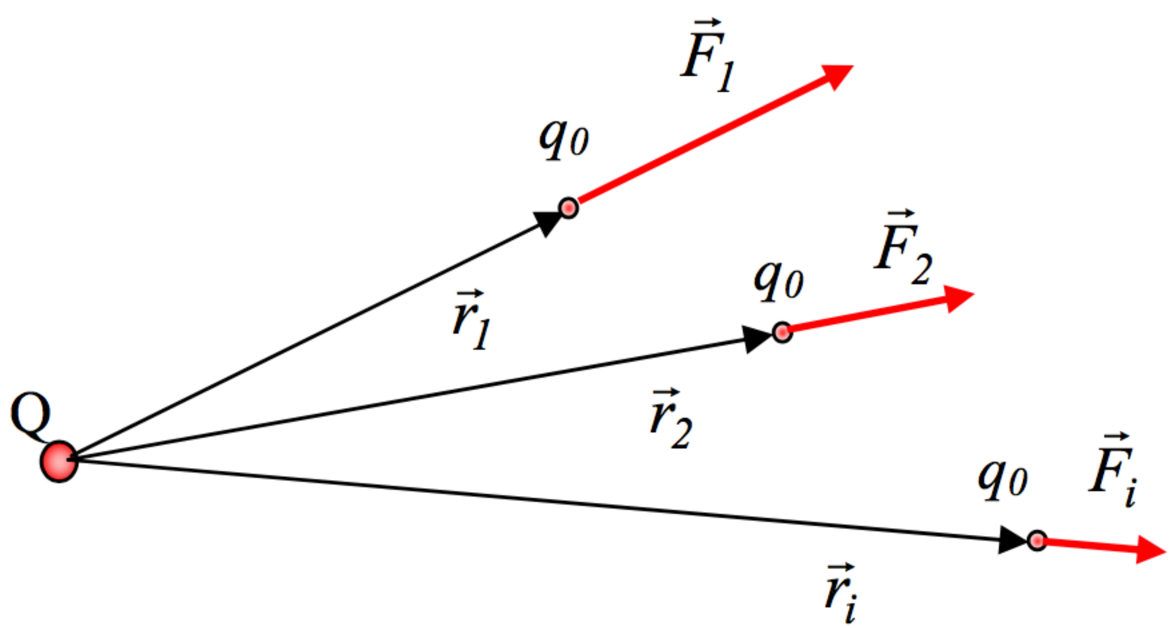
Charles Coulomb
Fisico francese (1736-1806)

q1, q2 ***cariche puntiformi***, separate dalla distanza r

Se abbiamo 2 (o più) cariche puntiformi e introduciamo una terza carica q3, la forza su q3 sarà

- ***principio di sovrapposizione***
  - $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$ dove $\vec{F}_{13}$ è la forza coulombiana che la carica 1 esercita sulla 3 (in assenza della carica 2) e $\vec{F}_{23}$ è la forza coulombiana che la carica 1 esercita sulla 3 (in assenza della carica 1)
    - **Legge di Coulomb+principio di sovrapposizione consentono di calcolare la forza elettrica prodotta da un sistema di cariche qualunque**

LEGGE DI COULOMB E CAMPO ELETTRICO



$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_0}{r_1^2}\hat{r}_1 \Rightarrow \frac{\vec{F}_1}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r_1^2}\hat{r}_1$$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_0}{r_2^2}\hat{r}_2 \Rightarrow \frac{\vec{F}_2}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r_2^2}\hat{r}_2$$

....

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_0}{r_i^2}\hat{r}_i \Rightarrow \frac{\vec{F}_i}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r_i^2}\hat{r}_i$$

Consideriamo una carica Q nello spazio e

misuriamo la forza su una carica di prova (di test) q_0 in diverse posizioni nello spazio; osserviamo che

- $\vec{F}(r) = q_0 \vec{E}(r)$
  - $\vec{E}(r)$ è una proprietà dello spazio determinata dalla carica Q,
  - la forza su q_0 dipende solo da q_0 e da questa proprietà dello spazio
- Q è sorgente del ***campo elettrico = (def) forza sulla carica unitaria*** di test
- vale il ***principio di sovrapposizione*** per il campo elettrico

LEGGE DI COULOMB E CAMPO ELETTRICO

$$\vec{E}(\vec{r}_i) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_i^2} \hat{r}_i \qquad \textbf{(4)}$$

campo elettrico prodotto da una carica puntiforme ***Q***

Abbiamo due modi per l'interpretare l'interazione fra le cariche elettriche:

- a) La legge di Coulomb dice che la forza elettrica si manifesta come azione istantanea fra le cariche Q e q_0.
- ***b)*** *La relazione (4) dice che una carica Q determina una proprietà vettoriale dello spazio (il campo **E**). Un'altra carica q_0 interagisce con il campo sentendo una forza elettrica **F** = q_0 **E***

Alcuni fenomeni, l'energia associata al campo e le onde elettromagnetiche per esempio, indicano, in modo inequivocabile, che il campo elettrico è la vera realtà fisica e quindi ***(b) è l'interpretazione corretta***.

RAPPRESENTAZIONE DEL CAMPO ELETTRICO

Linee di campo

Una rappresentazione grafica conveniente per la visualizzazione della configurazione del campo elettrico consiste nel tracciare delle linee che hanno in ogni punto la direzione orientata del vettore campo elettrico. Queste linee, chiamate **linee di campo elettrico**, sono legate al campo elettrico in qualunque regione dello spazio nel seguente modo:

- Il vettore campo elettrico $\vec{E}$ è *tangente* alle linee di campo in ogni punto.
- Il numero di linee di campo per unità di area che attraversano una superficie perpendicolare alle linee stesse è proporzionale all'intensità del campo elettrico in quella regione. Quindi, E è intenso dove le linee di campo sono fitte ed è debole dove esse si diradano.

Non è possibile che due linee di campo si intersechino

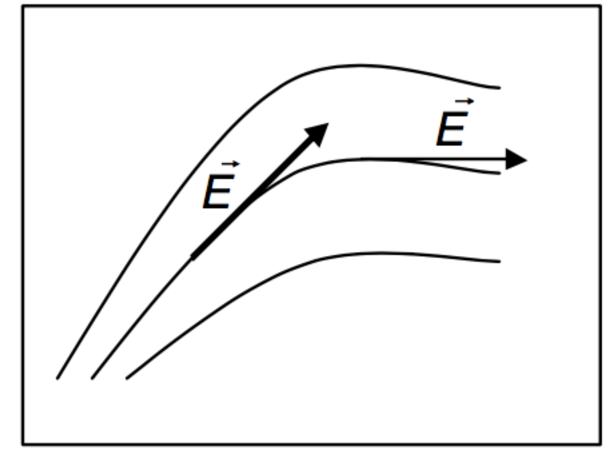


Fig. 32. Linee di campo e campo elettrico.

