FISICA

CdS Scienze Biologiche

Stefania Spagnolo

Dip. di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi"

http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo

stefania.spagnolo@le.infn.it

(please, usate **oggetto/subject: CdSBiologia**)

Diario del programma e delle lezioni svolte

http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo/Fis_ScienzeBiologiche_2017-18.htm

INTRODUZIONE: fissiamo le idee

Esercizi

1. Rispondi a ciascuna domanda con un sì o un no. Due quantità devono avere le stesse dimensioni se (a) devono essere sommate? (b) se devono essere moltiplicate? (c) se devono essere sottratte? (d) se devono essere divise? (e) se devono essere uguagliate?

Serway, Jewett "*Elementi di Fisica*" EdiSES

2. Qual è la somma dei valori misurati 21.4 s + 15 s + 17.17 s + 4.00 3 s? (a) 57.573 s (b) 57.57 s (c) 57.6 s (d) 58 s (e) 60 s

3. Quale delle seguenti è la migliore stima della massa della popolazione della Terra? (a) 2×10^8 kg (b) 1×10^9 kg (c) 2×10^{10} kg (d) 3×10^{11} kg (e) 4×10^{12} kg

4. Qual è la componente y del vettore $(3\hat{i} - 8\hat{k})$ m/s? (a) 3 m/s (b) – 8 m/s (c) 0 (d) 8 m/s (e) nessuna delle risposte precedenti

10. Qual è la componente y del vettore mostrato in Figura Q1.9? (a) 3 cm (b) 6 cm (c) – 4 cm (d) – 6 cm (e) nessuna delle precedenti risposte

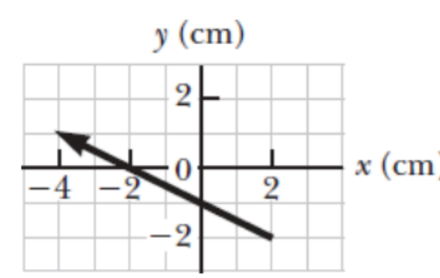


FIGURA Q1.9 Quesiti 9 e 10.

11. Qual è l'ampiezza del vettore $(10\hat{i} - 10\hat{k})$ m/s? (a) 0 (b) 10 m/s (c) – 10 m/s (d) 10 (e) 14.1 m/s

INTRODUZIONE: fissiamo le idee

7. La posizione di una particella quando si muove con accelerazione costante è una certa funzione del tempo trascorso e dell'accelerazione. Supponiamo di scrivere questa posizione come $x = ka^m t^n$, dove k è una costante adimensionale. Mostrare con l'analisi dimensionale che questa espressione è soddisfatta se $m = 1$ e $n = 2$. Può questa analisi dare il valore di k?

10. Un atomo d'idrogeno ha un diametro approssimativamente di 1.06×10^{-10} m, così come è definito dal diametro della nube elettronica sferica attorno al nucleo. Il nucleo dell'idrogeno ha un diametro di 2.40×10^{-15} m circa. (a) Per un modello in scala, rappresentare il diametro dell'atomo d'idrogeno quanto la lunghezza di un campo di calcio americano (100 yard = 300 ft), e determinare il diametro del nucleo in millimetri. (b) Quante volte l'atomo è più grande in volume del suo nucleo?

1 yard = 0.9144 m

a) 45×10^{-5} m = 0.45mm

b) $(1.06/2.40)^3 \times 10^{15}$ $= 0.86 \times 10^{14}$

68. BIO Un centimetro cubo di acqua ha una massa di 1.00×10^{-3} kg. (a) Determinare la massa di 1.00 m³ di acqua. (b) Le sostanze biologiche contengono il 98% di acqua. Si assuma che esse abbiano la stessa densità dell'acqua per stimare le masse di una cellula che abbia un diametro di 1.00 *mm*, di un rene umano, e di una mosca. Si modelli il rene come una sfera di raggio 4.00 cm e la mosca come un cilindro di lunghezza 4.00 mm e diametro 2.00 mm.

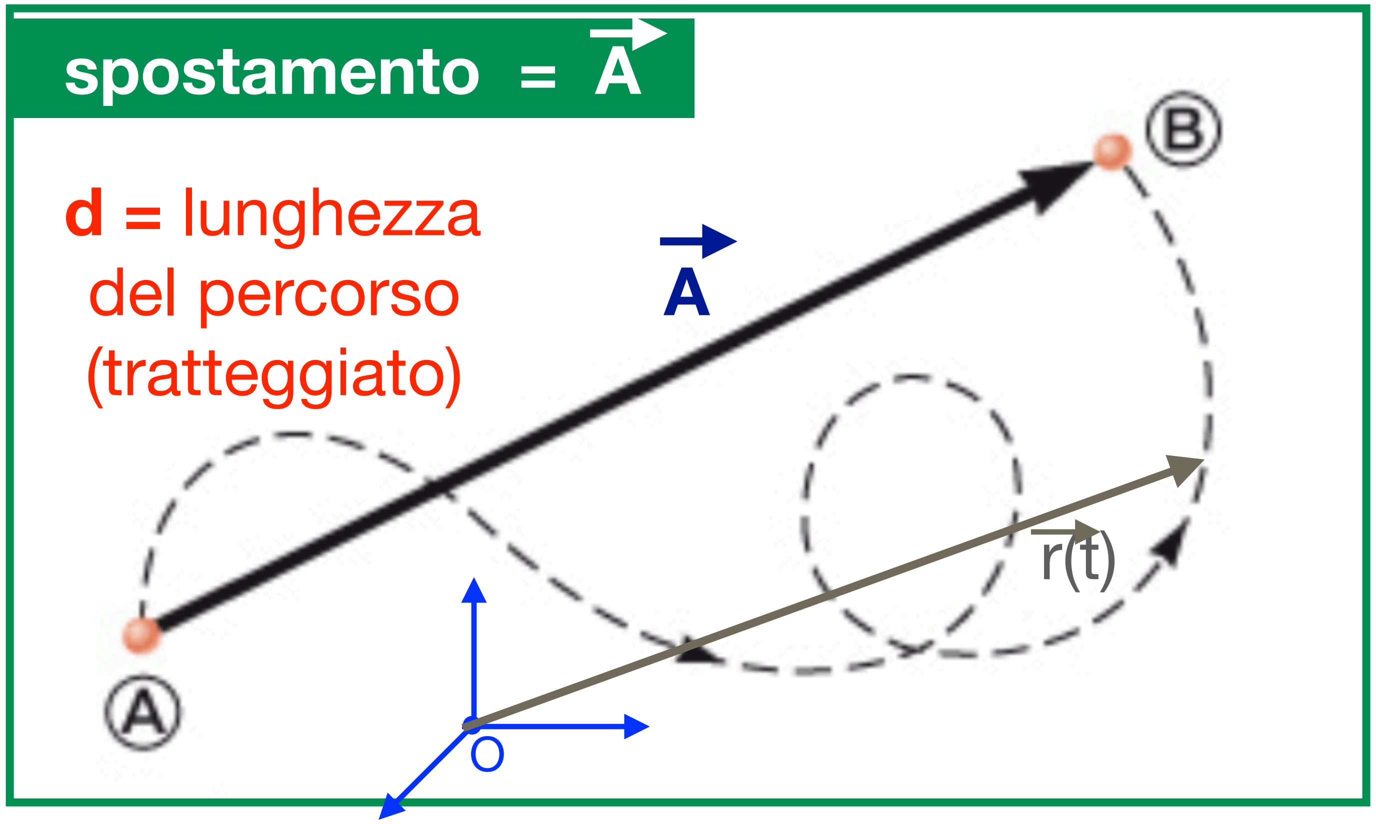
66. Una donna che desidera conoscere l'altezza di una montagna misura un angolo di elevazione della cima rispetto all'orizzonte pari a 12.0°. Dopo essersi avvicinata di 1.00 km alla base della montagna, misura un angolo di 14.0°. (a) Disegna una rappresentazione del problema, trascurando l'altezza degli occhi della donna rispetto al suolo.

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

- Definizione di Velocità
  - numerose definizioni ….
- Definizione di Accelerazione
  - …. un paio di definizioni

- moto rettilineo uniforme
- moto rettilineo uniformemente accelerato

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE



Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

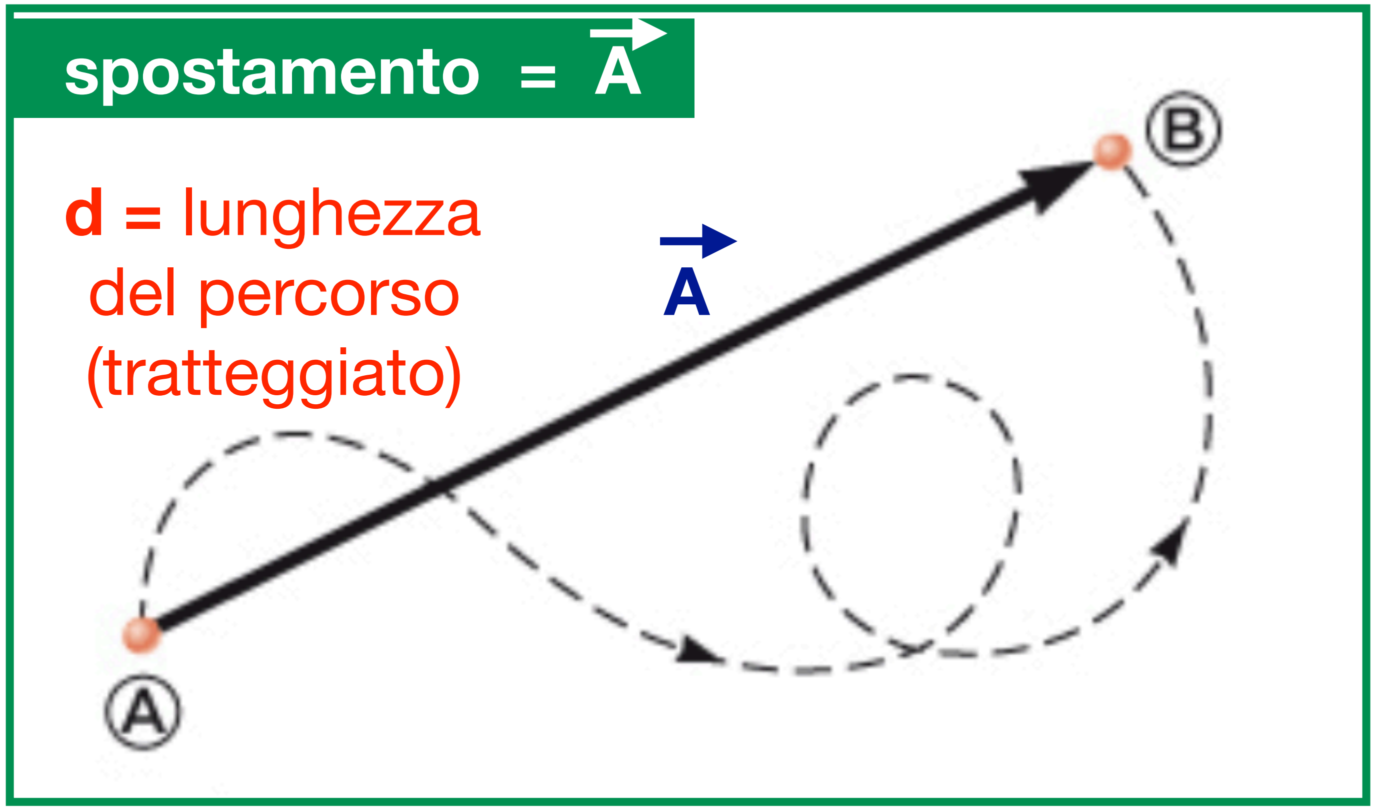
- parte al tempo t_A e arriva al tempo t_B, impiega il tempo **Δt** = $t_B - t_A$
- percorre il percorso tratteggiato in figura, che ha lunghezza **d**
- lo spostamento del punto materiale è il vettore $\vec{A}$

Conoscere la traiettoria del punto materiale significa conoscere il suo vettore di posizione ad ogni istante di tempo $\vec{r}(t)$

il vettore **spostamento** ci fornisce ***solo*** un'informazione **riassuntiva (globale) sul moto**

la posizione istantanea $\vec{r}(t)$, nota istante per istante, descrive completamente il moto

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE



Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

- parte al tempo t_A e arriva al tempo t_B, impiega il tempo **Δt** $= t_B - t_A$
- percorre il percorso tratteggiato in figura, che ha lunghezza **d**
- lo spostamento del punto materiale è il vettore $\vec{A}$

Definizioni

velocità scalare media $v_{s,m} = d / \Delta t$

velocità media $\vec{v}_m = \vec{A} / \Delta t = \Delta\vec{r} / \Delta t$ do

velocità istantanea $\vec{v}(t) = d\,\vec{r}(t) / dt$

accelerazione media $\vec{a}_m = \Delta\vec{v} / dt$

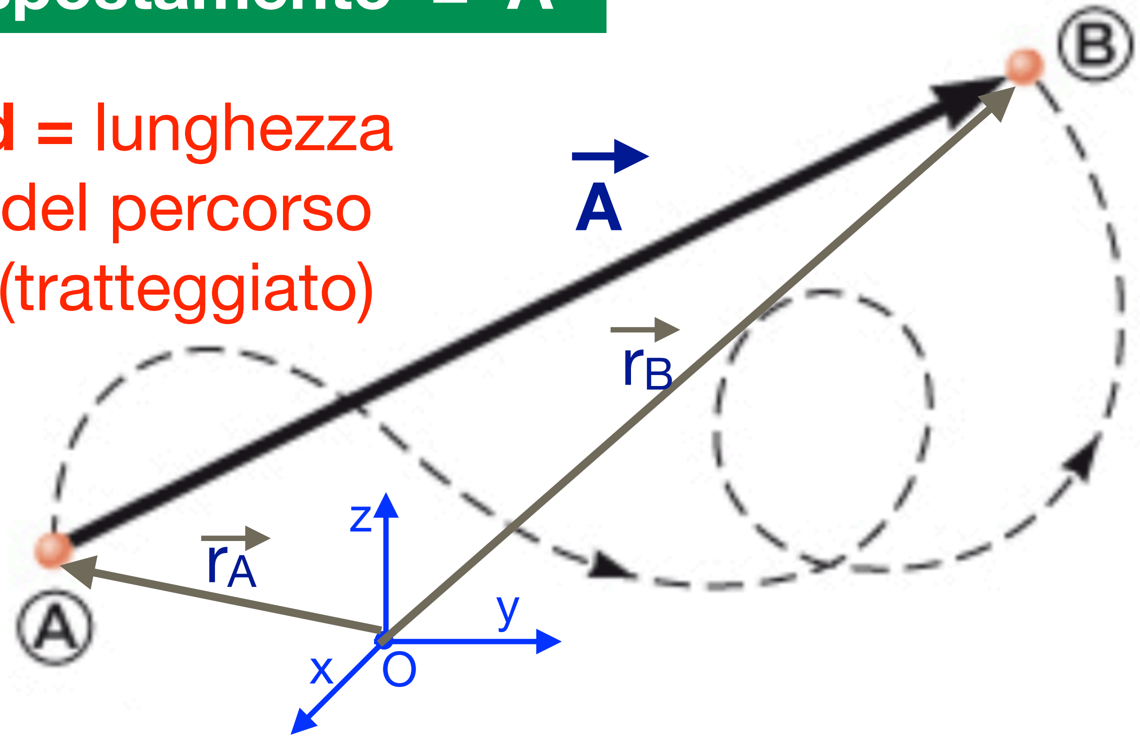
accelerazione istantanea $\vec{a}(t) = d\,\vec{v}(t) / dt$

quantità scalare che tiene conto dell'intero percorso effettivo e ci da un'indicazione del valore medio del modulo della velocità istante per istante; ci fornisce un'informazione **riassuntiva (globale) sul moto**

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

spostamento = $\vec{A}$

d = lunghezza del percorso (tratteggiato)



Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

- parte al tempo t_A e arriva al tempo t_B, impiega il tempo $\Delta t = t_B - t_A$
- percorre il percorso tratteggiato in figura, che ha lunghezza **d**
- lo spostamento del punto materiale è il vettore $\vec{A}$

