FISICA

CdS Scienze Biologiche

Stefania Spagnolo
Dip. di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi"

http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo
stefania.spagnolo@le.infn.it
(please, usate **oggetto/subject: CdSBiologia**)

Diario del programma e delle lezioni svolte
http://www.dmf.unisalento.it/~spagnolo/Fis_ScienzeBiologiche_2017-18.htm

Quantità di moto e urti

Serway, Jewett, "Principi di Fisica"

M. Taiuti, M.T. Tuccio "Appunti di Fisica per Biologia" in
http://www.fisica.unige.it/~biologia/NOfisica.html
(Università di Genova)

QUANTITÀ DI MOTO E URTI

- Quantità di moto per un punto materiale
  - conservazione della quantità di moto per un punto materiale e per un sistema di particelle
- Impulso di una forza
  - teorema dell'impulso
- Urti
  - in una dimensione
  - elastici e completamente anelastici
  - in due dimensioni
- Centro di massa
  - velocità ed accelerazione
  - conservazione della quantità di moto per un sistema isolato
- Esercizi
- Cenni alla relatività Galileiana e alla relatività ristretta
- Oscillatore armonico
- Esercizi

QUANTITÀ DI MOTO

DEFINIZIONE: $\vec{p} = m\,\vec{v}$ per un punto materiale di massa m e velocità $\vec{v}$

Il secondo principio della dinamica nella forma più generale è:

$\vec{F} = d\vec{p}/dt$

Se su un punto materiale non agiscono forze, $\vec{p}$ (quantità di moto) è una costante del moto

Se su un corpo (particella di massa m e velocità iniziale $\vec{v}$) agisce una ***forza impulsiva*** *ossia una forza che agisce per un breve intervallo di tempo Δt* essa determina una variazione della quantità di moto

$\vec{p}_{finale} - \vec{p}_{iniziale} = \Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$ ***= IMPULSO della forza***

Più in generale la definizione di impulso è

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}\, dt$$

QUANTITÀ DI MOTO

Immaginiamo un sistema di N particelle che numero con un indice *i* che varia da *1* a *N*

Nel sistema ciascuna particella *i* è soggetta a forze esterne F^{est} (esercitate da corpi esterni al sistema) e a forze interne F^{int} (esercitate dalle altre particelle del sistema).

Per un sistema di particelle:

$$\mathbf{p}_i = m_i \mathbf{v}_i$$

La quantità di moto totale **P** del sistema di particelle

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \ldots\ldots + \mathbf{p}_i + \ldots\ldots + \mathbf{p}_n = \sum_1^n \mathbf{p}_i$$

Con considerazioni del tutto analoghe a quelle di una particella,

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d\sum_1^n \mathbf{p}_i}{dt} = \sum_1^n \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \sum_1^n \mathbf{F}_i = \mathbf{F}$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \sum_1^n \mathbf{F}_i = \sum_1^n \mathbf{F}_i^{est} + \sum_1^n \mathbf{F}_i^{int} = \mathbf{F}^{est} + \mathbf{F}^{int}$$

$$\mathbf{F}^{int} = \sum_1^n \mathbf{F}_i^{int} = 0$$

Quindi si può scrivere che

$$\boxed{\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{est}}$$

Se su un sistema non agiscono forze ESTERNE, $\vec{P}$ è costante

QUANTITÀ DI MOTO

considieriamo **un sistema di due particelle isolato** (nessuna forza esterna)

$$\vec{\mathbf{F}}_{21} + \vec{\mathbf{F}}_{12} = 0$$

$$m_1\vec{\mathbf{a}}_1 + m_2\vec{\mathbf{a}}_2 = 0$$

$$m_1\frac{d\vec{\mathbf{v}}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{\mathbf{v}}_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d(m_1\vec{\mathbf{v}}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\vec{\mathbf{v}}_2)}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2) = 0$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2) = 0$$

$$\boxed{\vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}} = \text{costante}}$$

$$\boxed{\vec{\mathbf{p}}_{1i} + \vec{\mathbf{p}}_{2i} = \vec{\mathbf{p}}_{1f} + \vec{\mathbf{p}}_{2f}}$$