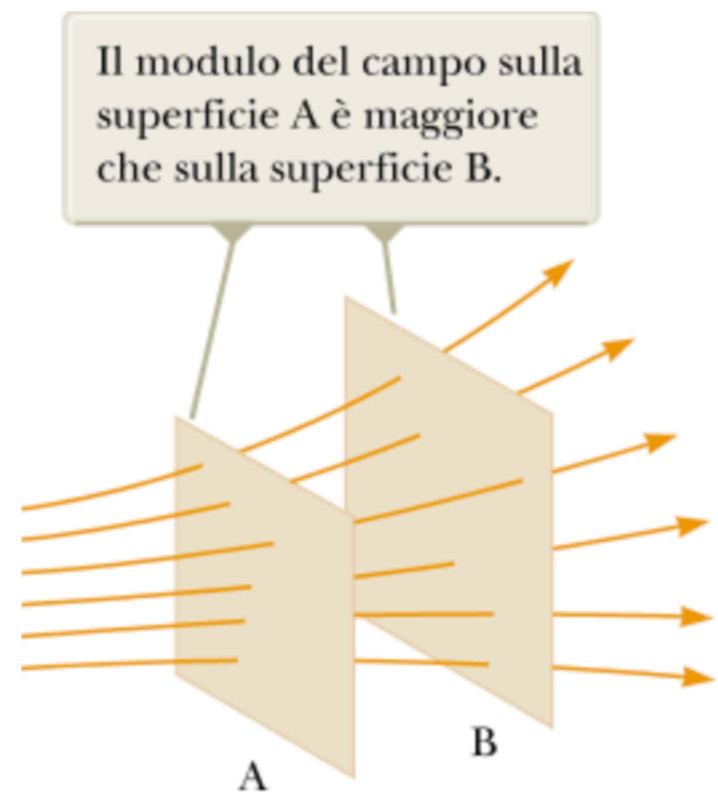


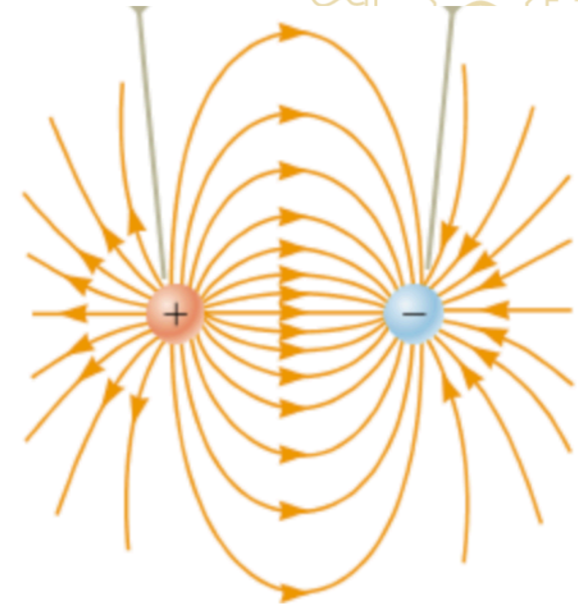
FIGURA 19.16 Linee del campo elettrico attraverso due superfici.

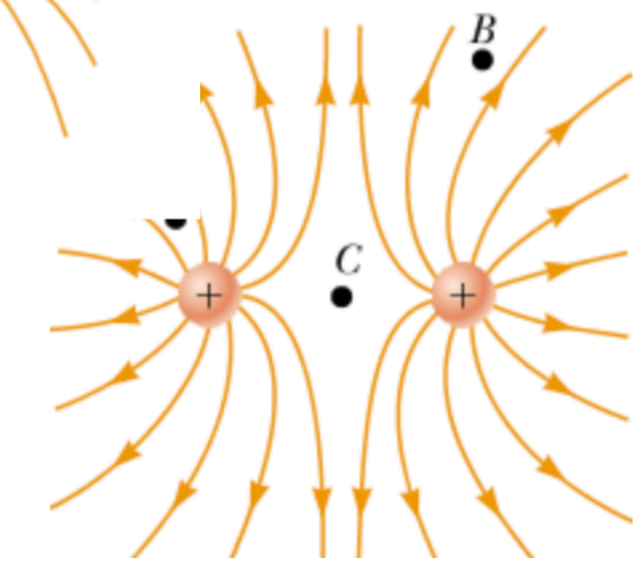
Rappresentazione del campo elettrico

Linee di campo

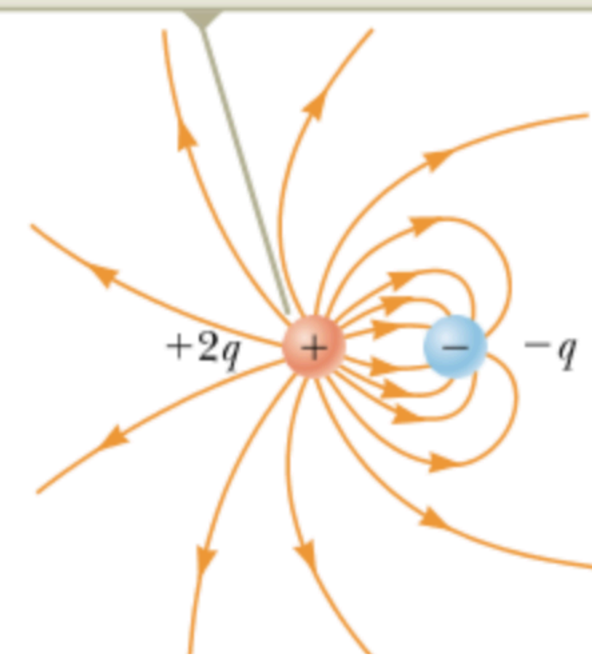
Le regole per disegnare le linee di campo per una distribuzione di carica qualsiasi sono le seguenti:

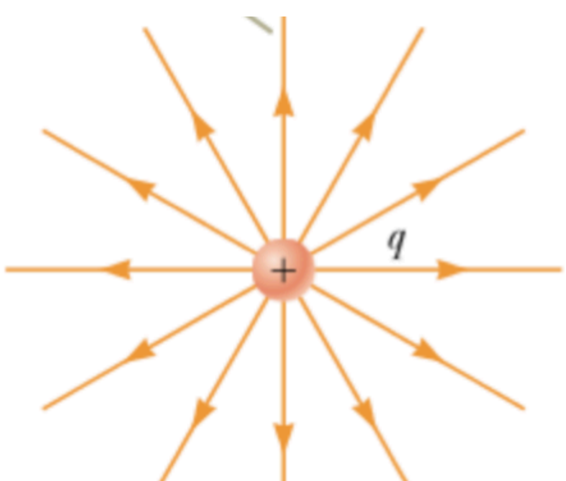
- Le linee di campo devono avere origine dalle cariche positive e terminare sulle cariche negative. Nel caso di un eccesso di carica di un tipo, alcune linee inizieranno o termineranno all'infinito.
- Il numero di linee di campo disegnate che escono da una carica positiva o che entrano in una carica negativa è proporzionale alla carica.
- Due linee di campo non si possono intersecare.

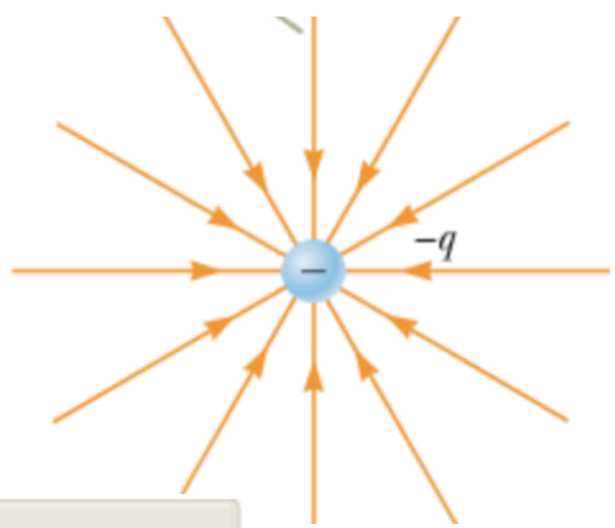




Due linee di campo lasciano la carica $+2q$ per ogni linea di campo entrante in $-q$.



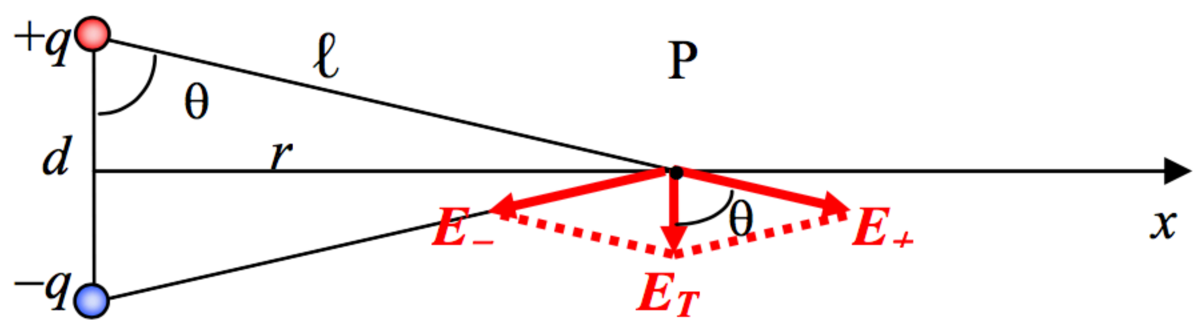




Per una carica puntiforme positiva, le linee di campo sono dirette radialmente verso l'esterno.

IL DIPOLO ELETTRICO

Due cariche uguali ed opposte sperate da una distanza d



Calcoliamo, con il principio di sovrapposizione, il campo in un punto P su un piano perpendicolare al segmento congiungente le due cariche nel punto di mezzo O, a distanza r dallo stesso (PO = r)

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\ell^2}$$

E+, E- campi prodotti rispettivamente da q e -q

Nella somma le componenti parallele a x-versore si cancellano, quelle lungo y si sommano: $E_T = 2E_+ \cos\theta$ con $\cos\theta = (d/2)/\ell$

$$E_T = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\ell^2}\frac{(d/2)}{\ell} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{\ell^3}$$

$$\ell = \sqrt{(d/2)^2 + r^2}$$

$$E_T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{\left((d/2)^2 + r^2\right)^{3/2}}.$$

Il caso interessante si presenta quando $r >> d$.