Definizioni

velocità scalare media $v_{s,m} = d / \Delta t$

velocità media $\vec{v}_m = \vec{A} / \Delta t = \Delta\vec{r} / \Delta t$ dove $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

velocità istantanea $\vec{v}(t) = d\vec{r}(t) / dt$

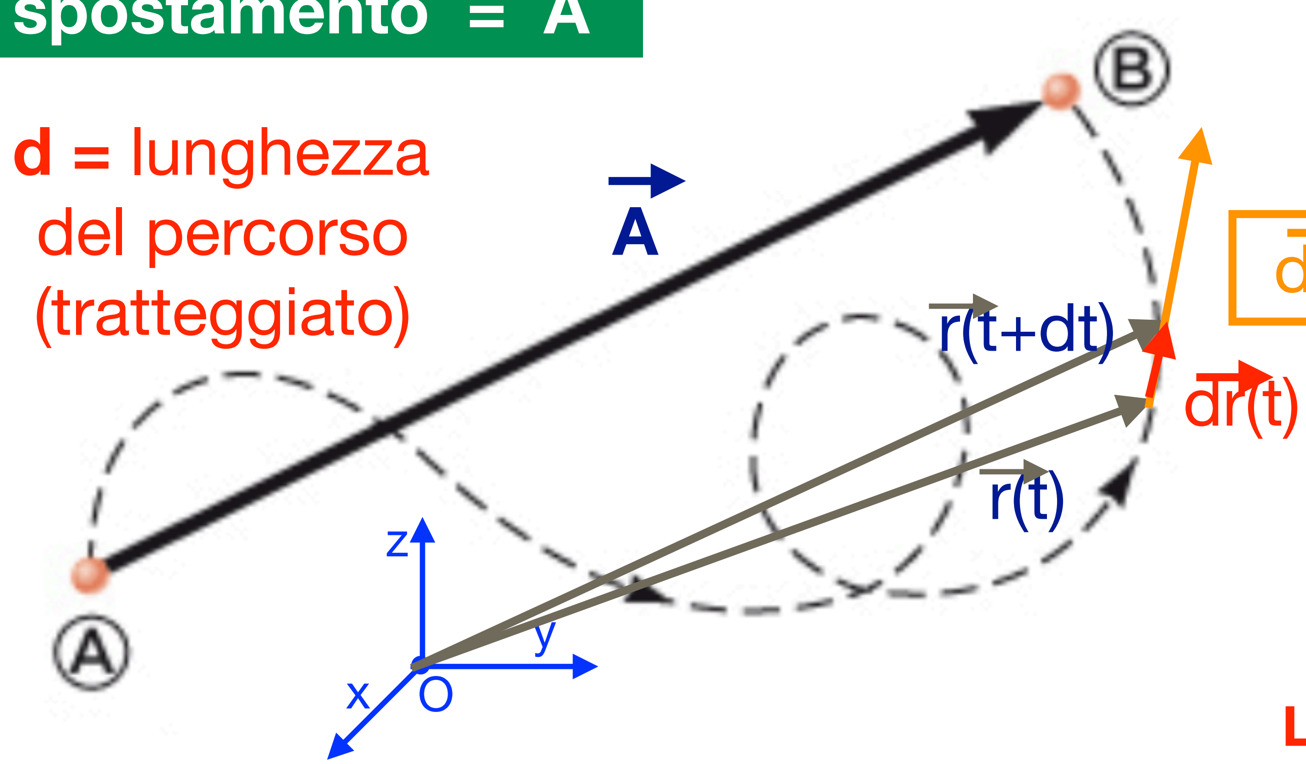
accelerazione media $\vec{a}_m = \Delta\vec{v} / dt$

accelerazione istantanea $\vec{a}(t) = d\vec{v}(t) / dt$

quantità vettoriale; è un vettore parallelo al vettore **spostamento;** tiene conto solo del punto iniziale e del punto finale del percorso; ci fornisce un'informazione **riassuntiva (globale) sul moto**

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE

spostamento = $\vec{A}$



$\overrightarrow{dr(t)}/dt = \vec{v}(t)$

Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

- …npo t_A e arriva al tempo t_B, …empo **Δt** = $t_B - t_A$
- percorre il percorso tratteggiato in figura, che ha lunghezza **d**
- lo spostamento del punto materiale è il vettore $\vec{A}$

Definizioni

velocità scalare media $v_{s,m} = d / \Delta t$

velocità media $\vec{v}_m = \vec{A} / \Delta t = \Delta\vec{r} / \Delta t$

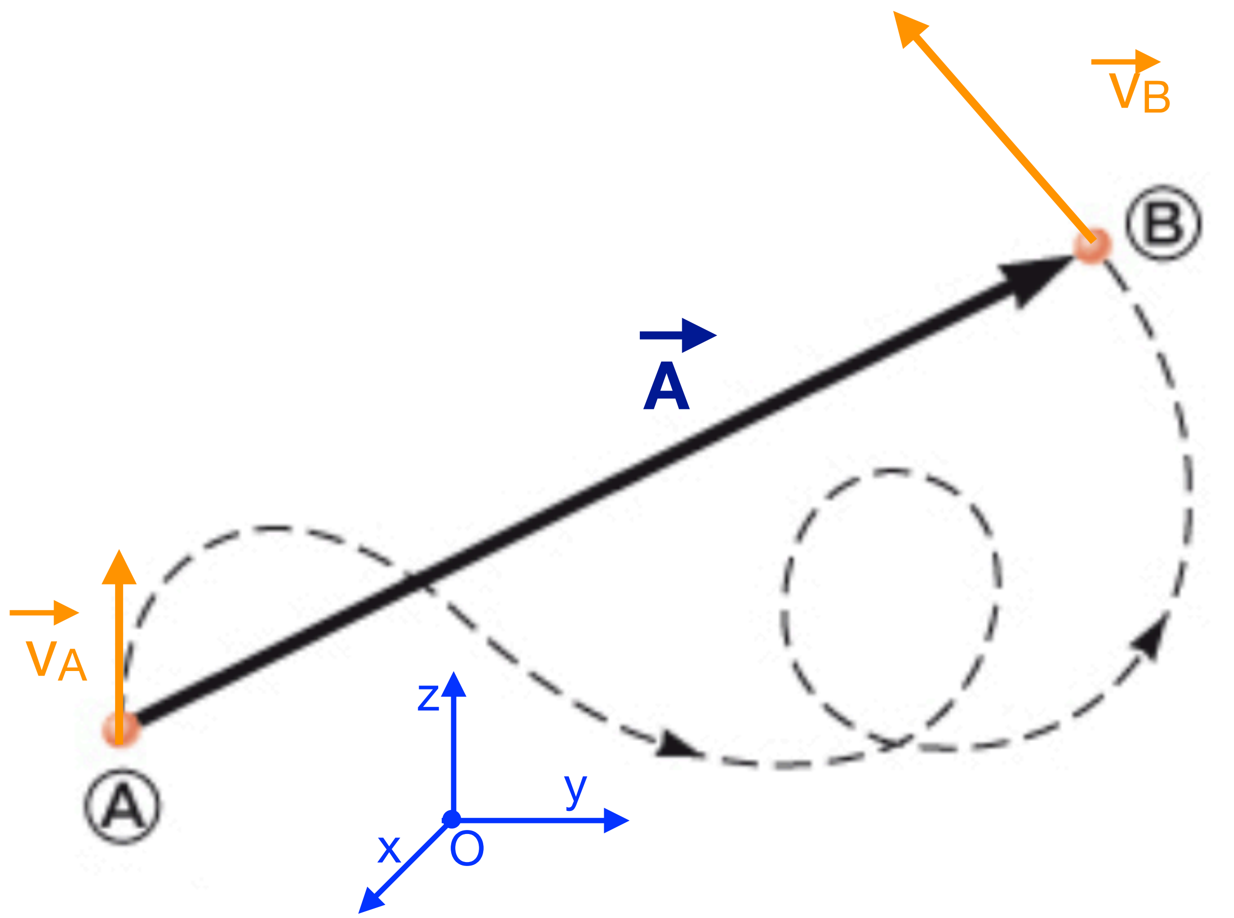
velocità istantanea $\vec{v}(t) = d\,\vec{r}(t) / dt$

accelerazione media $\vec{a}_m = \Delta\vec{v} / dt$

accelerazione istantanea $\vec{a}(t) = d\,\vec{v}(t) / d$

La velocità istantanea, dipende dal punto sulla traiettoria, cioè dipende dal tempo; quantità vettoriale; è un vettore tangente alla traiettoria in ogni suo punto (orientato concordemente con il verso del moto); rappresenta la variazione (in modulo direzione e verso) della posizione del punto materiale in un intervallo di tempo infinitesimo di tempo diviso per la durata dell'intervallo (infinitesimo) stesso; ci fornisce un'informazione **istantanea (dipendente dal punto/tempo) sul moto**

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE



Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

- parte al tempo t_A e arriva al tempo t_B, impiega il tempo **Δt** $= t_B - t_A$
- percorre il percorso tratteggiato in figura, che ha lunghezza **d**
- lo spostamento del punto materiale è il vettore **$\vec{A}$**

Definizioni

velocità scalare media $\quad v_{s,m} = d \,/\, \Delta t$

velocità media $\quad \vec{v}_m = \vec{A} \,/\, \Delta t = \Delta\vec{r} \,/\, \Delta t$

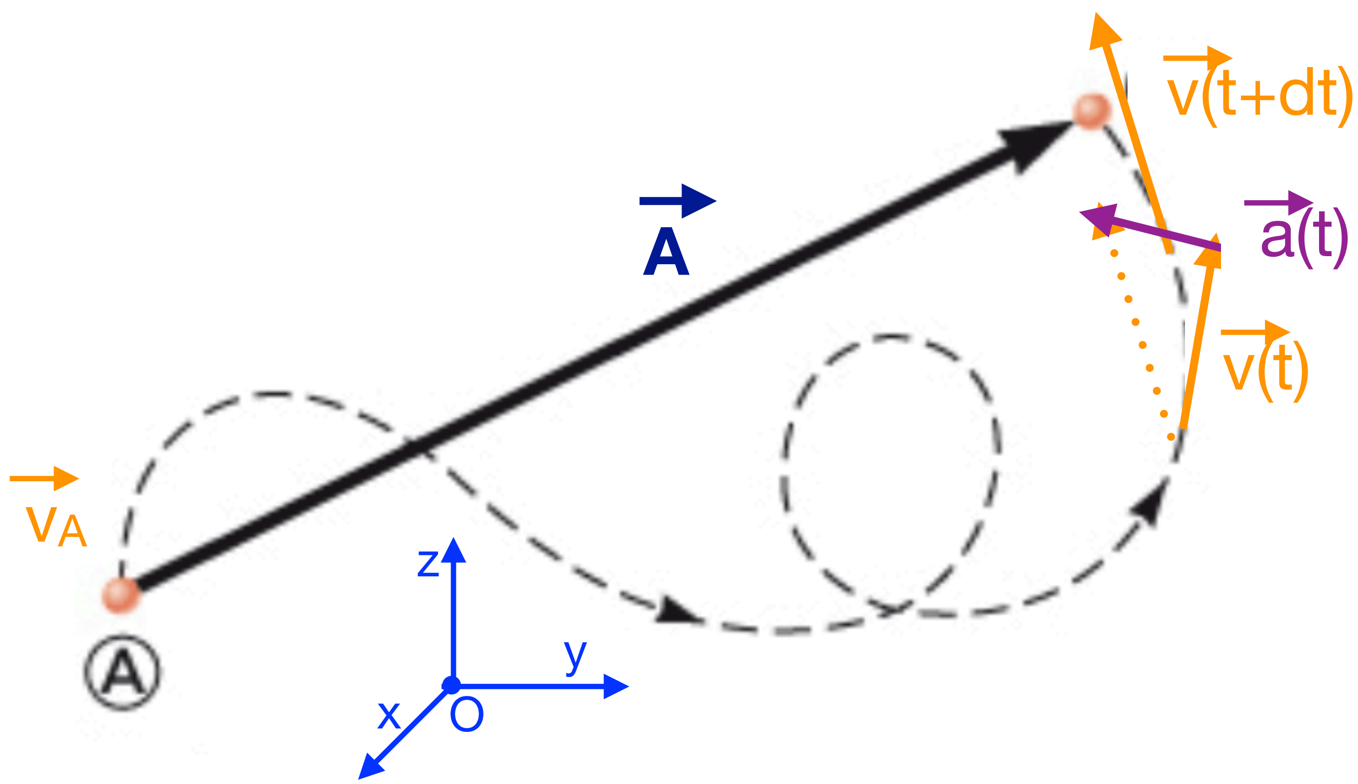
velocità istantanea $\quad \vec{v}(t) = d\,\vec{r}(t) \,/\, dt$

accelerazione media $\quad \vec{a}_m = \Delta\vec{v} \,/\, \Delta t$

accelerazione istantanea $\quad \vec{a}(t) = d\,\vec{v}(t) \,/\, dt$

L'accelerazione media è una quantità vettoriale; tiene conto solo della velocità iniziale e finale e rappresenta la variazione totale di velocità nel percorso ($\vec{v}_B - \vec{v}_A$) divisa per la durata complessiva del moto. Ci fornisce un'informazione **riassuntiva (globale) sul moto**

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE



Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

- parte al tempo t_A e arriva al tempo t_B, impiega il tempo **Δt** = $t_B - t_A$
- percorre il percorso tratteggiato in figura, che ha lunghezza **d**
- lo spostamento del punto materiale è il vettore $\vec{\mathbf{A}}$

Definizioni

velocità scalare media $v_{s,m} = d / \Delta t$

velocità media $\vec{v}_m = \vec{A} / \Delta t = \Delta\vec{r} / \Delta t$

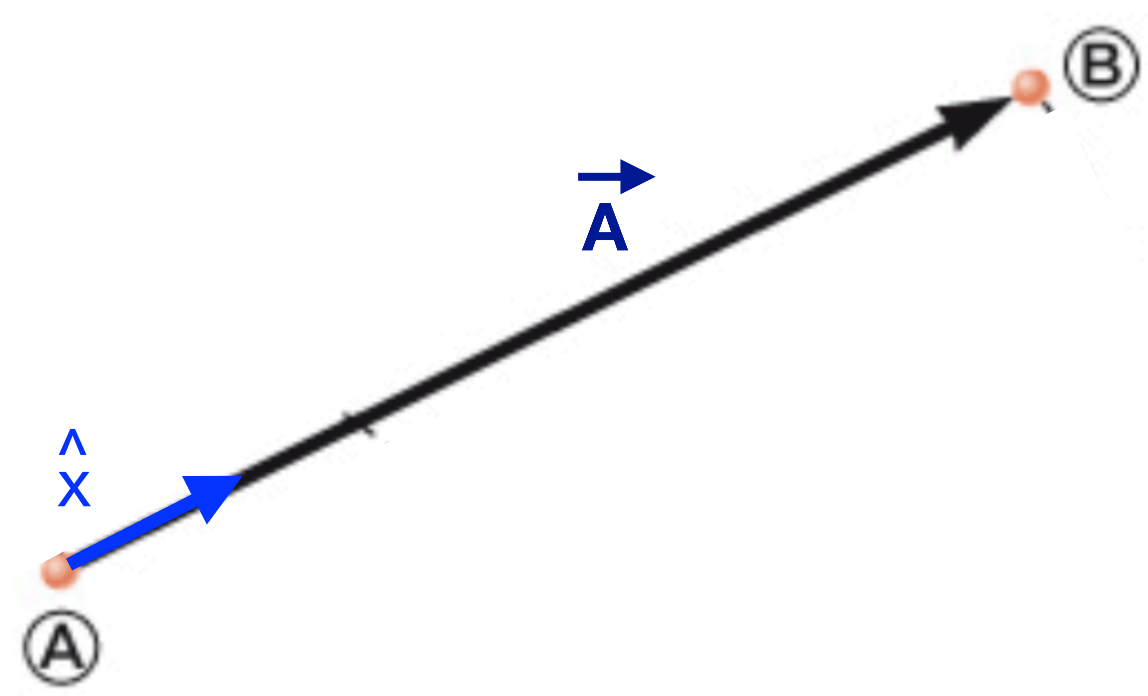
velocità istantanea $\vec{v}(t) = d\vec{r}(t) / dt$

accelerazione media $\vec{a}_m = \Delta\vec{v} / \Delta t$

accelerazione istantanea $\vec{a}(t) = d\vec{v}(t) / dt$

L'accelerazione istantanea è una quantità vettoriale; descrive la rapidità con cui cambia la velocità punto per punto (cioè ad ogni istante di tempo). Ci fornisce un'informazione **istantanea (dipendente dal punto/tempo) sul moto**

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE



Un punto materiale si sposta dal punto A al punto B

- parte al tempo t_A e arriva al tempo t_B, impiega il tempo $\mathbf{\Delta t} = t_B - t_A$
- percorre un percorso rettilineo arbitrario tra A e B, che ha lunghezza **d**
  - *(può procedere andando avanti e poi tornando indietro e ancora avanti, per esempio)*
- lo spostamento del punto materiale è il vettore $\vec{\mathbf{A}}$

Definizioni

velocità scalare media $\quad v_{s,m} = d / \Delta t$

velocità media $\quad \vec{v}_m = \vec{A} / \Delta t = (\Delta x / \Delta t)\,\hat{x} \qquad \Delta x = x_B - x_A \qquad v_m = \vec{v}_m \cdot \hat{x} = \Delta x / \Delta t$

velocità istantanea $\quad \vec{v}(t) = v(t)\,\hat{x} = (dx(t) / dt)\,\hat{x}$

accelerazione media $\quad \vec{a}_m = \Delta\vec{v} / \Delta t$

accelerazione istantanea $\quad \vec{a}(t) = a(t)\,\hat{x} = (dv(t) / dt)\,\hat{x}$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