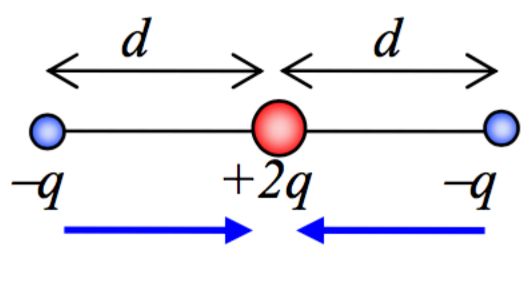
In tal caso $\left((d/2)^2 + r^2\right)^{3/2} \cong \left(r^2\right)^{3/2} = r^3$

$$\boxed{E_T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{r^3}}$$

fuori dal piano l'espressione è più complessa ma valgono:
E proporzionale a p = qd
E decresce con r come 1/r³

IL DIPOLO ELETTRICO

Se abbiamo un sistema di più cariche, con la carica totale $Q = 0$, distribuite in modo che il momento di dipolo totale è nullo ($p = 0$), si trova che il campo totale, a grande distanza, sarà decrescente come $1/r^4$. Si dice che il sistema ha un **momento di quadrupolo** $p_q = qd^2$



$$Q = -q + 2q - q = 0$$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = q\vec{d} - q\vec{d} = 0$$

Sistemi di cariche con carica totale nulla ma con distribuzioni asimmetriche delle cariche di segno opposto (che creano momenti di dipolo, quadrupolo, ottupolo, ecc) si riscontrano nelle molecole.

Esempio di molecole complessivamente neutre ma con una distribuzione di carica tale da generare un dipolo (dette **molecole polari**) sono ad esempio le molecole H_2O ($p = 6.1 \cdot 10^{-30}$ Cm), HCl ($p = 3.4 \cdot 10^{-30}$ Cm); NH_3 ($p = 5.0 \cdot 10^{-30}$ Cm); mentre esempio di molecole con momento di quadrupolo sono le molecola di CO_2, BF_3, CF_4.

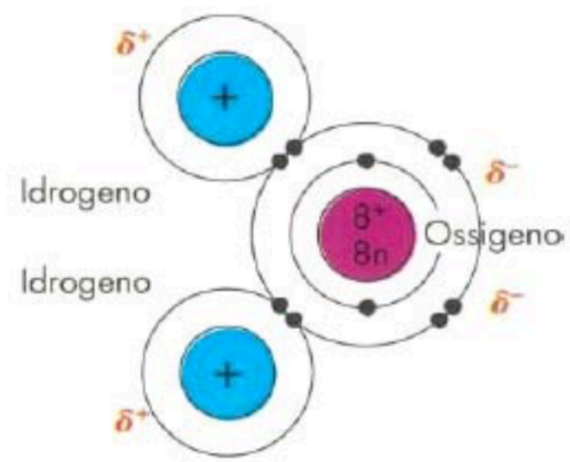
Molecole neutre, ma con momenti di dipolo, quadrupolo, ottupolo, ecc. creano dei campi elettrici che decrescono come $1/r^3$, $1/r^4$, $1/r^5$ che sono all'origine delle forze di interazioni (a corto raggio) fra le molecole (**forze molecolari**).

IL DIPOLO ELETTRICO

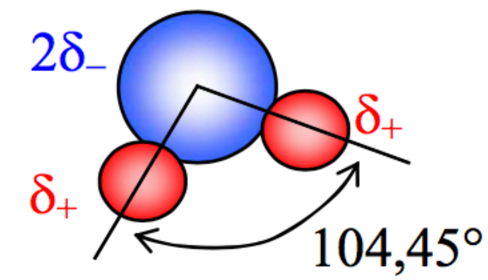
Molecola di acqua H2O

- momento di dipolo

baricentro di cariche positive e baricentro di cariche negative separati



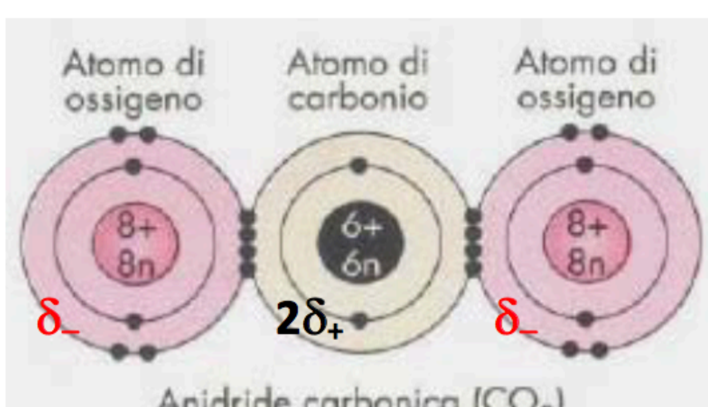
⇒



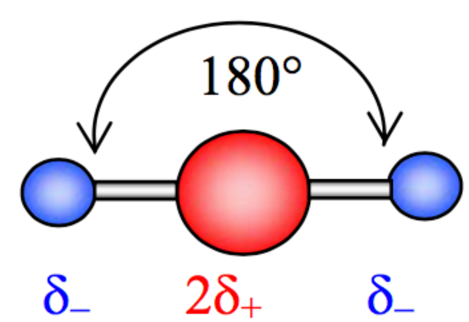
Molecola di anidride carbonica CO2

- -> momento di quadrupolo

baricentro di cariche positive e baricentro di cariche negative coincidono -> p (momento di dipolo) nullo

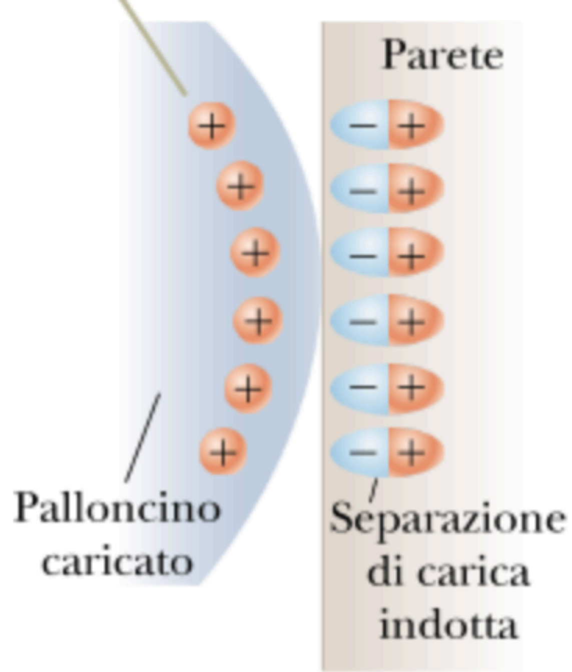


⇒

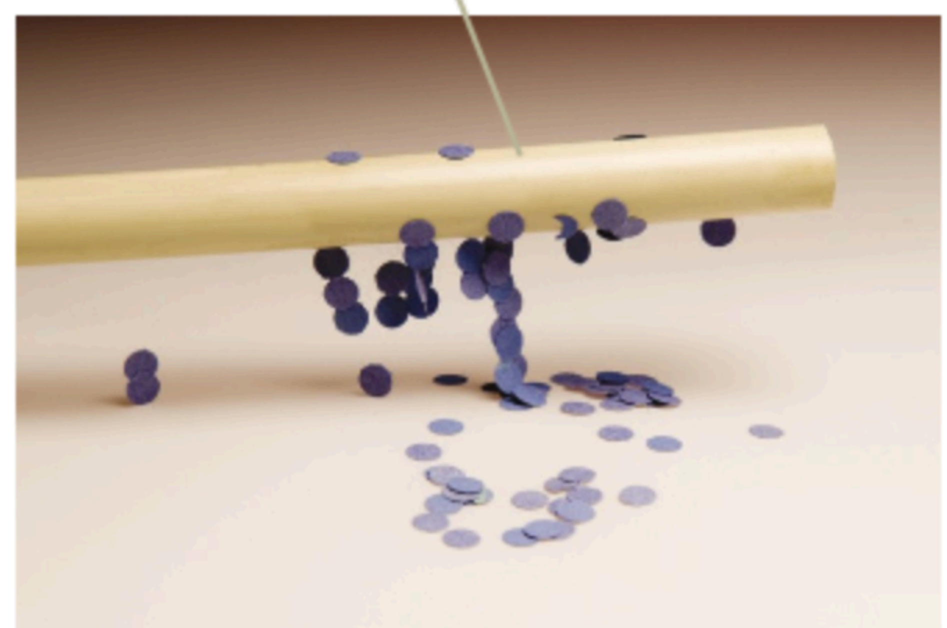


IL DIPOLO ELETTRICO

Il palloncino carico induce una separazione di carica sulla superficie della parete a causa del riallineamento delle cariche nelle molecole della parete.