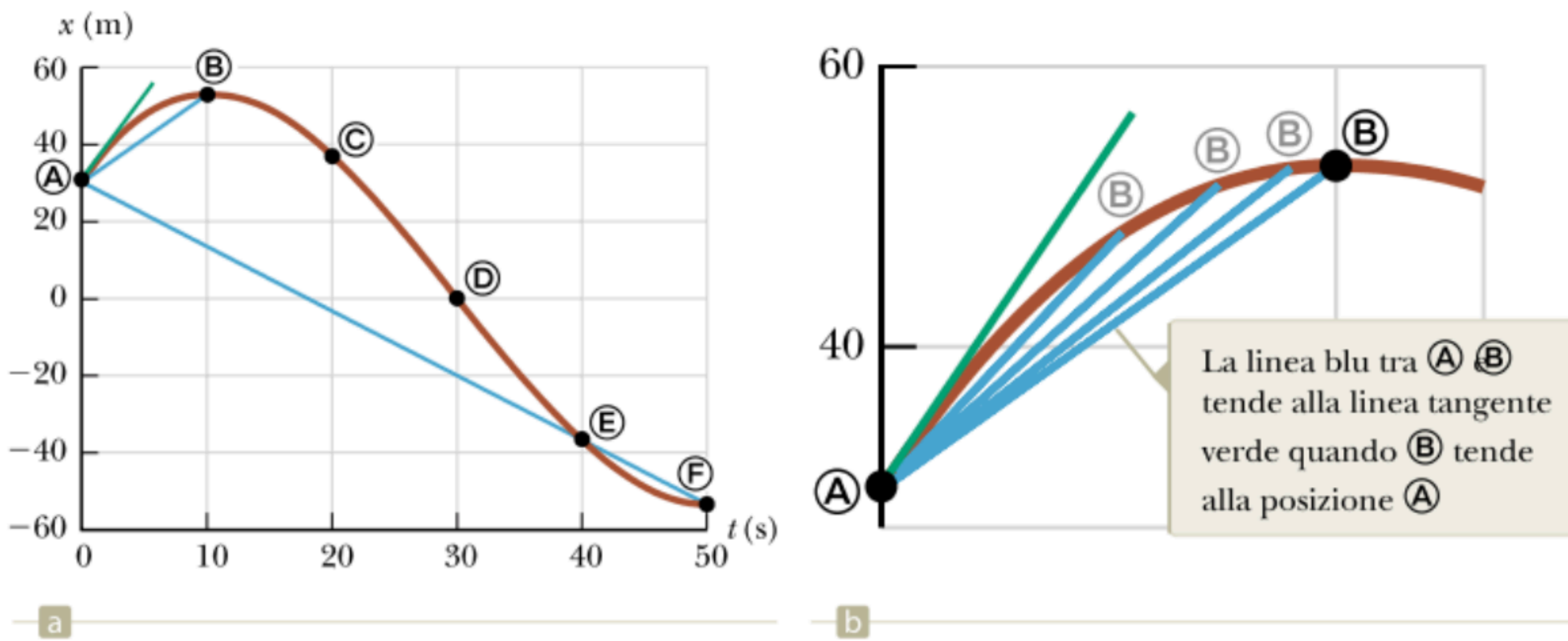


FIGURA 2.2 (a) Grafico spazio-tempo relativo al moto dell'auto in Figura 2.1. (b) Un'immagine ingrandita della parte sinistra del grafico.

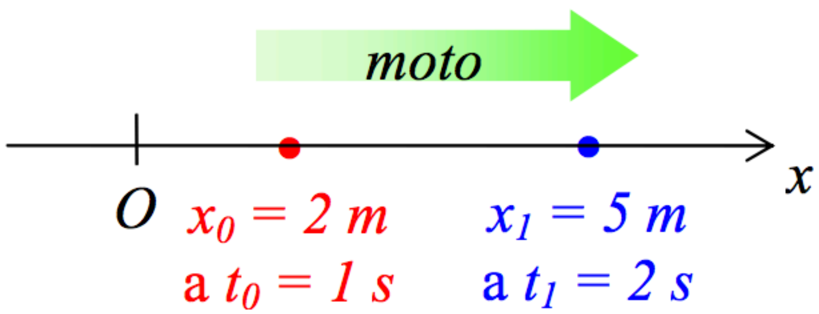
velocità istantanea $\vec{v}(t) = v(t)\,\hat{x} = (dx(t)/dt)\,\hat{x}$

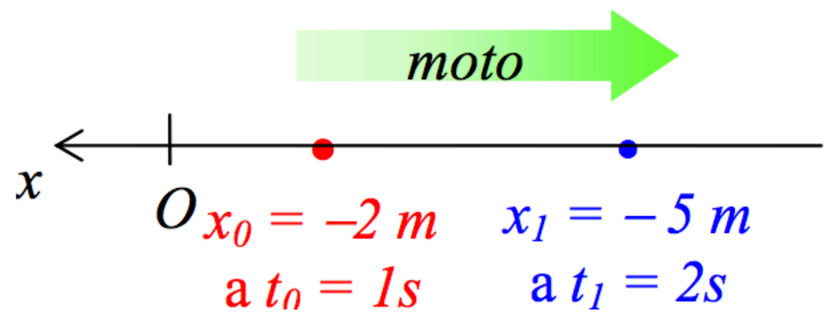
componente x (nella direzione del moto) ———> $v(t) = dx(t)/dt$

v(t) è la pendenza della retta tangente alla curva (funzione) x(t) in funzione di t

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

velocità media in una dimensione





$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(5-2)m}{(2-1)s} = 3\,m/s > 0$$

moto *concorde* con il verso positivo dell'asse $x \Rightarrow v_m > 0$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(-5-(-2))m}{(2-1)s} = -3\,m/s < 0$$

moto *discorde* con il verso positivo dell'asse $x \Rightarrow v_m < 0$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

velocità istantanea in una dimensione

Definiamo quindi la velocità ad un "istante di tempo" t ovvero la ***velocità istantanea*** come la velocità media del punto materiale relativa ad un intervallo di tempo piccolissimo Δt intorno a t , al limite tendente a zero. Dal punto di vista formale:

$$v_i \approx v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} \quad \text{per } \Delta t \to 0 \qquad \text{ovvero}$$

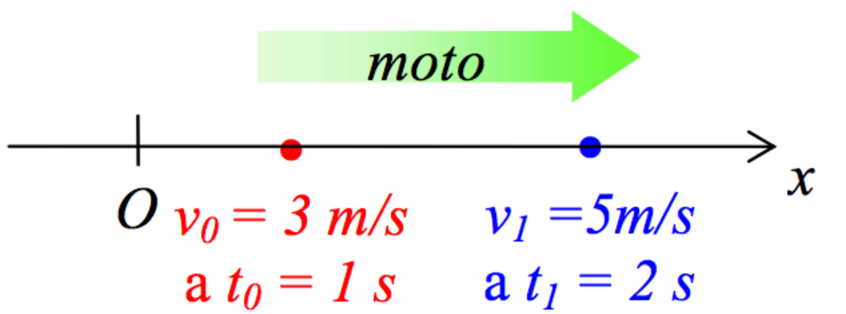
$$v_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow$$

$$v_i = \frac{dx}{dt}$$

Ossia la velocità istantanea di un punto è la rapidità di variazione della posizione occupata dal punto con il tempo, ovvero la derivata prima rispetto al tempo della posizione spaziale $x(t)$.

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

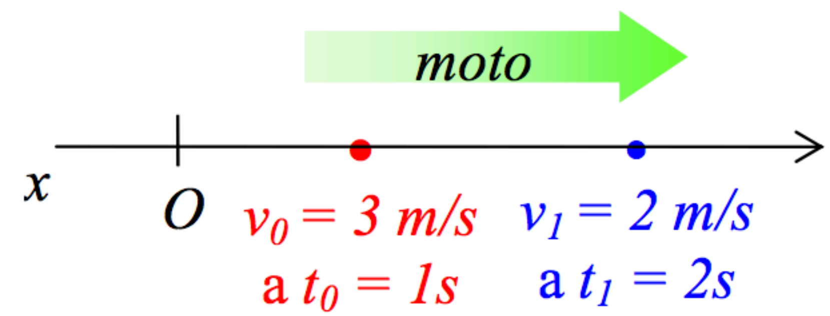
accelerazione media in una dimensione



$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(5-3) m/s}{(2-1) s} = 2\, m/s^2 > 0$$

moto nel verso positivo di x con

velocità in aumento $\Rightarrow a_m > 0$



$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(2-3) m/s}{(2-1) s} = -1\, m/s^2 < 0$$

moto nel verso positivo di x con

velocità in diminuzione $\Rightarrow a_m < 0$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

accelerazione istantanea in una dimensione

Definiamo quindi la accelerazione ad un "istante di tempo" t ovvero ***l'accelerazione istantanea*** come l' accelerazione media del punto materiale relativa ad un intervallo di tempo piccolissimo Δt intorno a t, al limite tendente a zero. Dal punto di vista formale:

$$a_i \approx a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t} \quad \text{per } \Delta t \to 0 \qquad \text{ovvero}$$

$$a_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$a_i = \frac{dv}{dt}$$

Ossia l'accelerazione istantanea di un punto è la rapidità di variazione della velocità del punto con il tempo, ovvero la derivata prima rispetto al tempo della velocità $v(t)$.

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Consideriamo casi semplici:

- Velocità costante: $v(t) = v_0$ per ogni istante di tempo t
  - cioè la velocità istantanea non cambia mai ne' modulo ne' velocità ne' verso
    - la velocità scalare media = v_0
    - la velocità media (componente sull'asse del moto) è v_0
    - **in tempi uguali** il punto materiale percorre **distanze uguali**
    - $x(t) = x_A + v_0 (t - t_A)$
    - **moto rettilineo uniforme**
- NOTA:
  - velocità costante SIGNIFICA accelerazione nulla

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

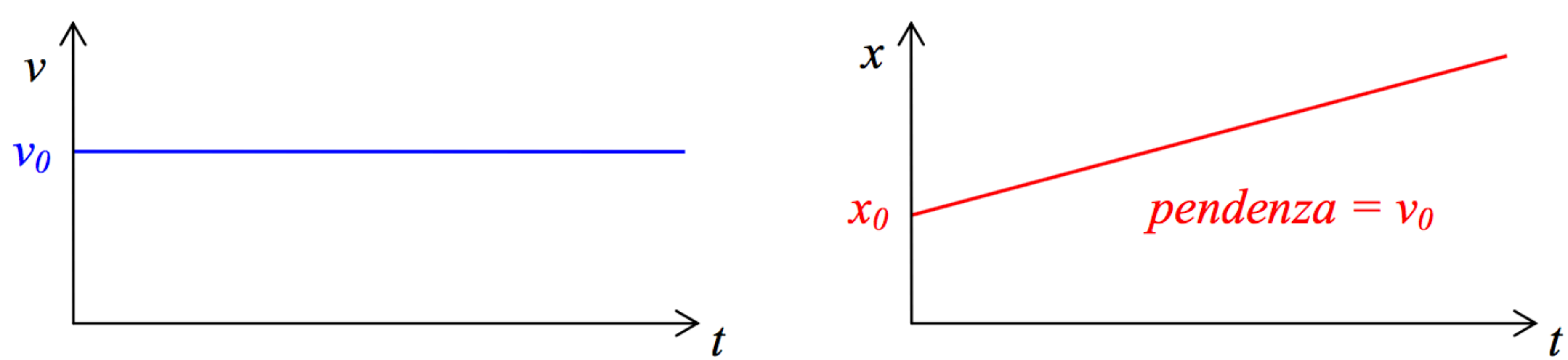
Consideriamo casi semplici:

- Velocità costante: $v(t) = v_0$ per ogni istante di tempo t
  - $x(t) = x_A + v_0\,(t - t_A)$ ***moto rettilineo uniforme***

3.1 $v(t) = cost = v_0$

3.2 $x(t) = x_0 + v_0\,t$

I grafici delle relazioni 3.1 e 3.2 sono dati in fig. 7.



Cinematica del punto materiale in una dimensione

Considieriamo casi semplici:

- Accelerazione costante: $a(t) = a_0$ per ogni istante di tempo t
  - cioè l'accelerazione istantanea non cambia mai ne' modulo ne' velocità ne' verso
    - la velocità non è costante ma cresce in modo uniforme
    - **in tempi uguali la velocità** del punto materiale cambia per **quantità uguali**
    - $v(t) = v_A + a_0 (t - t_A)$
    - $x(t) = x_A + v_A (t-t_A) + (1/2)\, a_0 (t - t_A)^2$
    - **moto rettilineo uniformemente accelerato**

per $t_A = 0$

$$v(t) = v_0 + at.$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

DIMOSTRAZIONE

Caso $a = cost$: *moto rettilineo uniformemente accelerato*

$$a = a_m = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1} \Rightarrow at_1 = v_1 - v_0 \Rightarrow v_1 = v_0 + at_1 .$$

Data la generalità dell'istante t_1, la precedente espressione vale per un qualsiasi istante di tempo $t \Rightarrow v(t) = v_0 + at$.

Poiché $v(t)$ varia linearmente con il tempo il suo valore medio può essere calcolato come: $v_m = \frac{v_1 + v_0}{2}$ che deve coincide con quello calcolato tramite la definizione di velocità media: $v_m = \frac{x_1 - x_0}{\Delta t} \Rightarrow \frac{x_1 - x_0}{t_1} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow x_1 = x_0 + \frac{1}{2} t_1 (v_1 + v_0)$ usando la relazione precedente per v_1 segue:

$$x_1 = x_0 + \frac{1}{2} t_1 (v_0 + at_1 + v_0) \Rightarrow x_1 = x_0 + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow$$

Data la generalità dell'istante t_1, la precedente espressione vale per un qualsiasi istante di tempo t quindi in un moto rettilineo uniformemente accelerato si ha:

3.3 $v(t) = v_0 + at$.

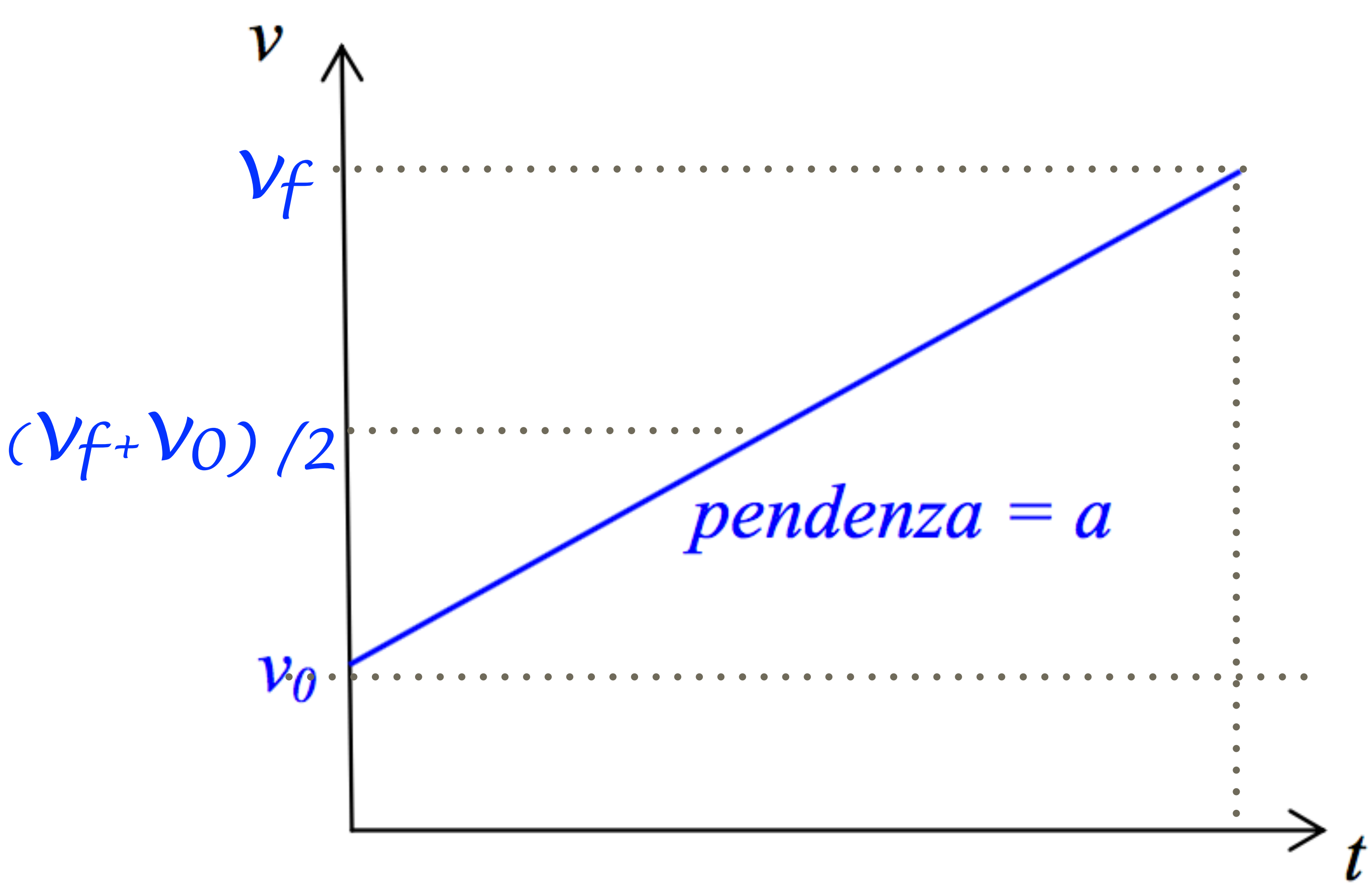
3.4 $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

NOTA: questo non è un passaggio banale, vedi la dimostrazione nella prossima slide

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Considieriamo casi semplici:

- Accelerazione costante: $a(t) = a_0$ per ogni istante di tempo t
  - **$v(t) = v_A + a_0 (t - t_A)$**



NOTA: *l'area sotto la curva v(t), tra t0 e t è uguale allo spostamento totale lungo l'asse x.*

Infatti, dividendo il tempo t-t0 in intervallini infinitesimi l'area sotto la curva risulta uguale alla somma (integrale) delle aree di rettangolini di base (infinitesima) dt e altezza v.
L'area sotto la curva v(t) è la somma dei dx(area del rettangolino) = vdt per tutti i rettangolini; perciò **risulta uguale a x totale**

L'area sotto la curva v(t) [A], d'altra parte, può essere calcolata come somma dell'area di un rettangolo (di lati v0 e t-t0) e di un triangolo reattangolo con cateti vf-v0 e t-t0:
A = v0 x (t-t0) + 0.5 x (vf -v0)x(t-t0) =
= 0.5 x (v0 + vf) **= media aritmetica del valore iniziale e finale della velocità per (t-t0)**.