La sbarretta carica attira la carta perché viene indotta una separazione tra le cariche delle molecole della carta.

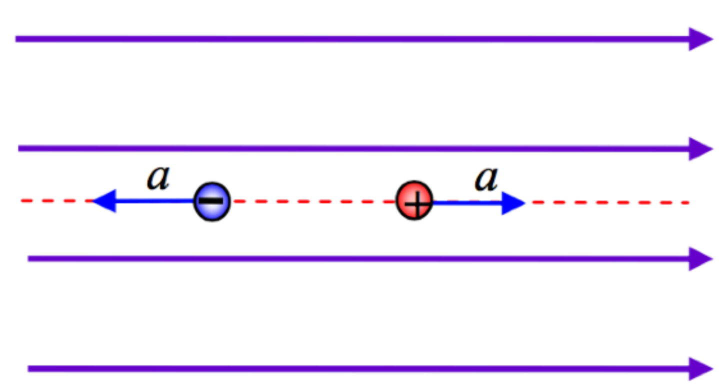


Moto di cariche in campo elettrico

Carica puntiforme in campo elettrico uniforme:

- F = qE costante, -> accelerazione costante
  - moto unif. accelerato

1) Carica in campo uniforme con velocità iniziale parallela al campo.



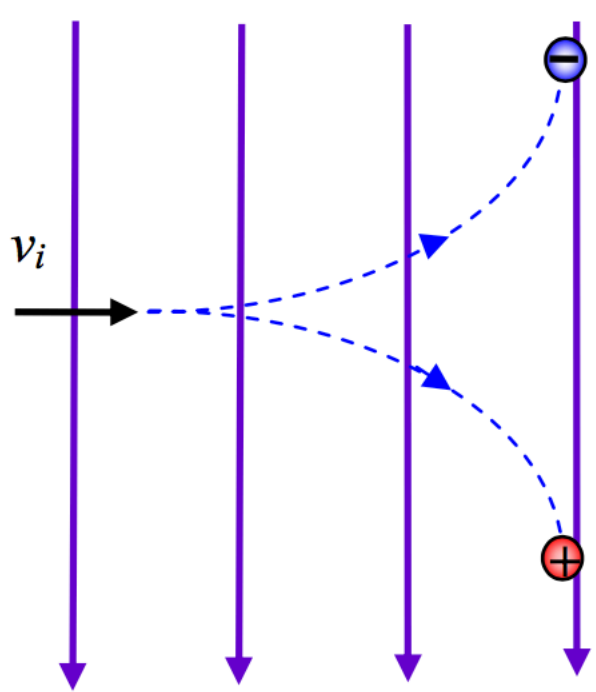
Moto rettilineo uniformemente accele

con $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

$\vec{a}$ concorde con $\vec{E}$ se q positivo

$\vec{a}$ disconcorde con $\vec{E}$ se q negativo

2) Carica in campo uniforme con velocità iniziale perpendicolare al campo.



Moto parabolico con $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

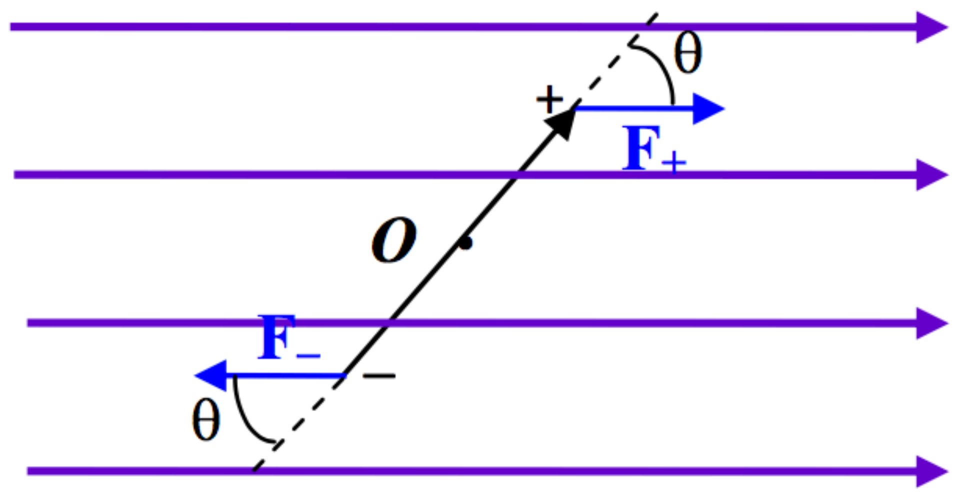
analogia con il moto di un grave, corpo soggetto alla accelerazione di gravità

Moto di cariche in campo elettrico

Dipolo in un campo elettrico uniforme:

- F = qE costante per ciascuna delle due cariche, uguali e opposte, forza risultante nulla, no c'è traslazione, ma …

3) Dipolo in campo uniforme.



$$\vec{F}_+ = q_+\vec{E} = q\overline{E}$$

$$\vec{F}_- = q_-\vec{E} = -q\overline{E}$$

$$\left|\vec{F}_+\right| = \left|\vec{F}_-\right| = qE \Rightarrow \vec{F}^R = 0$$

quindi non c'è traslazione del dipolo

l'effetto delle due forze sarà una rotazione (dell'angolo theta)

Il dipolo si allineerà con il campo elettrico (q pos. verso la freccia di E)

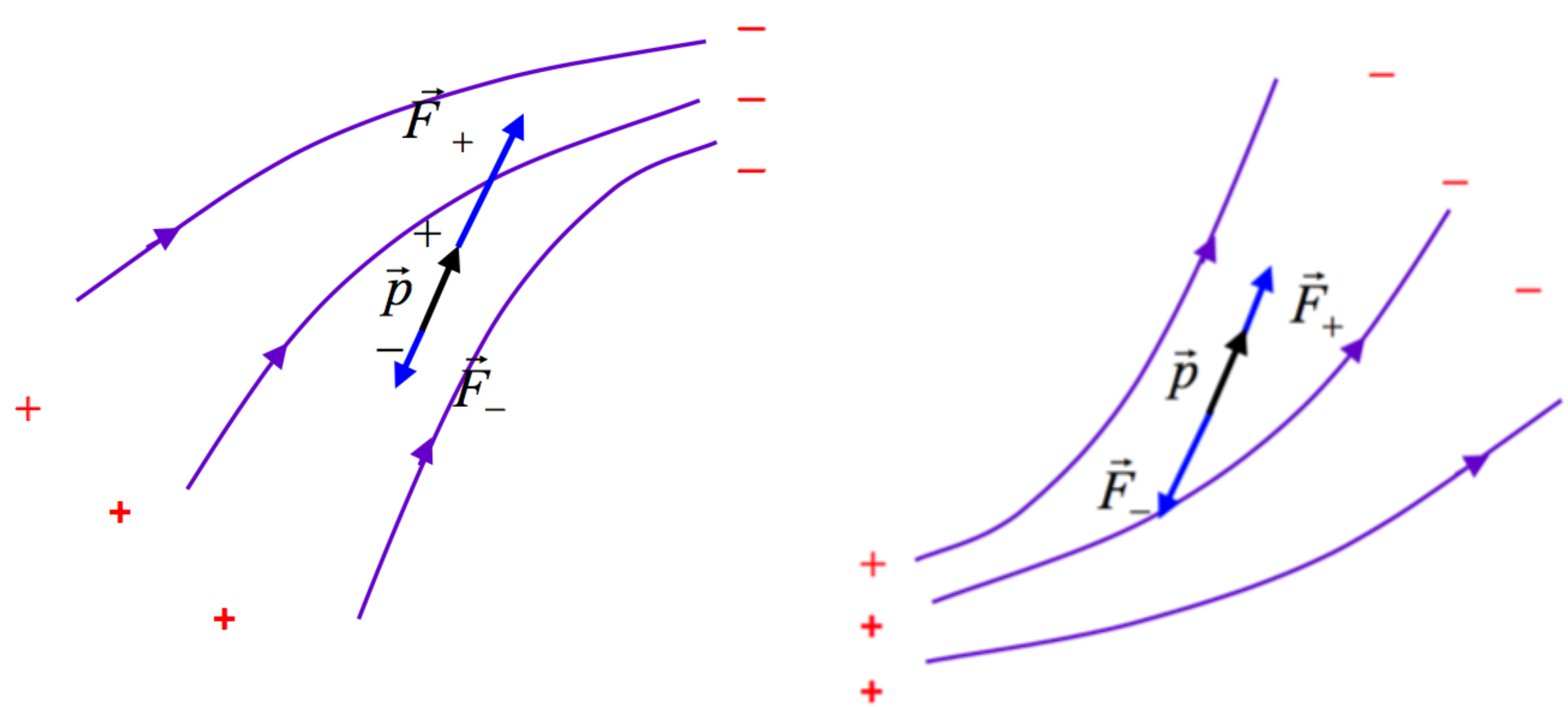
MOTO DI CARICHE IN CAMPO ELETTRICO

Dipolo in un campo elettrico non-uniforme:

- F = qE costante per ciascuna delle due cariche, ma …

4) Dipolo in campo non uniforme.