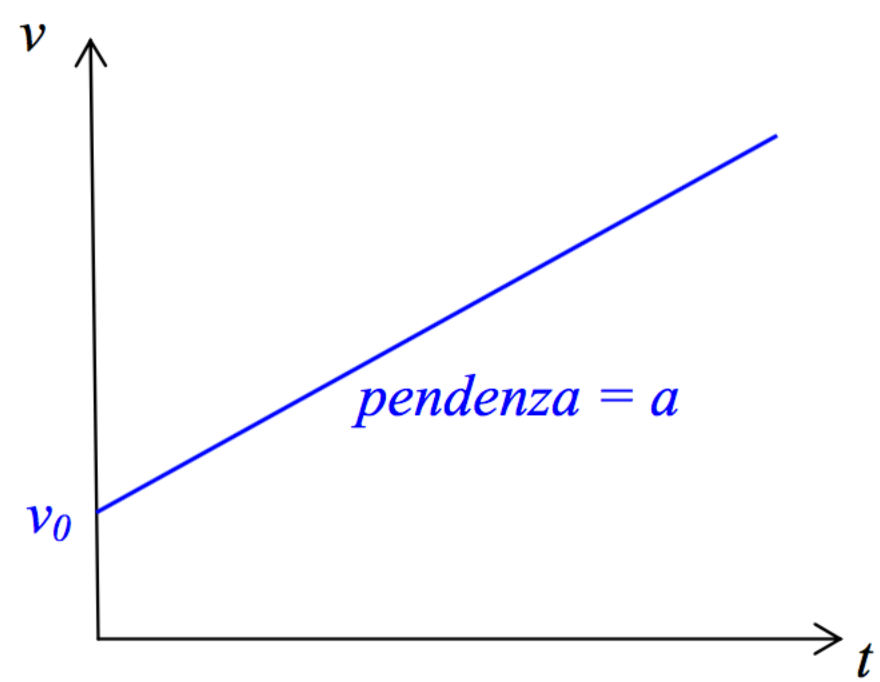
PERTANTO: x = (v0+vf)(t-t0)/2 => **Abbiamo dimostrato che in un moto uniformemente accelerato v_{media} = media aritmetica di velocità iniziale e finale.**

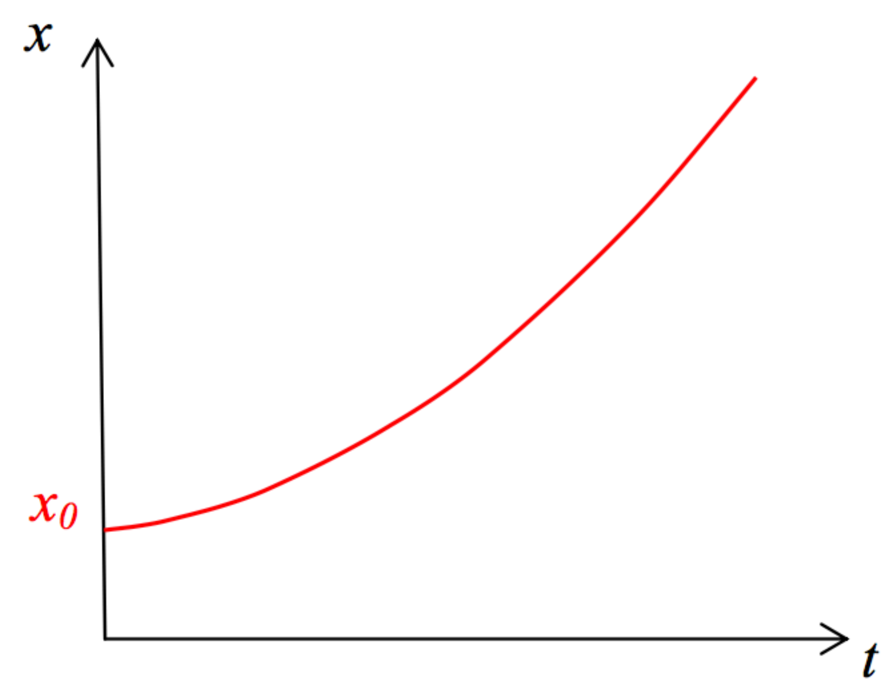
CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

* Accelerazione costante: $a(t) = a_0$ per ogni istante di tempo t
  - $v(t) = v_A + a_0\,(t - t_A)$ **moto rettilineo uniformemente accelerato**
  - $x(t) = x_A + v_A\,(t-t_A) + (1/2)\,a_0\,(t - t_A)^2$

3.3 $v(t) = v_0 + at.$

3.4 $$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$





CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

- Accelerazione costante: $a(t) = a_0$ per ogni istante di tempo t

1) $v(t) = v_A + a_0 (t - t_A)$ **moto rettilineo uniformemente accelerato**

2) $x(t) = x_A + v_A (t-t_A) + (1/2)\, a_0 (t - t_A)^2$

$$\boxed{x(t) - x_0 = \frac{v^2(t) - v_0^2}{2a}}$$

DIMOSTRAZIONE

Dalla 1) segue: $t = \dfrac{v(t) - v_0}{a}$ che sostituito nella 2) da:

$$x(t) = x_0 + v_0\left(\frac{v(t)-v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v(t)-v_0}{a}\right)^2 = x_0 + v_0\left(\frac{v(t)-v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}\frac{(v(t)-v_0)^2}{a} \Rightarrow$$

$$2ax(t) = 2ax_0 + 2v_0 v(t) - 2v_0^2 + v^2(t) - 2v_0 v(t) + v_0^2 \Rightarrow 2ax(t) = 2ax_0 - v_0^2 + v^2(t) \Rightarrow$$

Dipartimento di Matematica e Fisica
"Ennio De Giorgi"

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Esempio di moto rettilineo uniformemente accelerato:

* **corpi in caduta libera**

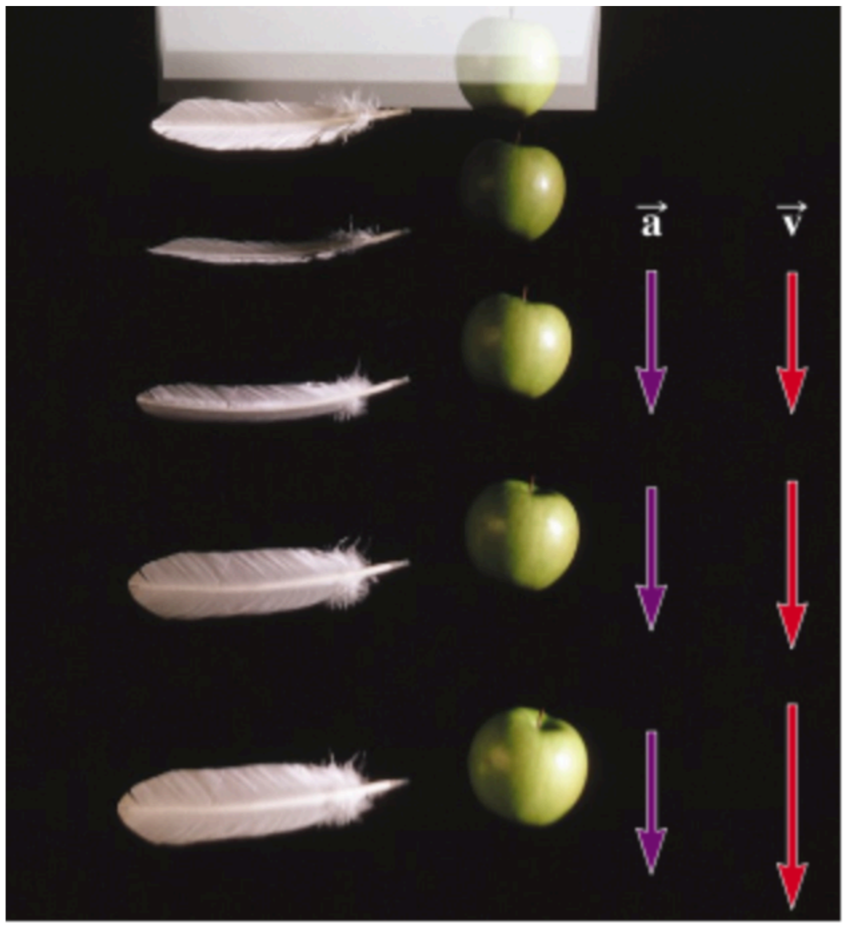
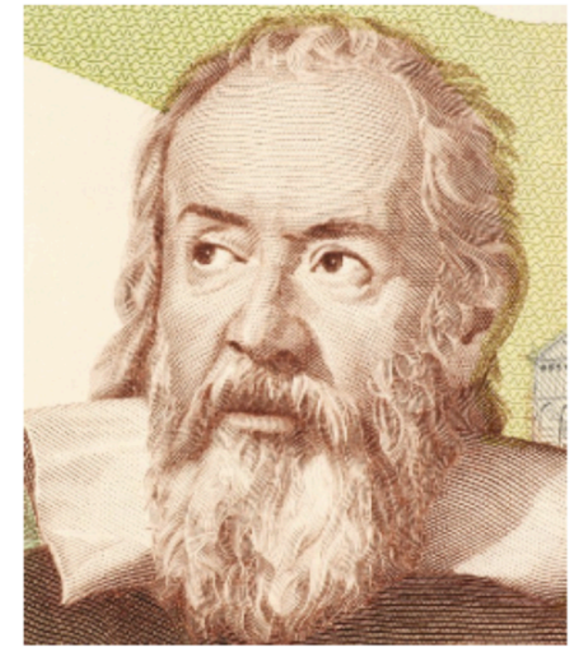


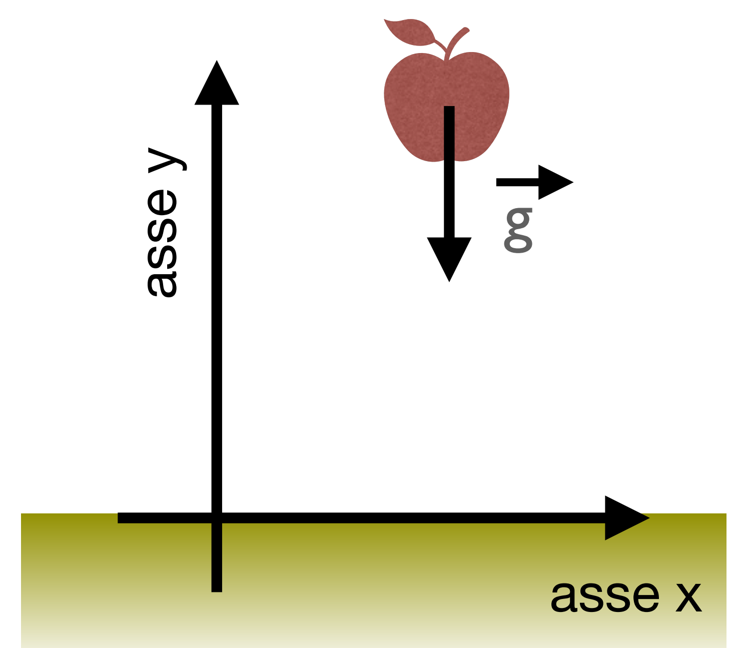
FIGURA 2.14 Una mela ed una piuma, lasciate cadere nel vuoto da ferme, cadono alla stessa velocità indipendentemente dalla loro massa. Se si trascura la resistenza dell'aria, tutti i corpi cadono sulla Terra con la stessa accelerazione di 9.80 m/s2, come indicato dalle frecce viola nell'immagine stroboscopica. La velocità dei due oggetti aumenta linearmente con il tempo, come indicato dalle frecce rosse.

Le osservazioni di Galileo dimostrarono che tutti i corpi (indipendentemente dalla loro massa) lasciati cadere sono soggetti alla stessa accelerazione COSTANTE diretta verso la terra

$$\vec{g} = -g\,\hat{y}$$



GALILEO GALILEI
Fisico italiano e astronomo



CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

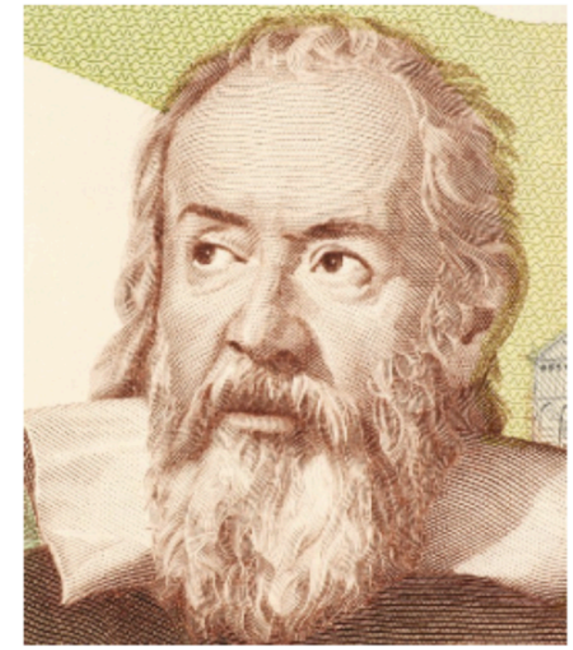
Esempio di moto rettilineo uniformemente accelerato:

* **corpi in caduta libera**
  - fissato il sistema di riferimento come in figura (asse y verticale che punta verso l'alto) la traiettoria di un corpo in caduta libera è

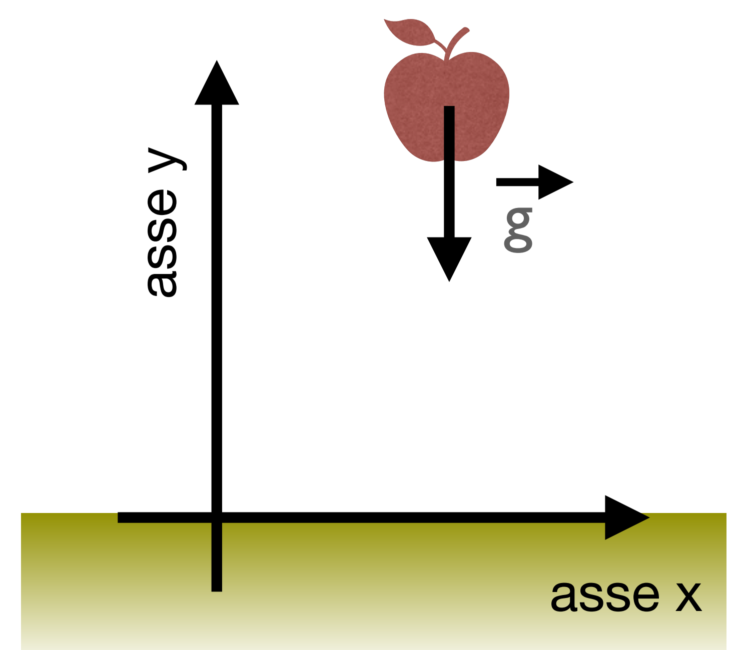
    - $y(t) = y_0 + v_0 t - (1/2) g t^2$

      ✓ y_0 è la posizione y iniziale del corpo

      ✓ $\vec{v} = v_0 \hat{y}$ è la velocità iniziale del corpo



GALILEO GALILEI
Fisico italiano e astronomo



CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Esercizi

$y_0 = h$; $\quad \vec{v}_0 = 0$

$$\mathbf{y(t) = h - gt^2/2}$$

la mela raggiunte la terra
($y(t_T)=0$) at tempo t_T

$0 = h - gt_T^2/2$

$\Rightarrow \mathbf{t_T = \sqrt{2h/g}}$

velocità all'impatto

$$\mathbf{v(t_T) = -g\, t_T = -\sqrt{2hg}}$$

$y_0 = h$; $\quad \vec{v}_0 = -v_0\, \hat{y}$

$$\mathbf{y(t) = h - v_0 t - gt^2/2}$$

la mela raggiunte la terra
($y(t_T)=0$) at tempo t_T

$0 = h - v_0 t_T - gt_T^2/2$

$\rightarrow \mathbf{t_T = [-v_0 \pm \sqrt{v_0^2+2hg}]/g}$

velocità all'impatto

$$\mathbf{v(t_T) = -v_0 - g\, t_T = -\sqrt{v_0^2+2hg}}$$

$y_0 = h$; $\quad \vec{v}_0 = v_0\, \hat{y}$

$$\mathbf{y(t) = h + v_0 t - gt^2/2}$$

la mela raggiunte la terra
($y(t_T)=0$) at tempo t_T

$0 = h - v_0 t_T - gt_T^2/2$

$\rightarrow \mathbf{t_T = [+v_0 \pm \sqrt{v_0^2+2hg}]/g}$

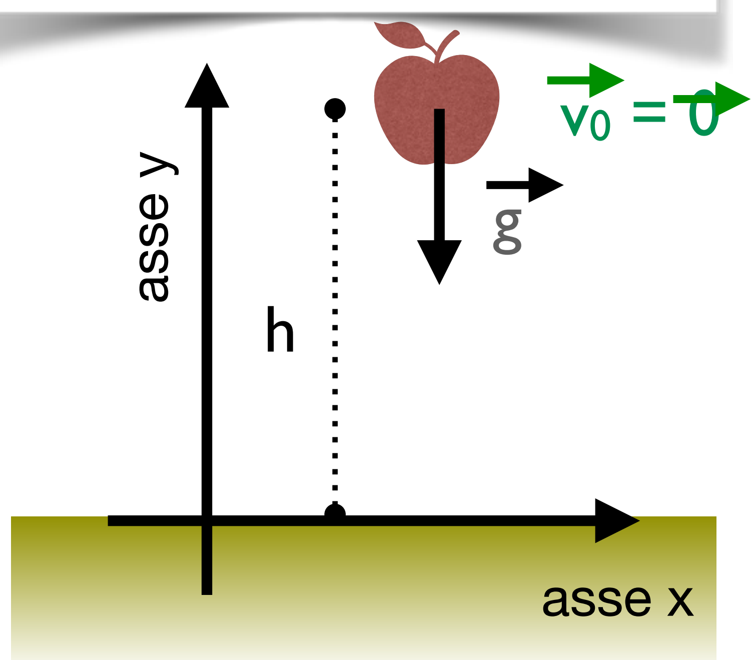
velocità all'impatto

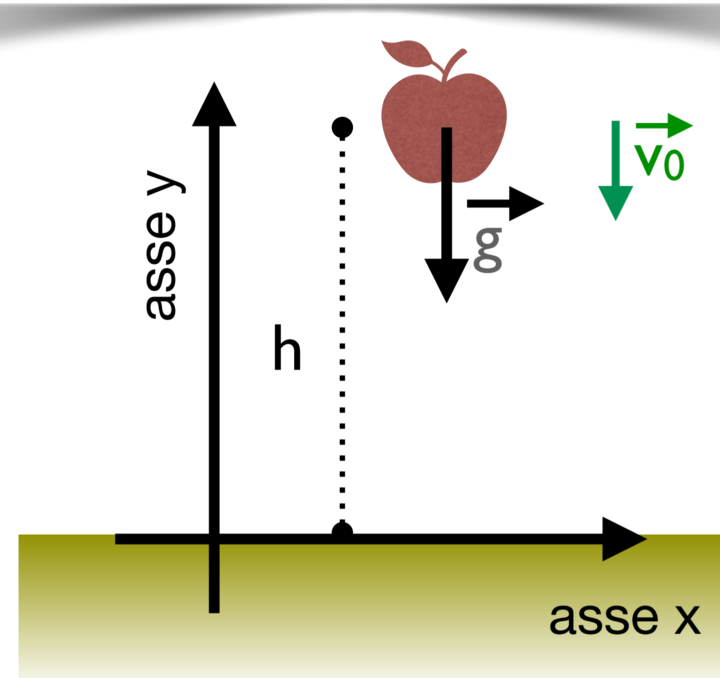
$$\mathbf{v(t_T) = v_0 - g\, t_T = -\sqrt{v_0^2+2hg}}$$

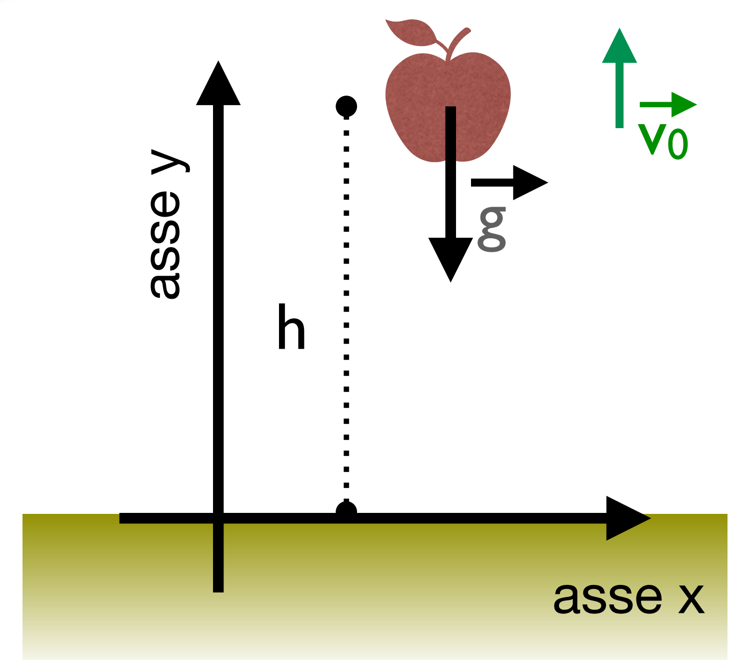
quota massima at t_{ymax}, in cui
$v(t_{ymax}) = 0 = v_0 - g\, t_{ymax}$

$\mathbf{t_{ymax} = v_0/g}$

$\mathbf{y_{max} = y(t_{ymax}) = h + v_0^2/2g}$







MOTO IN DUE DIMENSIONI: PROIETTILE

proiettile: corpo lanciato con una *velocità iniziale* che ha una componente verticale e una orizzontale

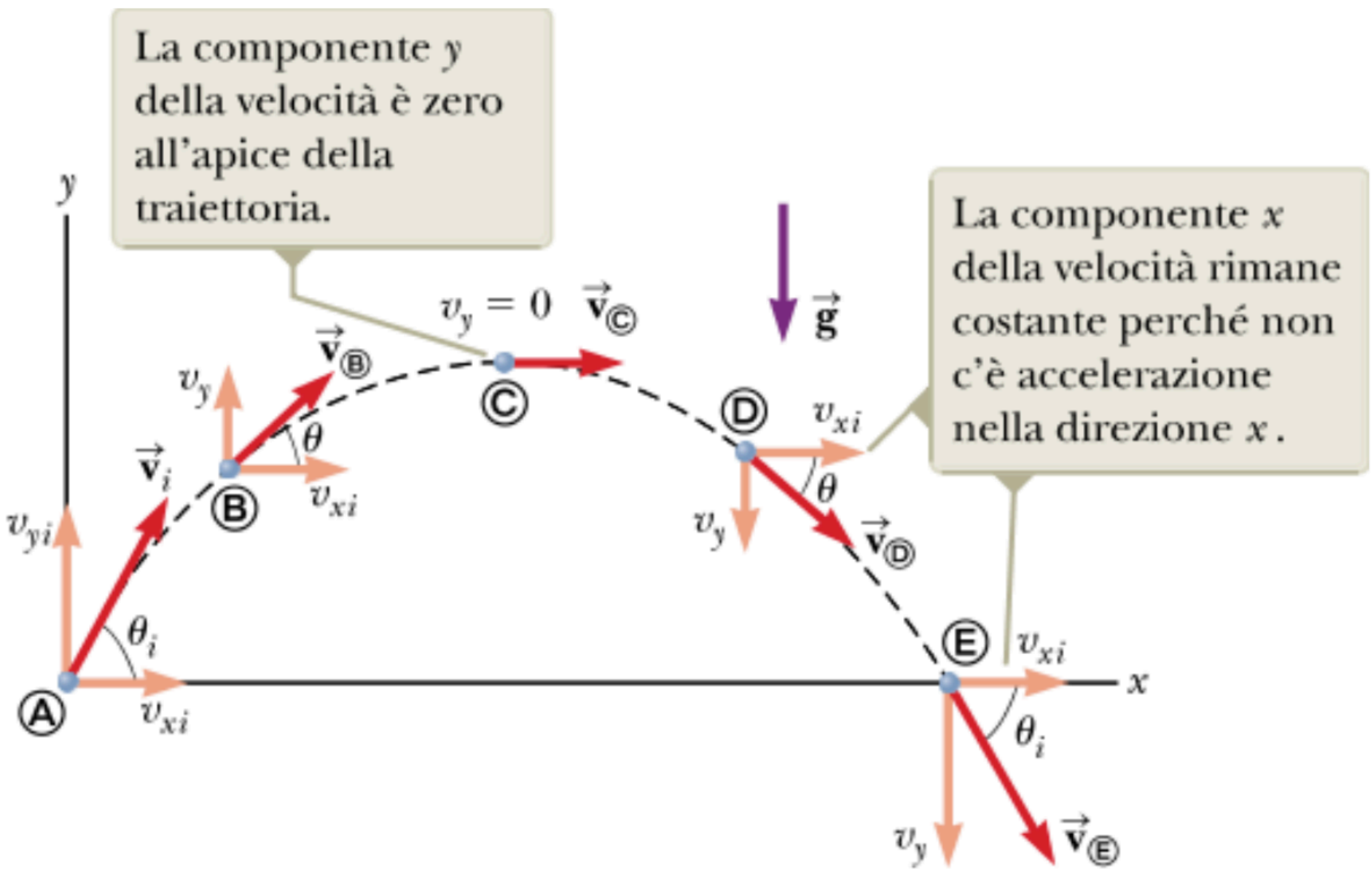
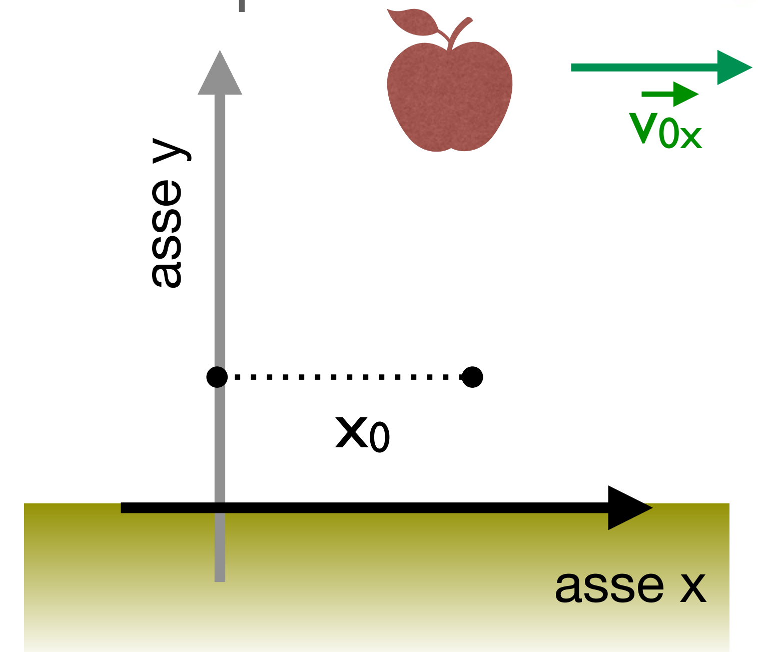
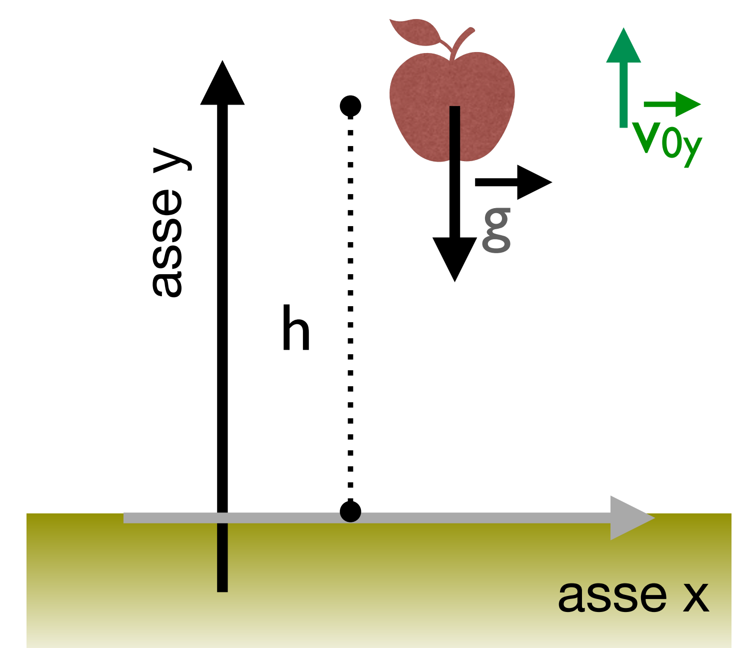


FIGURA 3.7 La traiettoria parabolica di un proiettile che lascia l'origine (punto A) con velocità iniziale $\vec{v}_i$. Il vettore velocità $\vec{v}$ cambia nel tempo sia in modulo che in direzione. Questa variazione è dovuta all'accelerazione $\vec{a} = \vec{g}$ rivolta nella direzione delle y negative.





Moto in DUE dimensioni: Proiettile

proiettile: corpo lanciato con una *velocità iniziale* che ha una componente verticale e una orizzontale

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos\vartheta\, \hat{x} + v_0 \sin\vartheta\, \hat{y}$$

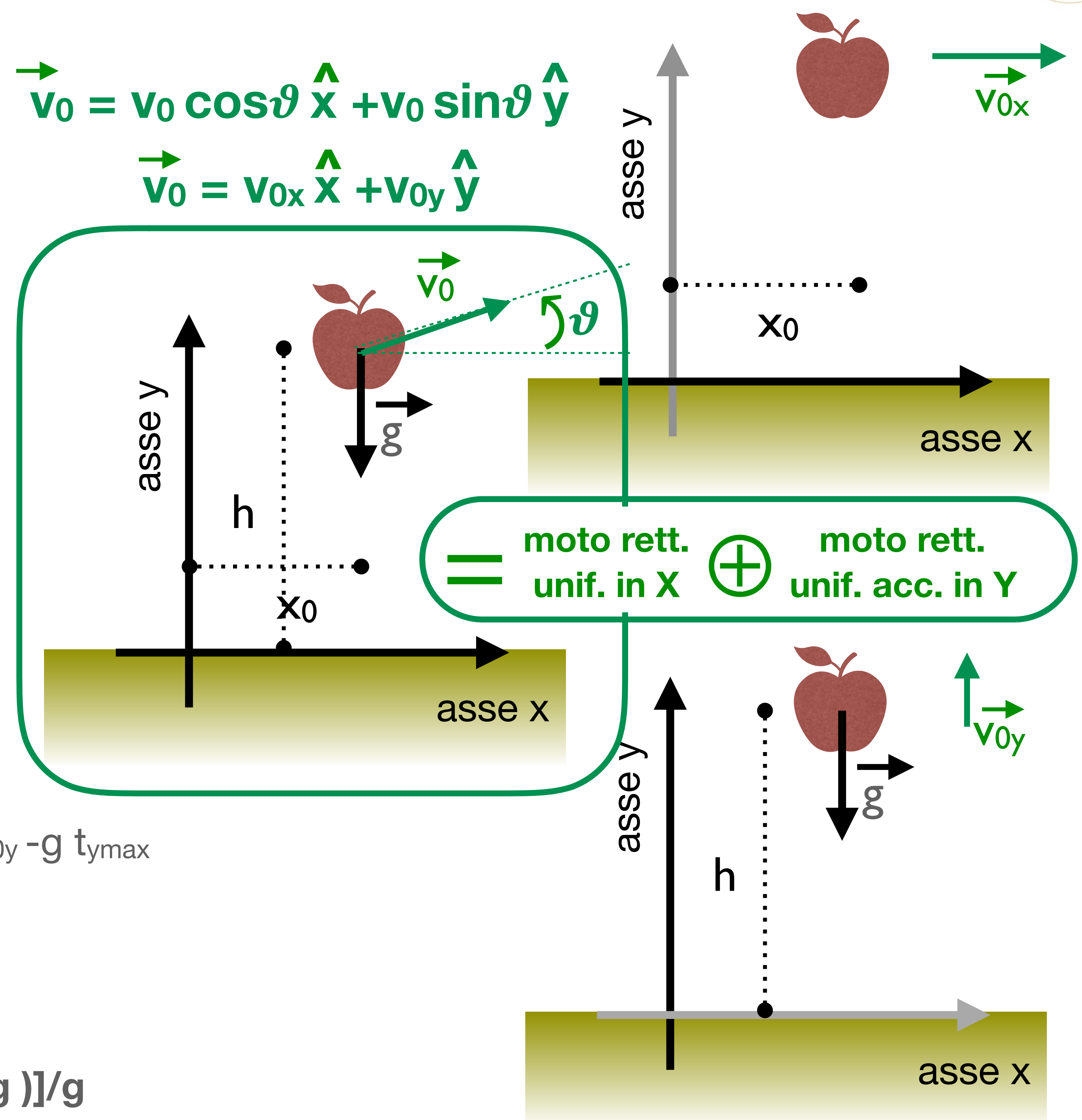
$$\vec{v}_0 = v_{0x}\, \hat{x} + v_{0y}\, \hat{y}$$