La prima azione del campo è di far ruotare il dipolo orientando $\vec{p}$ parallelamente al campo $\vec{E}$.



il dipolo prima si allinea con il campo poi è attratto verso regioni di campo più intenso

La carica del dipolo nella zona dove il campo è più intenso sente una forza, orientata verso la zona di campo più intenso, maggiore di quella che sente l'altra carica, orientata verso zone di campo meno intenso. La risultate delle forze è pertanto diversa da zero e il dipolo trasla verso regioni di campo più intenso

Ricordiamo le forze conservative l’energia potenziale

potenziale elettrostatico

FORZE CONSERVATIVE

Energia potenziale: si può dimostrare che per una forza conservativa valgono le seguenti proprietà:

a) il lavoro NON dipende dall'itinerario che collega A a B, cioè $L^{(a)}_{A\to B} = L^{(b)}_{A\to B}$;

b) si può definire l'energia potenziale in un qualunque punto dello spazio come una funzione delle coordinate del punto $U(x,y,z)$;

c) l'espressione dell'energia potenziale dipende dalla forza;

d) se sono presenti più forze conservative, l'energia potenziale in un punto è la somma delle energie potenziali di ogni singola forza;

e) dati i tre punti A, B e C dell'esempio precedente vale la seguente relazione: $\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} + \Delta U_{CB}$.

f) il lavoro dipende solo dalla differenza dei valori dell'energia potenziale calcolata nei punti A e B: $L^{(a)}_{A\to B} = U(A) - U(B) \equiv -\Delta U_{BA}$

FORZE CONSERVATIVE

Consideriamo una forza esercitata su un punto materiale in **una direzione** e uno spostamento mono-dimensionale lungo la stessa direzione

- $W_{A \to B} = L_{A \to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{x_A}^{x_B} F(x)dx = U(A) - U(B)$
- $F(x) = -dU(x)/dx$

Esempi di forze conservative	
Forza peso	$U(h) = Mgh$
Forza gravitazionale	$U(r) = -G\frac{M_1 M_2}{r}$
Forza elastica	$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$
Forza di Coulomb	$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$

h=y (asse punta verso l'alto); $\vec{F} = -Mg\,\hat{y}$

$\vec{F} = -GM_1M_2/r^2\,\hat{r}$

$\vec{F} = -k\,x\,\hat{x}$

$\vec{F} = k\,q_1q_2/r^2\,\hat{r}$

POTENZIALE ELETTROSTATICO

Consideriamo una forza esercitata su un punto materiale in **una direzione** e uno spostamento mono-dimensionale lungo la stessa direzione

- $W_{A\to B} = L_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{x_A}^{x_B} F(x)dx = U(A)-U(B)$
- $F(x) = -dU(x)/dx$

Forza di Coulomb	$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$	$\vec{F} = k\, q_1 q_2/r^2\, \hat{r}$

La forza di Coulomb F è q E

L'energia potenziale U è q V

$$F(x) = -dU(x)/dx \qquad \vec{\mathbf{E}}(x) = -dV(x)/dx\, \hat{\mathbf{x}}$$

La funzione scalare V è detta **potenziale elettrostatico**

POTENZIALE ELETTROSTATICO

Forza di Coulomb	$U(r) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r}$	$\vec{F} = k\, q_1 q_2 / r^2\, \hat{r}$

La forza di Coulomb F è q E
L'energia potenziale U è q V

dalla definizione, **il potenziale elettrostatico prodotto da una carica puntiforme q** è

$$V(r) = q / (4\pi\varepsilon_0 r)$$

l'**energia potenziale di una carica di prova q_0** in una regione dello spazio in cui esista il potenziale coulombiano V(r) è **q_0 V(r)**

NOTA V(r) => 0 per r molto grande

Quando porto una carica di prova dall'infinito alla distanza r dalla carica sorgente l'energia meccanica (=energia potenziale, se v=0) della particella cresce da 0 a q_0 V(r)

q_0 V(r) rappresenta il lavoro speso per portare la carica di prova q_0 dall'infinito nella posizione in cui si trova (uguale e opposto al lavoro compiuto dalla forza eletttrica - negativo perché compiuto contro il moto della carica)

POTENZIALE ELETTROSTATICO

Forza di Coulomb	$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$	$\vec{F} = k\, q_1 q_2 / r^2\, \hat{r}$

La forza di Coulomb F è q E

L'energia potenziale U è q V

dalla definizione,

il potenziale elettrostatico prodotto da una carica puntiforme q è

$V(r) = q / (4\pi\varepsilon_0 r)$

V(r) rappresenta il lavoro speso per portare la carica unitaria dall'infinito nella posizione in cui si trova

In generale: nello spostare una carica unitaria da un punto in cui il potenziale elettrostatico vale Va ad un punto in cui il potenziale vale Vb si spende una quantitita' di lavoro pari a Vb-Va

POTENZIALE ELETTROSTATICO

$$\vec{E}(x) = -dV(x)/dx\ \hat{x}$$

più in generale se il campo dipende da una sola coordinata (x o r, per esempio) il campo è l'inverso della derivata del potenziale nelle direzione in cui quella coordinata cresce

- il campo elettrico è perpendicolare alle superfici su cui il potenziale è costante e punta nel verso in cui il campo decresce
- cariche positive positive (negative) sono attratte verso regioni di potenziale più basso (alto)

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO

1. Modello dell'atomo di Bohr. Un elettrone di massa $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg e carica $q_e = -1.61 \cdot 10^{-19} C$ ruota attorno al nucleo atomico, costituito nel caso dell'idrogeno da un singolo protone. Sapendo che percorre una circonferenza di raggio $R = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m e che la carica del protone è $q_p = +1.61 \cdot 10^{-19} C$, calcolare:

- **a)** la forza elettrostatica fra elettrone e protone;
- **b)** il potenziale generato dal protone alla distanza R a cui si trova l'elettrone;
- **c)** la velocità orbitale con cui l'elettrone percorre la circonferenza;
- **d)** l'energia totale posseduta dall'elettrone

Soluzione:

a) Dalla legge di Coulomb si ottiene $F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_e q_p}{R^2} = 8.2 \cdot 10^{-8}$ N

b) Dalla definizione di potenziale per una carica puntiforme $V(R) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_p}{R} = +27.2$ V

c) L'elettrone, sotto l'azione della forza elettrostatica, percorre una circonferenza di raggio R, per cui occorrerà collegare tramite il Secondo Principio della Dinamica la forza elettrostatica all'accelerazione centripeta, ottenendo $F_e = m\dfrac{v^2}{R}$ da cui si ottiene $v = 2.2 \cdot 10^6$ m/s

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO

1. **Modello dell'atomo di Bohr.** Un elettrone di massa $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg e carica $q_e = -1.61 \cdot 10^{-19} C$ ruota attorno al nucleo atomico, costituito nel caso dell'idrogeno da un singolo protone. Sapendo che percorre una circonferenza di raggio $R = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m e che la carica del protone è $q_p = +1.61 \cdot 10^{-19} C$, calcolare:
   - **a)** la forza elettrostatica fra elettrone e protone;
   - **b)** il potenziale generato dal protone alla distanza R a cui si trova l'elettrone;
   - **c)** la velocità orbitale con cui l'elettrone percorre la circonferenza;
   - **d)** l'energia totale posseduta dall'elettrone

Soluzione:

d) L'energia totale è la somma dell'energia cinetica K e dell'energia potenziale U :

$K = \frac{1}{2} mv^2 = 2.17 \cdot 10^{-18}$ J

$U(R) = q_e V(R) = -4.35 \cdot 10^{-18}$ J

Pertanto $E_{tot} = K + U = -2.18 \cdot 10^{-18}$ J = -13.6 eV

dove si è espresso il risultato utilizzando l'unità di misura elettronvolt, definita come l'energia acquistata da un elettrone quando attraversa la differenza di potenziale di un Volt:

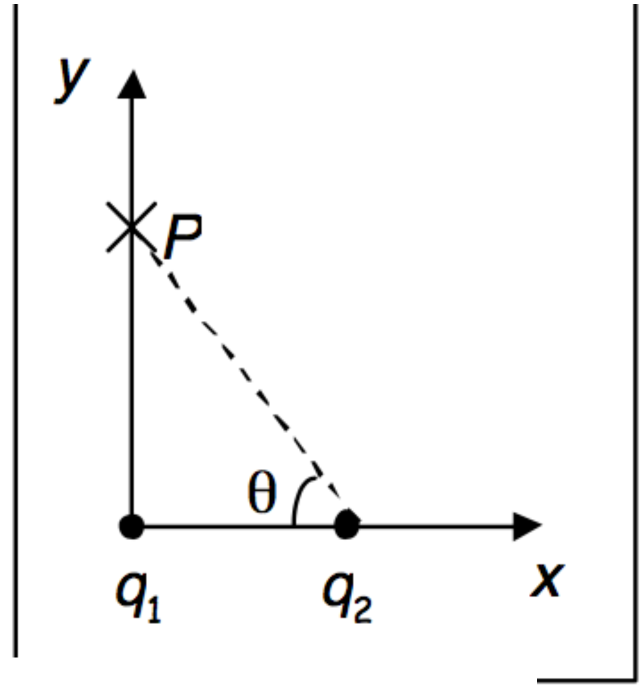
$1\,\text{eV} = 1.61 \cdot 10^{-19}$ J

Si noti che nel risultato ottenuto $E_{tot} < 0$, in generale questo indica uno *stato legato*, in altre parole, indica che la configurazione è stabile ed è necessario fornire energia per portar via l'elettrone (energia di ionizzazione).

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO

Esercizi

2. Una carica puntiforme $q_1 = 5\mu C$ è fissata nell'origine ed una seconda carica $q_2 = -2\mu C$ è posta sull'asse x, ad una distanza $d = 3$m, come in figura 35. Calcolare:



- **a)** il campo elettrico in un punto P, sull'asse y, a una distanza di 4m dall'origine;
- **b)** il potenziale nel punto P;
- **c)** il lavoro richiesto per portare una terza carica puntiforme $q_3 = 4\mu C$ dall'infinito al punto P;
- **d)** la forza elettrostatica che agisce su q_3 posta in P;
- **e)** l'energia potenziale totale del sistema costituito dalle tre cariche nella configurazione finale.

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO

Esercizi

Soluzione:

a) Il campo elettrico è la somma vettoriale dei campi elettrici generati dalle due cariche. Per semplicità conviene calcolare le due componenti E_x ed E_y.

$$E_x = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\cos\theta = -\frac{1}{4\pi\times 8.86\cdot 10^{-12}\,C^2/N\cdot m^2}\frac{-2\,\mu C}{(4^2+3^2)m^2}\frac{3}{\sqrt{4^2+3^2}} = 431\,V/m$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\sin\theta =$$

$$= \frac{1}{4\pi\times 8.86\cdot 10^{-12}\,C^2/N\cdot m^2}\left(\frac{5\,\mu C}{4^2 m^2} + \frac{-2\,\mu C}{(4^2+3^2)m^2}\frac{4}{\sqrt{4^2+3^2}}\right) = 2232\,V/m$$

pertanto il campo elettrico $\vec{E}$ avrà modulo $E = \sqrt{E_x^{\,2}+E_y^{\,2}} = 2273\,V/m$ e direzione rispetto all'asse x data da $\vartheta = arctg\,\frac{E_y}{E_x} \approx 79°$.

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO

Esercizi

b) Il potenziale è la somma dei potenziali generati dalle singole cariche $V_P = V_1 + V_2$.

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}} = \frac{1}{4\pi \times 8.86 \cdot 10^{-12}\, C^2/N \cdot m^2}\frac{5\,\mu C}{4\,m} = 11.2\,kV$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}} = \frac{1}{4\pi \times 8.86 \cdot 10^{-12}\, C^2/N \cdot m^2}\frac{-2\,\mu C}{\sqrt{4^2+3^2}\,m} = -3.6\,kV$$

da cui $V_P = 11.2\,kV - 3.6\,kV = 7.6\,kV$

c) Il lavoro è dato da $L = \Delta U = U_P - U_\infty = q_3(V_P - V_\infty) = 4\mu C \times (7.6\,kV - 0\,kV) = 30.4\,mJ$

$L = -\Delta U = -30.4\,mJ$ è il lavoro fatto **dalla** forza elettrica

$L = \Delta U = 30.4\,mJ$ è il lavoro fatto **contro la** forza elettrica

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO

Esercizi

d) Conoscendo il campo elettrico possiamo ricavare la forza elettrostatica $F = q_3 E = 4 \cdot 10^{-6} C \times 2273 V/m = 9.1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}$, stessa direzione e verso del campo elettrico.

e) Il modo migliore per calcolare l'energia potenziale è di costruirla immaginando di portare al proprio posto da un punto all'infinito le tre cariche una alla volta, partendo da una situazione iniziale priva di cariche elettriche.

$U_1 = 0$: q_1 non risente di alcun potenziale elettrico;

$U_2 = q_2 V_1(r_{12}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r_{12}}$: q_2 risente solo della presenza di q_1.

$U_3 = q_3 V_1(r_{13}) + q_3 V_2(r_{23}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q_1 q_3}{r_{13}} + \dfrac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$: q_3 risente della presenza di q_1 e q_2. Da cui:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 =$$

$$= \frac{1}{4\pi \times 8.86 \cdot 10^{-12}\, C^2/N \cdot m^2}\left(\frac{5\,\mu C \times (-2\,\mu C)}{3\,m} + \frac{5\,\mu C \times 4\,\mu C}{4\,m} + \frac{-2\,\mu C \times 4\,\mu C}{\sqrt{4^2+3^2}\,m}\right) = 0.6\,mJ$$

ORBITE ED ENERGIA <0

L'esempio della forza gravitazionale

Consideriamo un corpo di massa *m* avente velocità di modulo *v* in un punto a distanza *r* dal centro della Terra (di massa M_T). La sua energia meccanica sarà:

$$\text{(6)} \quad \boxed{E_M = K + U(r)} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{r},$$

poiché $U(r) < 0$, possiamo avere:

a) $E_M > 0$,

b) $E_M < 0$

c) $E_M = 0$, come caso limite.

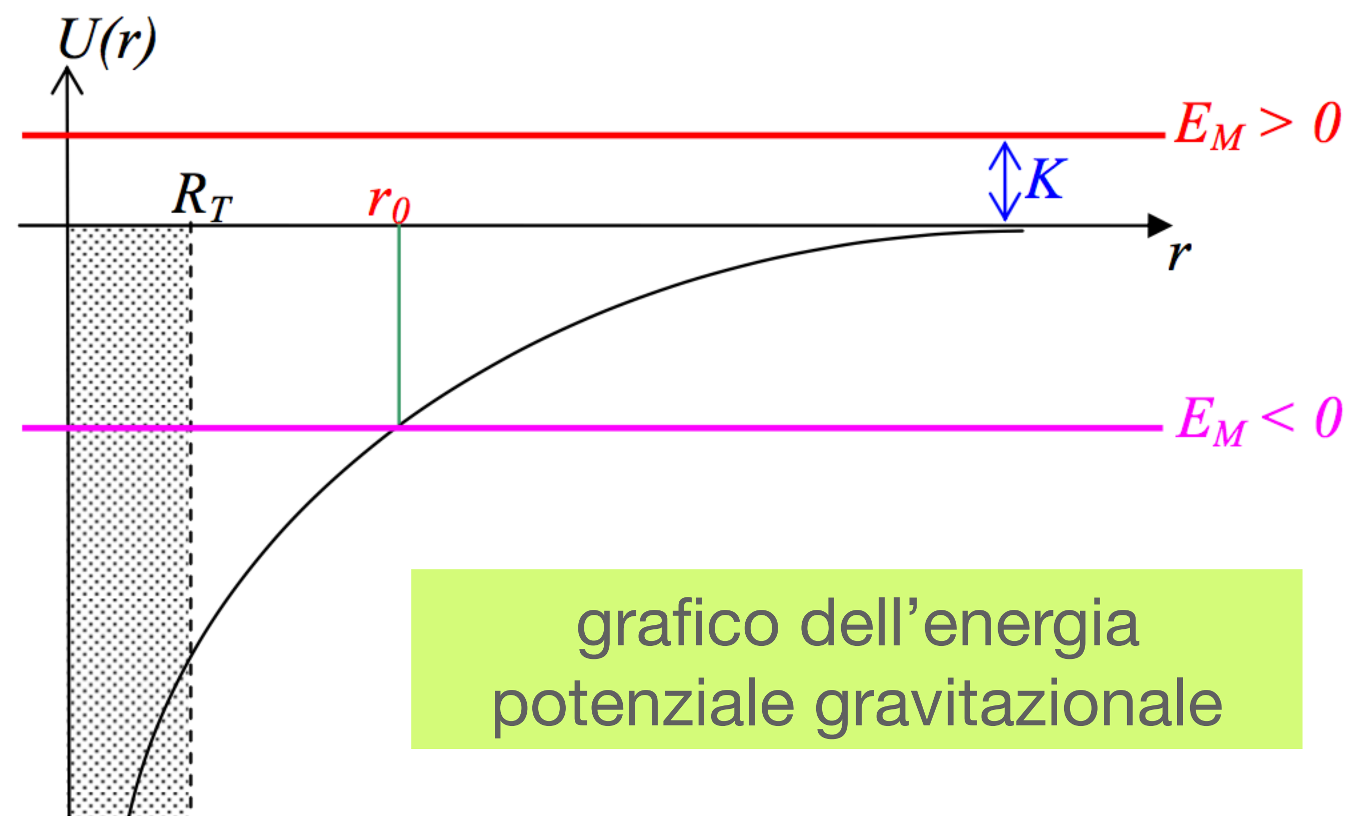


grafico dell'energia potenziale gravitazionale

Caso a) $E_M > 0$,

La massa *m* può raggiungere qualsiasi distanza dalla terra ($r > R_T$). Per *r* molto grande (al limite per $r \to \infty$) l'influenza della terra diviene trascurabile ($F_g \to 0$, $U(r) \to 0$) e la massa *m* si muoverà di moto rettilineo uniforme con energia $K = \frac{1}{2}mv_\ell^2$ ovvero $v_\ell = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

Caso a) $E_M < 0$,

La massa *m* può trovarsi solo a distanza per cui $U(r) < E_M$ ovvero può raggiungere al più una distanza r_0. Il sistema è legato, la massa potrà eventualmente continuare a muoversi intorno alla terra mantenendo una posizione $R_T < r < r_0$ (stabilizzarsi in un'orbita).

Legge di Gauss

flusso del campo vettoriale attraverso la superficie chiusa S1

Carica complessiva contenuta all'interno della superficie S1

$$\boxed{\oint_{\boxed{S_1}} \vec{E} \cdot d\vec{S}} = \frac{\boxed{q_{int}}}{\varepsilon_0}$$

S1 = superficie di forma e dimensioni generiche CHIUSA

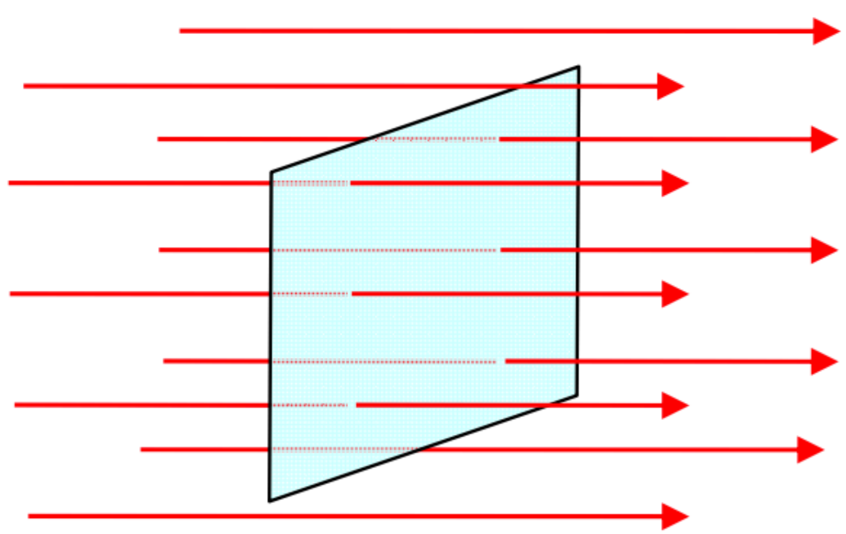
Come si calcola il Flusso di un Campo Vettoriale ???

una delle leggi fondamentali dell'elettrostatica

equivale alla legge di Coulomb + principio di sovrapposizione

Flusso di un campo vettoriale

Consideriamo un campo uniforme $\vec{E}$ ed una superficie piana S perpendicolare alle linee di campo.



Definiamo flusso del campo $\vec{E}$ attraverso la superficie S la quantità :

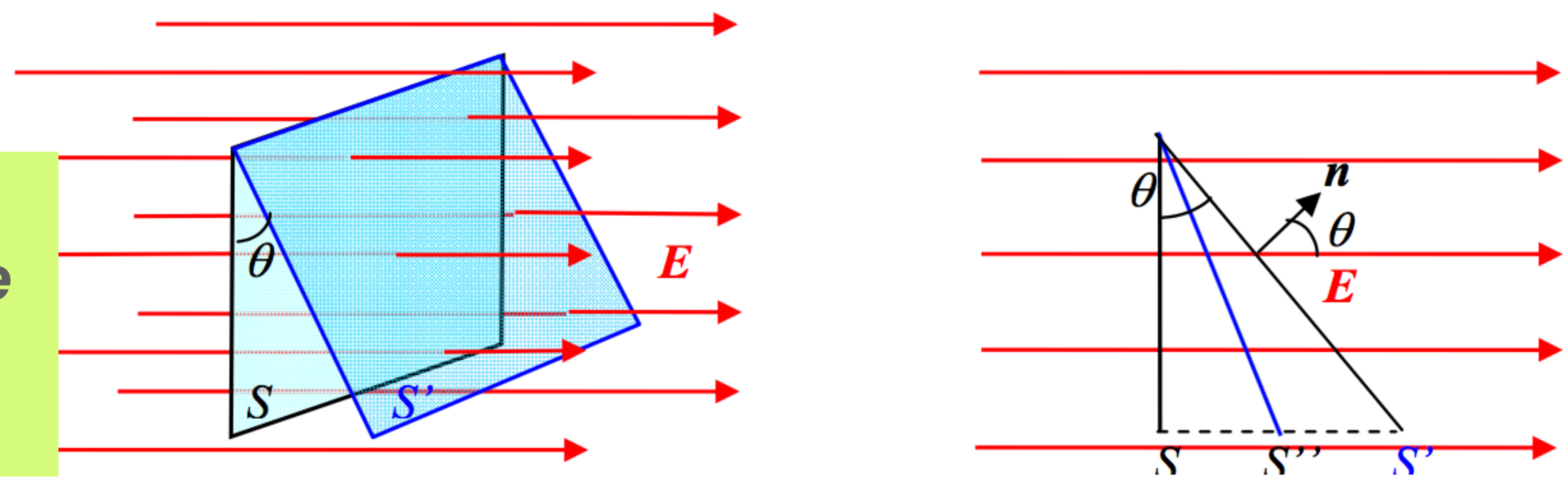
$\Phi_E = E \cdot S$ (misurata in Vm)

(Interpretazione: il flusso valuta il numero delle linee di campo che attraversano la superficie considerata)

FLUSSO DI UN CAMPO VETTORIALE

Si nota in figura seguente, che superficie diverse S’ ma legate fra loro dalla relazione
$S = S' \cdot \cos\,\theta$
sono attraversate dallo stesso numero di linee di campo ovvero hanno lo stesso flusso.
Possiamo generalizzare: $\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos\theta$.

il flusso attraverso S e attraverso S’ è uguale



L’area di S’ è
A’ = ab’