$v_x(t) = v_{0x}$

$x(t) = x_0 + v_{0x}\, t$

$v_y(t) = v_{0y} - g\, t$

$y(t) = y_0 + v_{0y}\, t - (1/2)\, g\, t^2$



tempo dell'impatto
$t_T = [+v_{0y} + \sqrt{(v_{0y}^2 + 2hg)}]/g$

modulo della velocità all'impatto
$v(t_T) = \sqrt{[\, v_{0x}^2 + (v_{0y}^2 + 2hg)\,]}$

quota massima at t_{ymax}, in cui $v_y(t_{ymax}) = 0 = v_{0y} - g\, t_{ymax}$
$t_{ymax} = v_{0y} / g$
$y_{max} = y(t_{ymax}) = h + v_{0y}^2/2g$

x all'impatto (gittata del proiettile)
$x(t_T) = x_0 + v_{0x}\, t_T = x_0 + v_{0x}\, [v_{0y} + \sqrt{(v_{0y}^2 + 2hg)}]/g$

MOTO IN DUE DIMENSIONI: **PROIETTILE**

proiettile: corpo lanciato con una *velocità iniziale* che ha una componente verticale e una orizzontale

$$R = (v_i \cos\theta_i)2t_{Ⓐ} = (v_i \cos\theta_i)\frac{2v_i \,\mathrm{sen}\theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \,\mathrm{sen}\theta_i \cos\theta_i}{g}$$

$x_0 = 0$ h=0

$x_0 + v_{0x} \, [v_{0y} + \sqrt{(v_{0y}^2 + 2hg)}]/g$

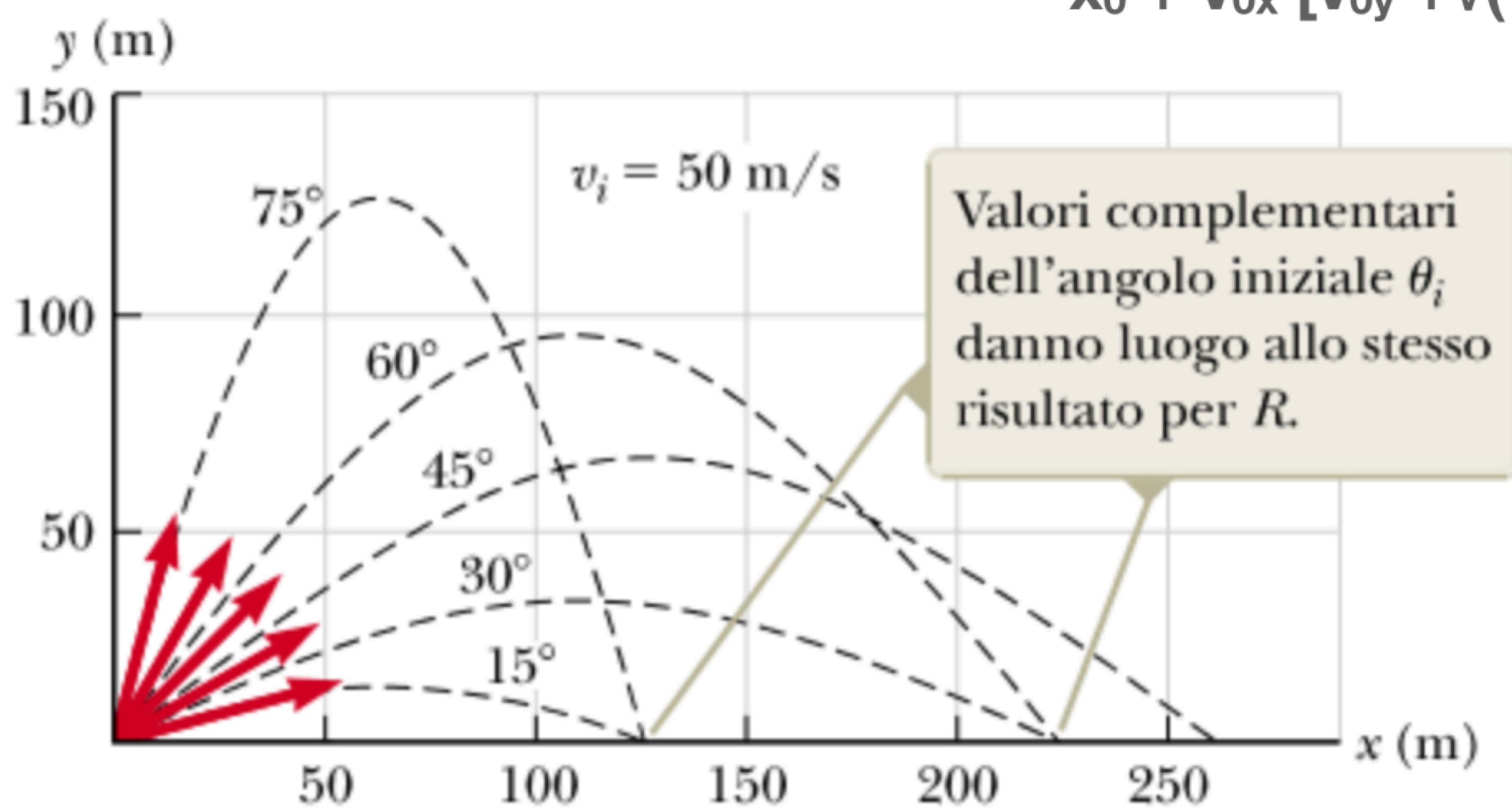


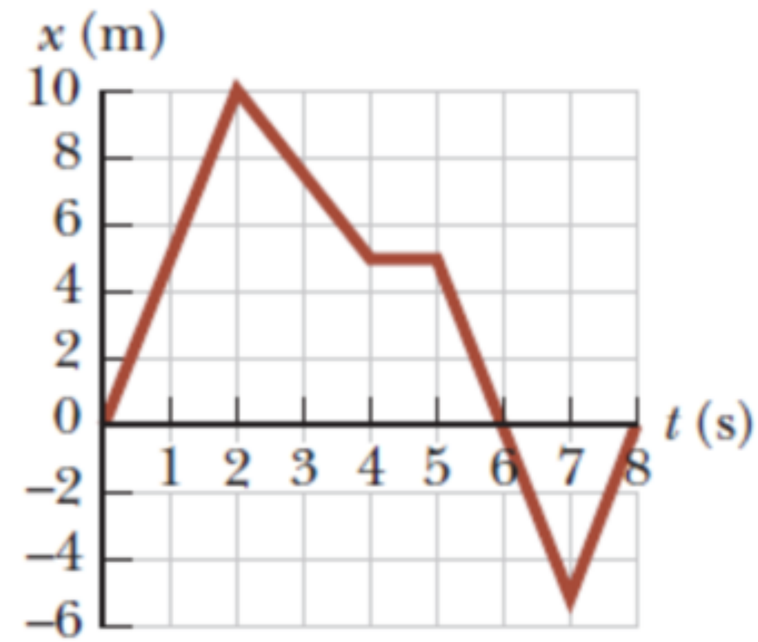
FIGURA 3.10 Un proiettile lanciato dall'origine con velocità scalare iniziale di 50 m/s a differenti angoli con l'asse delle x.

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Esercizi

1. Lo spostamento nel tempo di una certa particella che si muove lungo l'asse x è mostrato in Figura P2.1. Trovare la velocità media negli intervalli di tempo (a) da 0 a 2 s, (b) da 0 a 4 s, (c) da 2 s a 4 s, (d) da 4 s a 7 s, (e) da 0 a 8 s.

VISUALIZZA



1. Una goccia d'olio cade sulla strada dal motore di un'auto in moto ogni 5 s. La Figura Q2.1 nostra le gocce cadute sulla strada. Qual è la velocità media dell'auto durante questo tratto del suo moto? (a)20 m/s, (b) 24 m/s, (c)30 m/s, (d) 100 m/s, (e) 120 m/s

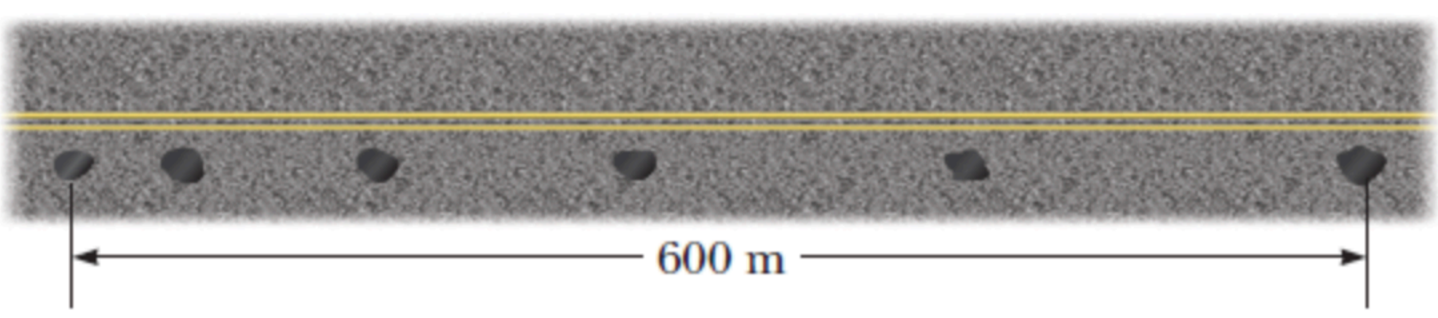


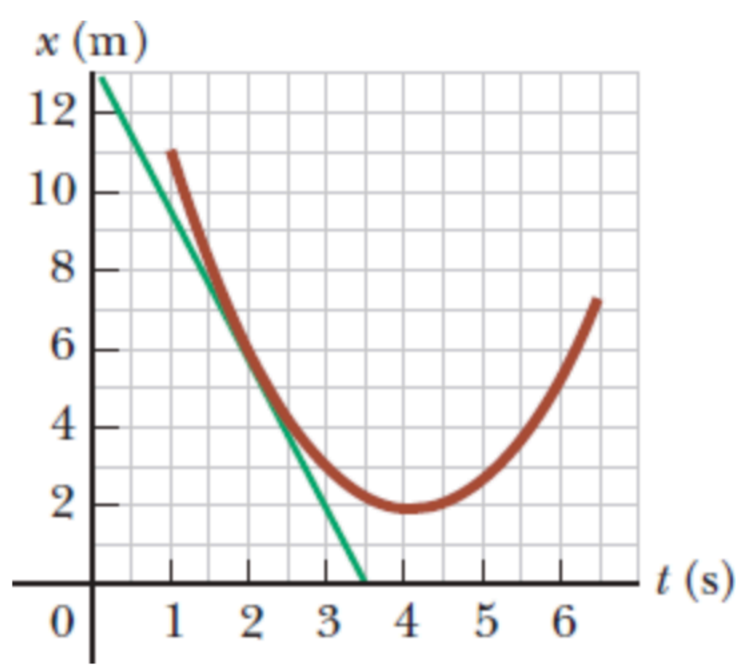
FIGURA Q2.1

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Esercizi

5. Il grafico posizione-tempo per una particella che si muove lungo l'asse x è mostrato in Figura P2.5. (a) Trovare la velocità media nell'intervallo di tempo da t = 1.5 s a t = 4.0 s. (b) Determinare la velocità istantanea a t = 2.0 s, misurando la pendenza della retta tangente mostrata nel grafico. (c) Per quale valore di t la velocità è zero?

VISUALIZZA



Ricorda che [analisi]

il valore della derivata prima di una funzione f(x) in un certo punto (x0) rappresenta la pendenza della retta del piano x,y che nel punto (x0,f(x0)) risulta tangente alla curva del piano i cui punti hanno coordinate (x,y=f(x)), cioè alla curva che rappresenta il grafico della funzione f(x)

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE IN UNA DIMENSIONE

Esercizi

23. Il conducente di un'automobile schiaccia i freni quando vede un albero che blocca la strada. La macchina rallenta uniformemente con una accelerazione di $-5.60\ m/s^2$ per 4.20 s, lasciando dei segni di slittamento lunghi 62.4 m. Con quale velocità la macchina urterà l'albero?

30. Una palla da baseball viene colpita in modo tale da viaggiare dritta verso l'alto dopo essere stata colpita dalla mazza. Uno spettatore osserva che ci vogliono 3.0 s perché la palla raggiunga la sua massima altezza. Calcolare (a) la sua velocità iniziale e (b) l'altezza raggiunta.

MOTO IN DUE DIMENSIONI: PROIETTILE

Esercizi

Un atleta lancia un giavellotto a una distanza di 80.0 m alle Olimpiadi tenute all'equatore dove $g = 9.78\ \mathrm{m/s^2}$. Quattro anni dopo, le Olimpiadi si tengono al Polo Nord, dove $g = 9.83\ \mathrm{m/s^2}$. Assumendo che il lanciatore imprima al giavellotto esattamente la stessa velocità iniziale che ha impresso all'equatore, quale sarà la distanza alla quale lancerà il giavellotto al Polo Nord?

y/Shutterstock.com

$$R_{\text{Polo Nord}} = \frac{g_{\text{Equatore}}}{g_{\text{Polo Nord}}} R_{\text{Equatore}} = \frac{9.78\ \mathrm{m/s^2}}{9.83\ \mathrm{m/s^2}} (80.0\ \mathrm{m})$$

$$= \boxed{79.6\ \mathrm{m}}$$

Forze e Leggi della Dinamica

M. Taiuti, M.T. Tuccio "Appunti di Fisica per Biologia" in

http://www.fisica.unige.it/~biologia/NOfisica.html

(Università di Genova)

Forze e Leggi della Dinamica

Secondo Principio della Dinamica: la legge fisica che mette in relazione le forze che agiscono su un corpo ed il movimento di quest'ultimo è la seguente:

$$\sum_i \vec{F}_i = M\vec{a}$$

Le forze che agiscono su un corpo si sommano vettorialmente
M (massa inerziale) è una proprietà intrinseca del corpo su cui agiscono le forze
Unità di misura della forza è il N (Newton) = kg m s^{-2}

l'accelerazione che il corpo subisce, è proporzionale alla somma vettoriale (risultante) di tutte le forze che agiscono sul corpo stesso.

Primo Principio della Dinamica: nel caso particolare in cui la risultante delle forze è zero il movimento del corpo non subisce alcuna variazione (accelerazione = $\vec{0}$). Più precisamente il corpo o sta fermo, oppure si muove di moto rettilineo uniforme.

Terzo Principio della Dinamica: Possiamo pertanto formulare il Terzo Principio della Dinamica o principio di azione e reazione dicendo che ogni volta che un corpo 1 esercita sul corpo 2 una forza di intensità F, il corpo 1 subisce dal corpo 2 una forza di pari intensità ed orientata nel verso opposto.

Una forza che agisce su un corpo implica la presenza di un secondo corpo responsabile di applicare la forza

FORZE

Forza peso $\vec{P}$: è l'effetto diretto della forza di attrazione che la Terra esercita sui corpi posti presso la superficie. E' rivolta sempre verso il basso (ovvero verso il centro della Terra) e, nel caso sia l'unica forza ad agire, induce sui corpi liberi di cadere un'accelerazione costante g pari, al livello del mare, a $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$. Quindi l'intensità della forza peso varia a seconda del valore della massa M del corpo e vale: $\boxed{P = Mg}$. Il valore di g si ricava dall'espressione della forza di gravità F_G (vedi dopo).

Reazione vincolare (o forza di contatto) $\vec{N}$: è presente ogni volta che un corpo solido V (per esempio un pavimento od una parete) si oppone al possibile movimento di un altro corpo C. La forza esercitata da V è sempre perpendicolare alla sua superficie, e l'intensità non è costante bensì varia secondo il valore delle altre forze applicate al corpo C.

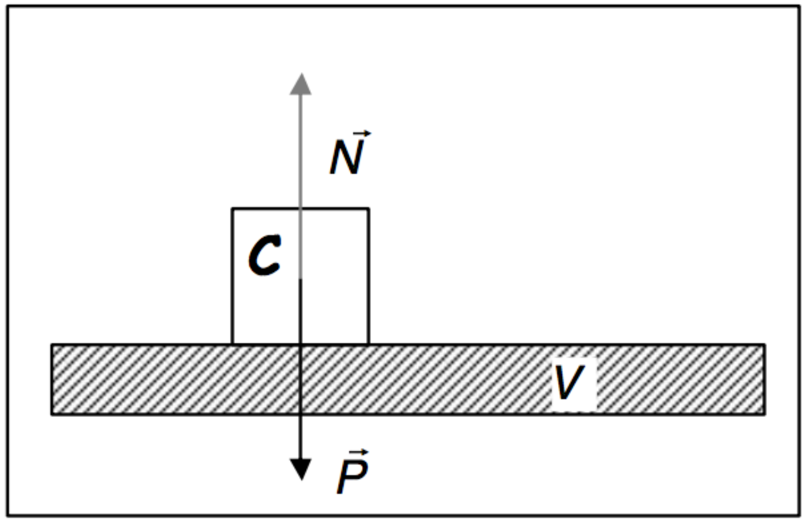


Fig. 2. Esempio di reazione vincolare.