L’area di S è
A = ab
con b = b’ cosθ

Flusso attraverso S è = E A

Flusso attraverso S’ è

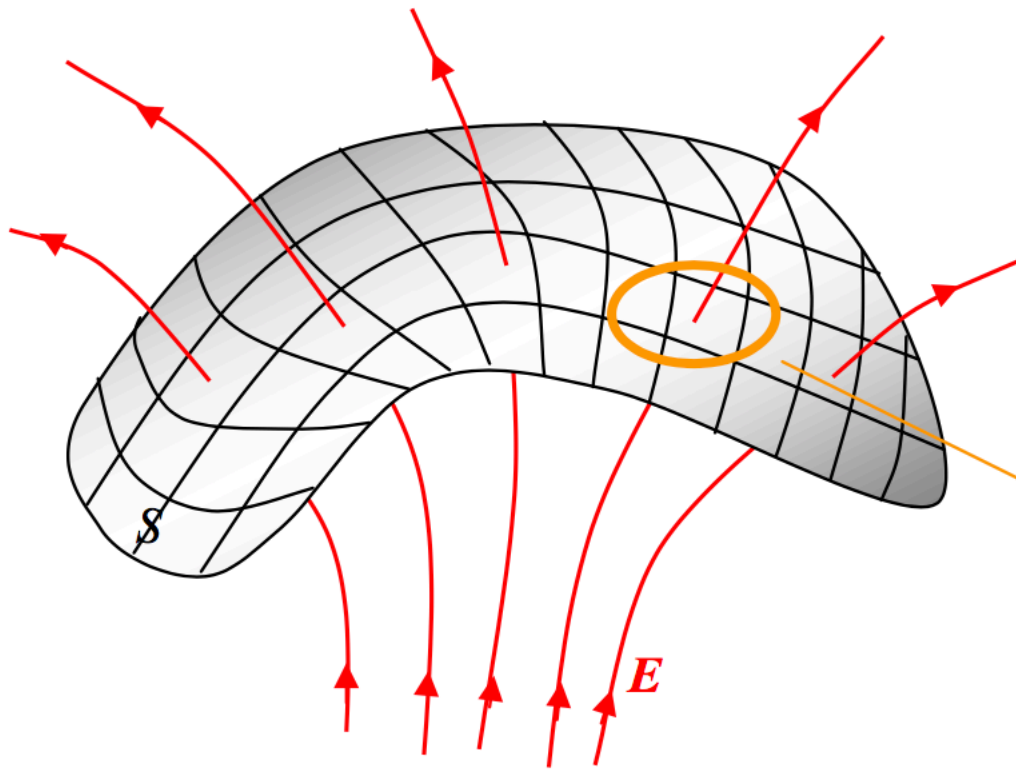
$\vec{E} \cdot \vec{S}'$ = E ab’ cosθ
= E A

Osserviamo che θ, angolo fra le due superfici, è anche l’angolo che si forma fra la normale ad S’ e la direzione del campo.

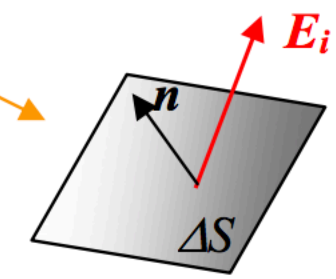
Data una superficie S piana, definiamo **vettore superficie** $\vec{S} = S\vec{n}$ come un vettore di modulo pari alla superficie S e direzione e verso quello della normale alla superficie stessa:
abbiamo$\Rightarrow \Phi_E = ES\cos\theta = \vec{E} \cdot \vec{S}$

FLUSSO DI UN CAMPO VETTORIALE

Superficie generica



$$\Delta\Phi_{E,i} = E_i \cdot \Delta S \cdot \cos\theta = \vec{E}_i \cdot \Delta S\vec{n} .$$



Il flusso attraverso l'intera superficie S, sarà calcolabile come:

$$\Phi_E = \sum \Delta\Phi_{E,i} = \sum \vec{E}_i \cdot \Delta S\vec{n} .$$

al limite

$$\Phi_E = \lim_{\Delta S \to 0} \sum \Delta\Phi_{E,i} = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

ALCUNI RISULTATI FACILI

Partendo dalla legge di Coulomb e dal princ. di sovrapposizione è possibile calcolare il campo elettrico generato da una qualunque configurazione di cariche. Nella tabella seguente sono riportati alcuni casi particolari.

Configurazione		Campo elettrostatico		Potenziale elettrostatico
carica puntiforme		$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$	il campo è radiale	$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$ $V(\infty) = 0$
dipolo componente lungo l'asse //	$p = qd$ momento di dipolo $(C \cdot m)$	$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p(2y^2 - x^2)}{(x^2+y^2)^{5/2}}$		$V(r,\theta) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$
dipolo componente lungo l'asse $\perp$		$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3pxy}{(x^2+y^2)^{5/2}}$		
sfera uniformemente carica di raggio R	ρ = densità di carica (C/m^3) $Q = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$ = carica totale	$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r \quad r \le R$ $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} \quad r > R$	il campo è radiale rispetto al centro della sfera	$V(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right) \quad r \le R$ $V(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \quad r > R$ $V(\infty) = 0$
superficie sferica uniformemente carica	σ = densità superficiale di carica (C/m^2) $Q = 4\pi R^2\sigma$ = carica totale	$E = 0 \quad r \le R$ $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} \quad r > R$	il campo è radiale rispetto al centro della sfera	$V(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}R \quad r \le R$ $V(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \quad r > R$ $V(\infty) = 0$

Un metodo per arrivare agli stessi risultati, molto più facilmente, *quando il sistema di sorgenti di cariche presenti delle simmetrie*, ***si basa sull'utilizzo della legge di Gauss***

risultati ottenibili con Gauss

ALCUNI RISULTATI FACILI

filo infinito uniformemente carico	λ = densità lineare di carica (C/m)	$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$	il campo è radiale al filo	$V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r$
anello di raggio R uniformemente carico, in un punto dell'asse		$E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$	Il campo è diretto lungo l'asse	$V(z) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{z^2 + R^2}}$
piano infinito uniformemente carico	σ = densità superficiale di carica (C/m^2)	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$	il campo è perpendicolare al piano	$V(d) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}d$ $V(0) = 0$

risultati ottenibili con Gauss

ALCUNI RISULTATI NOTEVOLI

Configurazione		Campo elettrostatico		Potenziale elettrostatico
carica puntiforme		$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$	il campo è radiale	$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$ $V(\infty) = 0$

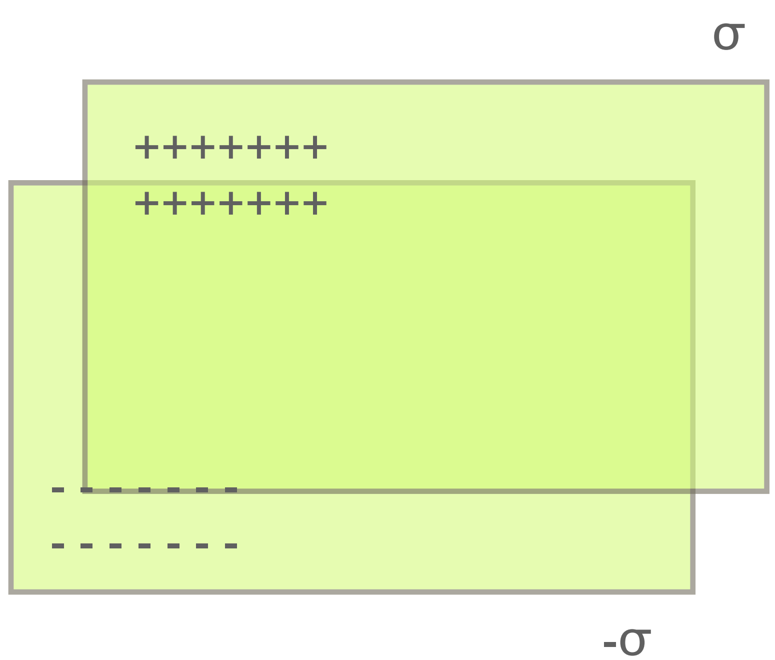
in presenza di una distribuzione di carica a simmetria sferica
(ρ dipendente solo da r)
all'esterno il campo elettrico/potenziale è = campo/potenziale Coulombiano

sfera uniformemente carica di raggio R	ρ = densità di carica (C/m^3) $Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ = carica totale	$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \quad r \le R$ $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} \quad r > R$	il campo è radiale rispetto al centro della sfera	$V(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right) \quad r \le R$ $V(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \quad r > R$ $V(\infty) = 0$
superficie sferica uniformemente carica	σ = densità superficiale di carica (C/m^2) $Q = 4\pi R^2 \sigma$ = carica totale	$E = 0 \quad r \le R$ $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} \quad r > R$	il campo è radiale rispetto al centro della sfera	$V(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R \quad r \le R$ $V(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \quad r > R$ $V(\infty) = 0$

ALCUNI RISULTATI NOTEVOLI

Campo elettrico =

= somma dei campi elettrici dovuto ai due strati superficiali di carica



E = 0 all'esterno

E = σ/ε_0 perpendicolare ai piani e diretto dallo strato con densità di carica positiva a quello con carica negativa