FORZE

Tensione $\vec{T}$: è il tipo di forza che si applica utilizzando per esempio una fune. Altri esempi possono essere un braccio che sostiene una valigia (il braccio esercita la tensione, la valigia è il corpo su cui è applicata la forza), gli elastici di una fionda tesa (gli elastici esercitano la tensione mentre la pietra è il corpo su cui la forza è applicata) e così via. Nel caso della tensione, la forza è diretta lungo la direzione della "fune" orientata in modo da allontanarsi dal corpo su cui è applicata e l'intensità può variare secondo le situazioni.

Forza elastica $\vec{F}_k$: questa forza si manifesta ogni volta che si stira un corpo che tende poi a ritornare alla sua forma iniziale (per esempio un elastico oppure una molla). In questo caso la forza è proporzionale alla deformazione x del corpo rispetto alla sua forma a riposo ed è orientata in modo da riportare il corpo alla sua forma originale secondo la legge di Hooke $\vec{F} = -k\vec{x}$. La costante k propria di ogni corpo è detta costante elastica e si misura in N/m.

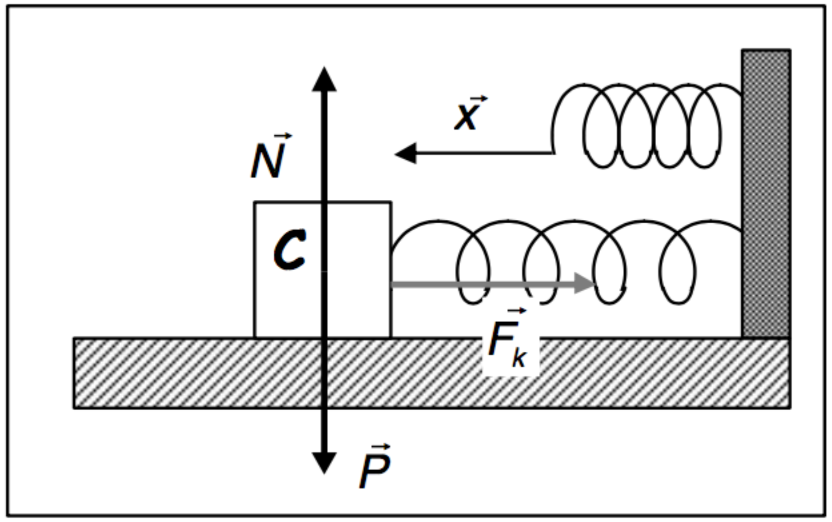


Fig. 3. Esempio di forza elastica.

FORZE

quiete

$$\vec{f}_s + \vec{F}_{//} = 0$$

finché $|F_{//}| < \mu_s N$

Forza di attrito statico $\vec{f}_s$ e dinamico $\vec{f}_d$:

questo tipo di forze si genera dal contatto fra due superfici ruvide quando una delle superfici è in movimento rispetto all'altra o quando si cerca di spostarne una. Il processo è mostrato in figura 4: non appena sul corpo C fermo viene applicata una forza $\vec{F}_{//}$ parallela alle superfici di contatto, a causa della loro ruvidità, si instaura una forza $\vec{f}_s$, di verso opposto al tentativo del movimento, la cui intensità e direzione annulla la forza applicata $\vec{F}_{//}$.

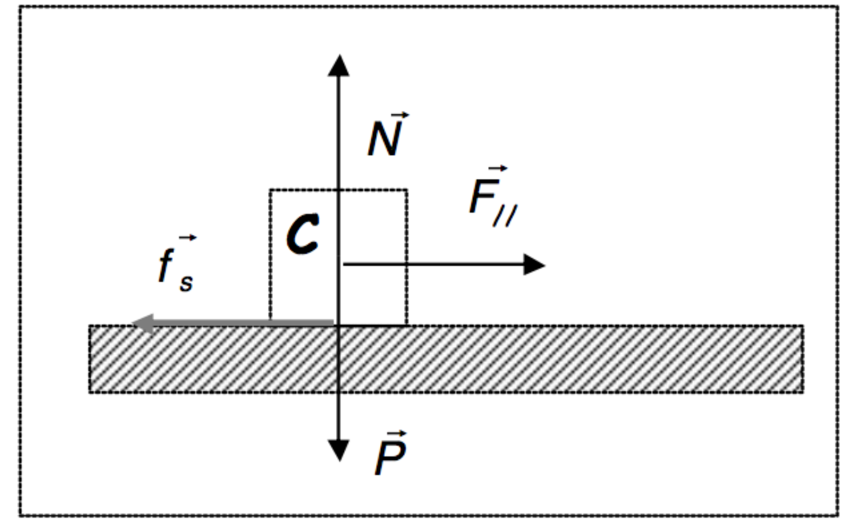


Fig. 4. Esempio di forza di attrito statico.

A causa della natura della forza d'attrito statico, l'intensità non può crescere indefinitamente, ma raggiungerà un valore massimo pari a $\boxed{f_s = \mu_s N}$. Raggiunto questo limite, l'attrito statico non è più in grado di contrastare l'azione delle altre forze ed il corpo inizierà a muoversi.

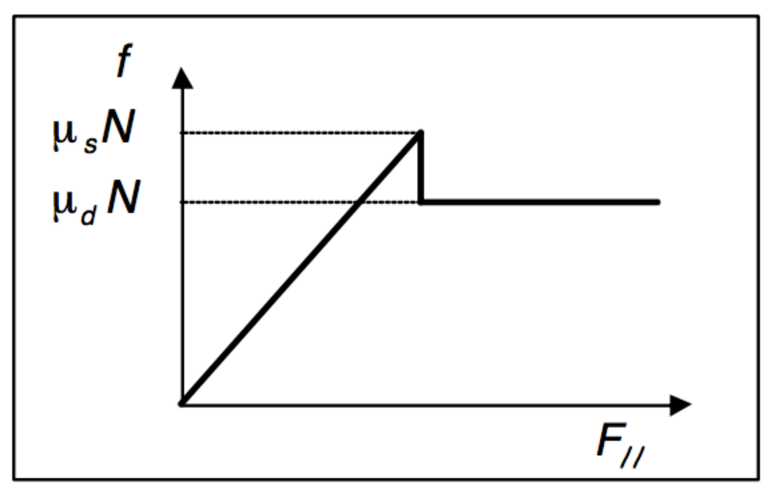


Fig. 5. Intensità della forza di attrito.

Con il corpo in movimento rimane una forza d'attrito residua, d'intensità inferiore ma costante. Tale forza prende il nome di attrito dinamico, è orientata come l'attrito statico ed ha una intensità pari a $\boxed{f_d = \mu_d N}$ con ovviamente $\boxed{\mu_d < \mu_s}$.

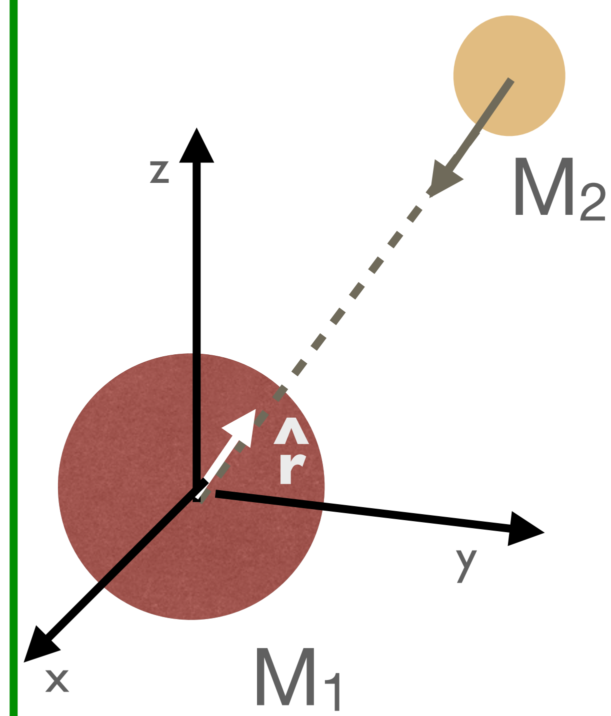
μ_s coeff. di attrito statico

μ_d coeff. di attrito dinamico

FORZE

Forza di gravità $\vec{F}_G$: questa forza viene esercitata da un corpo di massa M_1 su un secondo corpo di massa M_2. La direzione della forza è lungo la linea immaginaria che unisce i due corpi ed è orientata in modo che i corpi si muovano l'uno verso l'altro. L'intensità è invece data dall'espressione $F_G = G\dfrac{M_1 M_2}{R_{12}^2}$ dove R_{12} è la distanza tra i due corpi e G è la costante di gravitazione universale e vale $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$. Normalmente i corpi hanno una dimensione finita (non sono dei punti), pertanto bisogna essere più precisi nella formulazione dell'intensità della forza, specificando che la distanza R_{12} va calcolata fra i centri di massa dei due corpi (per corpi omogenei di forma sferica il centro di massa coincide con il centro della sfera). E' opportuno osservare che la forza peso $P = mg$ altri non è che la forza di attrazione che la Terra esercita sui corpi posti presso la superficie. Pertanto il valore di g può essere ricavato dall'espressione $F_G = P$ ponendo $M_1 = M_T$ (massa della Terra), $M_2 = m$ e $R_{12} = R_T$ (raggio della Terra) da cui si ricava $g = G\dfrac{M_T}{R_T^2} = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$.

$$\vec{F} = -G\, M_1 M_2\, \hat{r} / r^2$$



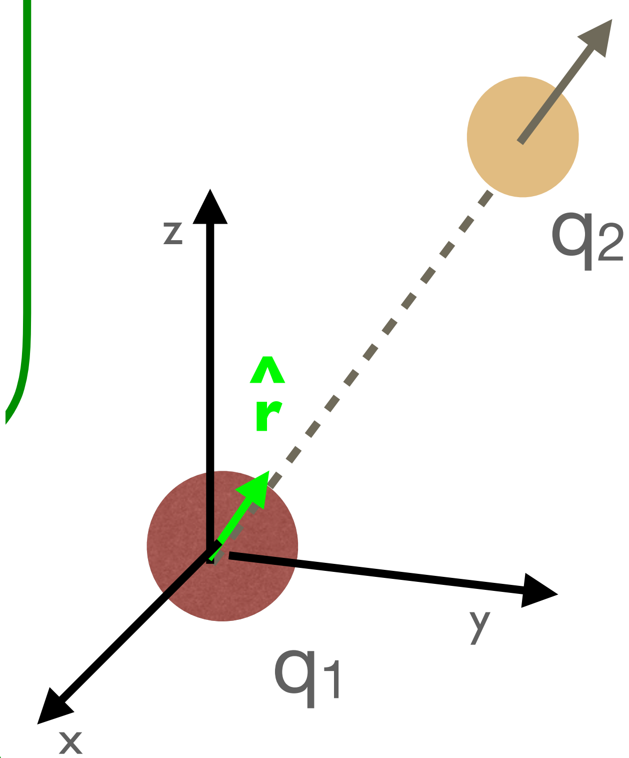
$$R_T = 6.37 \times 10^6\ \mathrm{m}$$

$$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

FORZE

Forza di Coulomb: questa forza viene esercitata tra due corpi dotati di carica elettrica e posti a distanza R_{12}. La direzione della forza è lungo la linea immaginaria che unisce i due corpi e può essere attrattiva o repulsiva a seconda del segno delle cariche elettriche. L'intensità è data dall'espressione $\boxed{F = K\frac{Q_1 Q_2}{R_{12}^2}}$ formalmente uguale alla forza di gravità F_G (vedi "Elettrostatica").

$\vec{F} = k\, q_1 q_2\, \hat{r} / r^2$



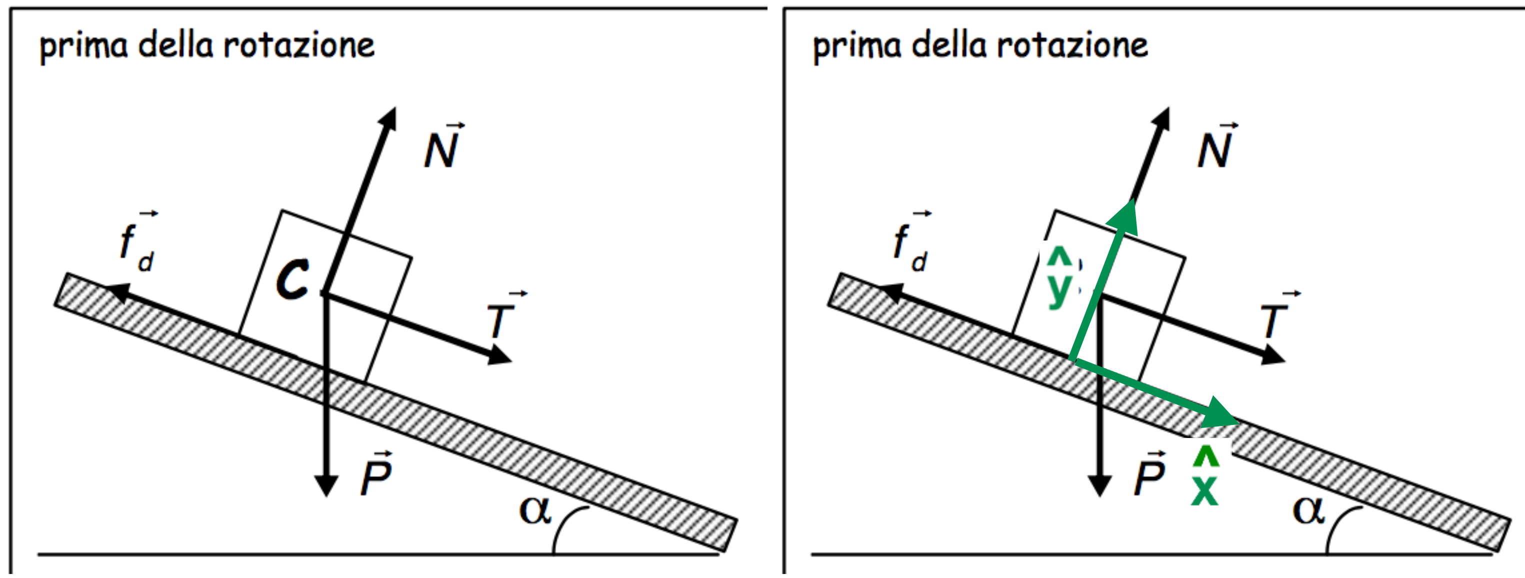
Forza di Lorentz: un corpo dotato di carica elettrica q, in movimento con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico è soggetta ad una forza pari a $\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}}$ (vedi

Forze

Esercizi

1. Calcolare l'accelerazione generata dalla risultante delle forze nel sistema riportato in figura 6. $\vec{T}$ rappresenta una forza parallela alla superficie del piano inclinato e potrebbe per esempio rappresentare la tensione esercitata da una fune o da una molla.

Soluzione: questo è un problema classico e riportiamo qui la procedura necessaria per impostarlo correttamente. Occorre anzitutto ruotare la fi-



$$\begin{cases} x: & \sum_i F_{ix} = Ma_x \\ y: & \sum_i F_{iy} = Ma_y \end{cases} \qquad \boxed{\sum_i \vec{F}_i = M\vec{a}}$$

che diventano, osservando che $a_y = 0$ (il corpo NON si stacca dal piano inclinato) e ricordando la definizione della forza di attrito dinamico $f_d = \mu_d N$:

$$\begin{cases} x: & T + Mg\sin\alpha - f_d = Ma_x \\ y: & N - Mg\cos\alpha = 0 \\ & f_d = \mu_d N \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} a_x = \dfrac{T + Mg(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha)}{M} \\ a_y = 0 \end{cases}$$

Forze

Esercizi

3. Un pallina di massa $M = 30g$ è sospesa ad una molla di costante $k = 3N/m$. Calcolare l'allungamento della molla.

Soluzione: la pallina è soggetta alla forza peso diretta verso il basso ed alla forza di richiamo della molla diretta verso l'alto. Affinché rimanga ferma occorre che la risultante delle forze sia nulla. Pertanto $kx - Mg = 0$ da cui

$$x = \frac{Mg}{k} = \frac{30 \cdot 10^{-3}\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2}{3\text{N/m}} = 9.8 \cdot 10^{-2}\text{m}$$

4. Calcolare l'accelerazione di gravità g_h ad una altezza h di 100km. (Massa della Terra $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}\text{kg}$, raggio della Terra $R_T = 6.37 \cdot 10^3\text{km}$)

Soluzione: un corpo di massa m posto all'altezza h è soggetto alla forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra $F = G\frac{M_T m}{(R_T + h)^2}$.

Per il Secondo Principio della Dinamica vale relazione $G\frac{M_T m}{(R_T + h)^2} = mg_h$ da cui

$$g_h = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11}\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \times 5.97 \cdot 10^{24}\text{kg}}{(6.37 \cdot 10^6\text{m} + 10^5\text{m})^2} = 9.51\text{m/s}^2.$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Moto circolare uniforme; è generato da una qualunque forza $\vec{F}$ orientata verso un punto fisso O e d'intensità costante (**forza centripeta**). Esempi possono essere la forza di gravità esercitata dal Sole sulla Terra, la normale alle pareti del cestello della lavatrice, la tensione dello spago che tende la fionda. Per il Secondo Principio della Dinamica anche l'accelerazione, come la forza, sarà orientata verso il punto O ed ha intensità costante pari a $a_c = F/M$.

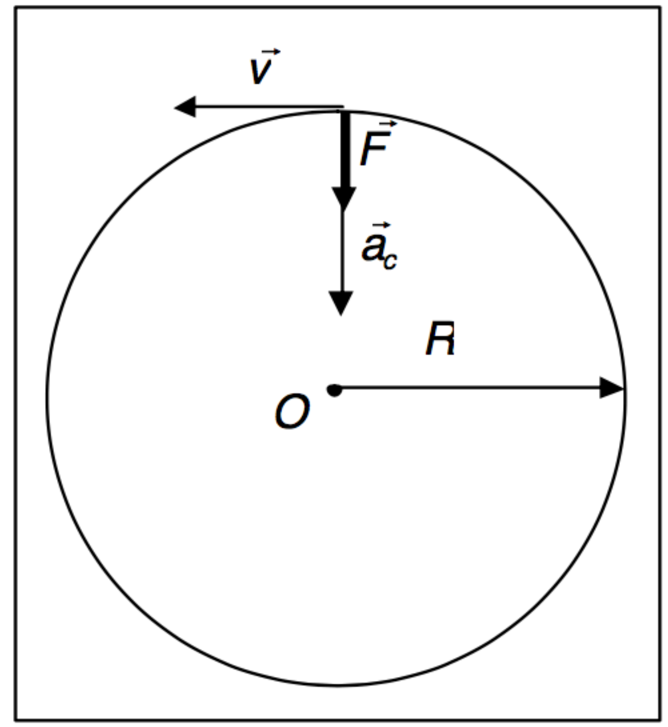


Fig. 8. Moto circolare uniforme.

L'accelerazione a_c prende il nome di *accelerazione centripeta* In questo moto la velocità è in ogni punto tangente alla circonferenza. I moduli della velocità v e di a_c sono costanti nel tempo, sono inoltre legati tra loro ed al raggio R dall'espressione $\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}$. Si noti che il moto può avvenire se e solo se il corpo è soggetto alla forza centripeta $\vec{F}$ e possiede una velocità v che soddisfa alla relazione precedente: $a_c = v^2/R$.

un arco di lunghezza s è percorso nel tempo t

$$s(t) = vt$$

il periodo T è il tempo necessario a percorrere l'intera circonferenza
$2\pi R = v T$

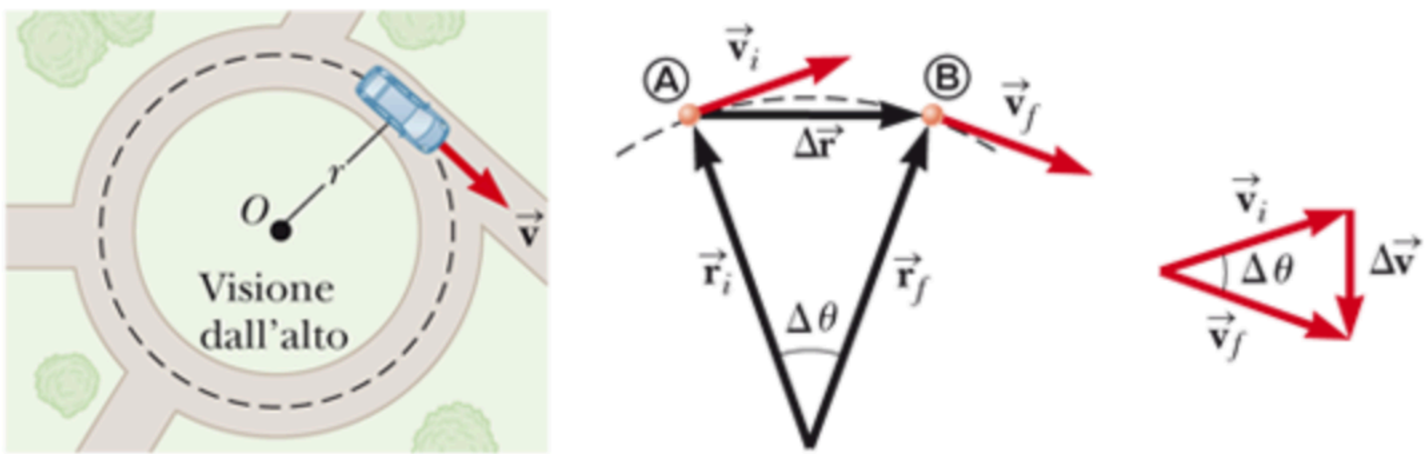
frequenza: $\nu = 1/T$
pulsazione: $2\pi\nu = \omega$

$$\boxed{v = \omega R}$$

$$\boxed{a_c = \omega^2 R}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

DIMOSTRAZIONE



$\vec{v}_f$ è perpendicolare a $\vec{r}_f$

$\vec{v}_i$ è perpendicolare a $\vec{r}_i$

quindi l'angolo tra $\vec{v}_f$ e $\vec{v}_i$ è uguale all'angolo tra $\vec{r}_f$ e $\vec{r}_i$

il triangolo rosso è simile al triangolo nero (perché $\Delta\vartheta$ è uguale nei due triangoli e due lati sono in rapporti uguali: $\mathbf{r_f/v_f = r_i/v_i}$)

allora $\mathbf{\Delta r / r = \Delta v / v \Rightarrow}$

$\mathbf{a_c} = (\Delta v / \Delta t) = (\Delta v / v)(v / \Delta t) = (\Delta r / r)(v / \Delta t) = (\Delta r / \Delta t)\, v/r = \mathbf{v^2 / r}$

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}.$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

- ***s(t) = vt; ds = v dt***
- un punto sulla circonferenza ha coordinate
  - cartesiane x,y
  - polari (ρ, θ) con ρ costante
    - NOTA: **ds = Rdθ** => v = ds/dt = R dθ/dt => $\boxed{\mathbf{d\theta/dt = \omega}}$
    - quindi, velocità tangenziale v costante in modulo significa velocità angolare costante ω

ω = velocità angolare istantanea

- ***Le equazioni del moto*** sono quindi
  - $\rho(t) = R$
  - $\theta(t) = \theta_0+\omega(t - t_0)$

  coordinate polari
  - $x(t) = R \cos(\omega (t-t_0) + \theta_0)$
  - $y(t) = R \sin(\omega (t-t_0) + \theta_0)$

  coordinate cartesiane

un arco di lunghezza s è percorso nel tempo t

s(t) = vt

il periodo T è il tempo necessario a percorrere l'intera circonferenza

$2 \pi R = v T$

frequenza: $\nu = 1/T$

pulsazione: $2 \pi \nu = \omega$

$$\boxed{v = \omega R}$$

$$\boxed{a_c = \omega^2 R}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Esercizi

3. Calcolare la distanza dalla Terra a cui si trova un satellite geo-stazionario (compie un'orbita in 24 ore). (Massa della Terra $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg)

Soluzione: il satellite è soggetto alla forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra $F = G \, M_T M_S / R^2$, pertanto per muoversi di moto circolare uniforme lungo un'orbita circolare di raggio R (rispetto al centro della Terra) deve possedere una velocità radiale non nulla. Per il Secondo Principio della Dinamica vale relazione $G\dfrac{M_T M_S}{R^2} = M_S a_C$. Il satellite possiede quindi un'accelerazione centripeta pari a $a_C = G \, M_T / R^2$ (non dipende dalla massa del satellite). Ricordando infine che il periodo di rotazione è definito come $T_0 = 2\pi R / v$ e che la velocità del satellite è legata all'accelerazione centripeta dalla relazione $a_c = v^2 / R$ ovvero $v = \sqrt{a_c R}$, avremo che $T_0 = 2\pi R^{3/2} / \sqrt{GM_T}$. Da questa espressione possiamo ricavare:

$$R = \left(\frac{T_0\sqrt{GM_T}}{2\pi}\right)^{2/3} = \left(\frac{24 \times 3600\text{s} \times \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2 \times 5.97 \cdot 10^{24}\,\text{kg}}}{2\pi}\right)^{2/3} = 4.22 \cdot 10^7\,\text{m}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Esercizi

6. Un auto percorre a velocità costante $v_0 = 60\mathrm{km/h}$ una curva di raggio $R = 60\mathrm{m}$. Calcolare il coefficiente di attrito statico fra le ruote e l'asfalto.

Soluzione: l'attrito statico è la forza centripeta che genera il moto circolare uniforme. Quindi deve valere $f_s = Ma_c$. Ricordando le definizioni di forza di attrito statico e di accelerazione centripeta l'equazione precedente diventa

$$\mu_s Mg = M\frac{v^2}{R} \text{ da cui:}$$

$$\mu_s = \frac{v^2}{Rg} = \frac{((60/3.6)\mathrm{m/s})^2}{60\mathrm{m} \times 9.8\mathrm{m/s}^2} = 0.472$$

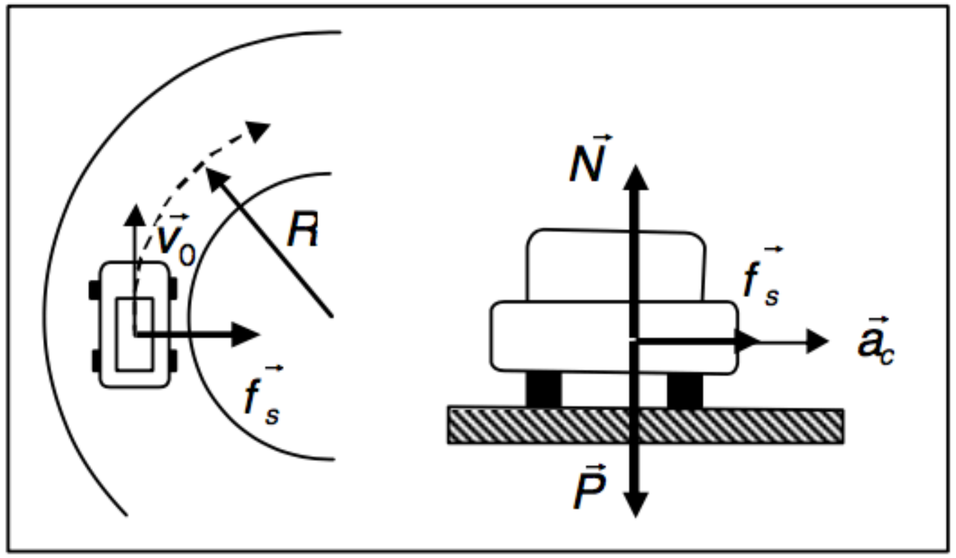


Fig. 9. Problema 6: vista superiore e vista frontale

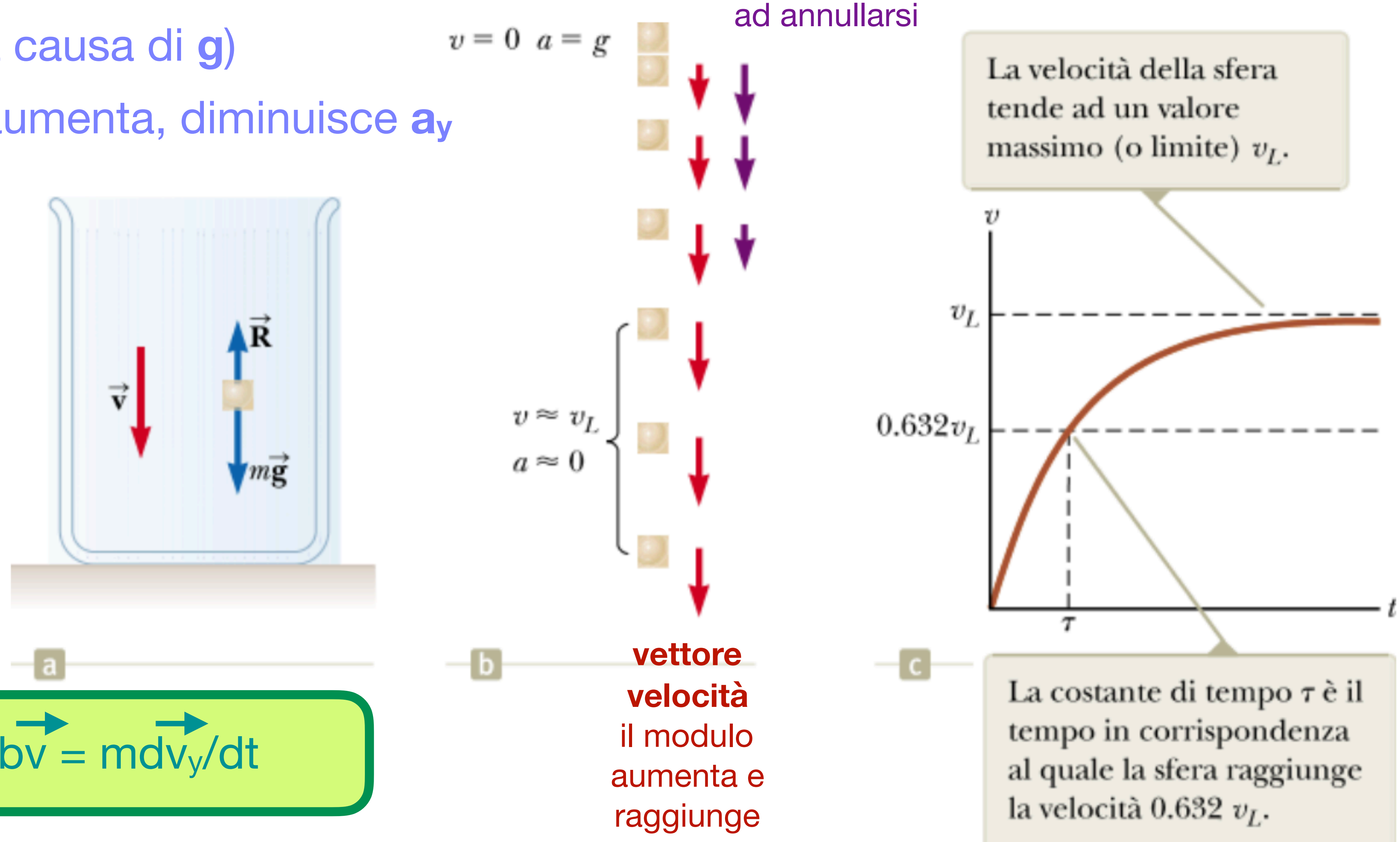
FORZE

Forza d'attrito viscoso: $\vec{F} = -b\,\vec{v}$

pallina che cade in un fluido (liquido o gas)

- **v** parte dal valore iniziale 0
- aumenta (a causa di **g**)
- quando v aumenta, diminuisce $\mathbf{a}_y$

vettore accelerazione
il modulo diminuisce fino ad annullarsi



vettore velocità
il modulo aumenta e raggiunge un valore limite

$$\vec{F} = -m\vec{g} - b\vec{v} = m\,d\vec{v}_y/dt$$

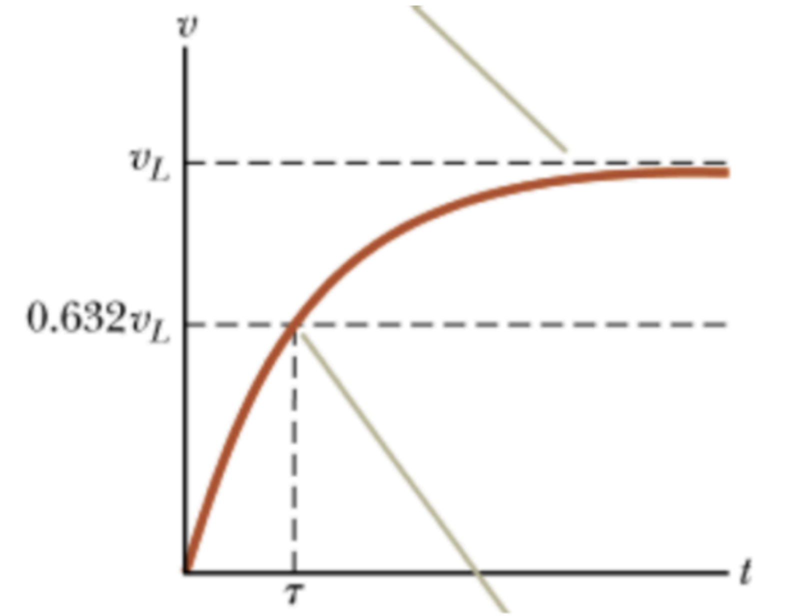
FORZE

Forza d'attrito viscoso: $\vec{F} = - b\, \vec{v}$

pallina che cade in un fluido (liquido o gas)

$$\vec{F} = -m\vec{g} - b\vec{v} = m\, d\vec{v}_y/dt$$

velocità limite = mg/b



costante di tempo $\tau = m/b$

- $-mg - b\, v = m\, dv/dt \Rightarrow dv / (bv + mg) = -dt/m$
- $(1/b) \ln (bv + mg) = -t/m$
- $(bv + mg)/mg = \exp(-tb/m)$
- $v(t) = (mg/b) (\exp (-bt/m) - 1)$
- NOTA **$v(0) = 0$**
- **$v(\text{inf}) \rightarrow -mg/b$** [rivolta verso il basso naturalmente]