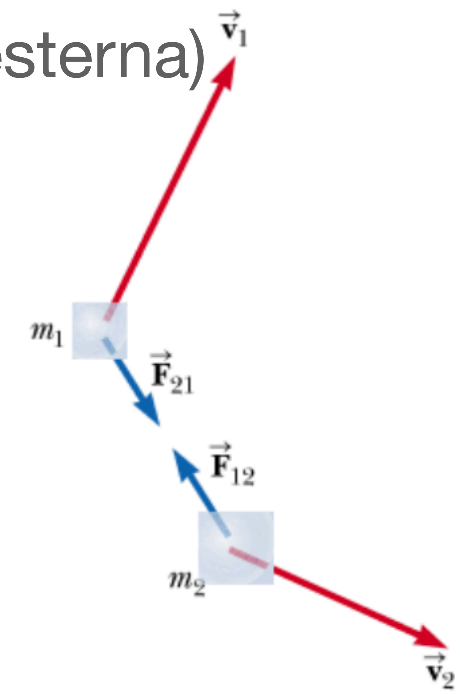


FIGURA 8.1 Due particelle interagiscono. Secondo la terza legge di Newton dobbiamo avere $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

QUANTITÀ DI MOTO

FIGURA 8.2 (Esempio) Un arciere scocca una freccia orizzontalmente. Poiché è in piedi su una superficie ghiacciata priva di attrito, scivolerà verso sinistra sul ghiaccio.

Un arciere di 60 kg è fermo su un blocco di ghiaccio privo di attrito e scocca una freccia di massa 0.030 kg orizzontalmente a 85 m/s (Fig. 8.2). Con quale velocità l'arciere si muove sul ghiaccio dopo aver lanciato la freccia?

Il momento iniziale totale in direzione orizzontale è nullo.

Per la conservazione del momento possiamo scrivere:

(scegliamo l'asse x nella direzione orizzontale [quella della freccia scoccata dall'arciere])

$$m_1 \vec{\mathbf{v}}_{1f} + m_2 \vec{\mathbf{v}}_{2f} = 0$$

Risolviamo per $\vec{v}_{1f}$ e sostituiamo i valori numerici:

$$\vec{\mathbf{v}}_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}\vec{\mathbf{v}}_{2f} = -\left(\frac{0.030\text{ kg}}{60\text{ kg}}\right)(85\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s}) = -0.042\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s}$$

Il sistema arciere arco è soggetto a forze esterne verticali, ma non c'è nessuna forza esterna orizzontale => la quantità di moto in direzione orizzontale si conserva

URTI IN UNA DIMENSIONE

Consideriamo due particelle libere di muoversi in una dimensione e ***non soggette a forze esterne (sistema isolato)*** ***=> il momento totale si conserva***

$$m_1 v_{1_i} + m_2 v_{2_i} = m_1 v_{1_f} + m_2 v_{2_f}$$

L'energia cinetica totale del sistema NON SEMPRE si conserva

(ricorda che $\mathbf{K_{finale} - K_{iniziale}} = L_{esterne} + L_{interne} = \mathbf{L_{interne}}$)

1) Urti elastici: $\mathbf{K_{finale} = K_{iniziale}}$

$$\frac{1}{2} m_1 {v_{1_i}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_i}}^2 = \frac{1}{2} m_1 {v_{1_f}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_f}}^2$$

2) Urti anelastici: $\mathbf{K_{finale} \neq K_{iniziale}}$

URTI IN UNA DIMENSIONE

Consideriamo due particelle libere di muoversi in una dimensione e ***non soggette a forze esterne (sistema isolato)*** ***=> il momento totale si conserva***

1) Urti elastici: **$K_{finale} = K_{iniziale}$**

$$m_1 v_{1_i} + m_2 v_{2_i} = m_1 v_{1_f} + m_2 v_{2_f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 {v_{1_i}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_i}}^2 = \frac{1}{2} m_1 {v_{1_f}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_f}}^2$$

Note le velocità iniziali si possono determinare le velocità finali (2 eq. e 2 incognite)

dalla cons di K $\quad m_1(v_{1_i} - v_{1_f})(v_{1_i} + v_{1_f}) = m_2(v_{2_f} - v_{2_i})(v_{2_f} + v_{2_i})$

dalla cons di P $\quad m_1(v_{1_i} - v_{1_f}) = m_2(v_{2_f} - v_{2_i})$

$$v_{1_i} - v_{2_i} = -(v_{1_f} - v_{2_f})$$

Urti in una dimensione

Consideriamo due particelle libere di muoversi in una dimensione e ***non soggette a forze esterne (sistema isolato)*** ***=> il momento totale si conserva***

1) Urti elastici: **$K_{finale} = K_{iniziale}$**

$$m_1 v_{1_i} + m_2 v_{2_i} = m_1 v_{1_f} + m_2 v_{2_f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 {v_{1_i}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_i}}^2 = \frac{1}{2} m_1 {v_{1_f}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_f}}^2$$

Note le velocità iniziali si possono determinare le velocità finali (2 eq. e 2 incognite)

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

URTI IN UNA DIMENSIONE

1) Urti elastici: **$K_{finale} = K_{iniziale}$**

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

Se M1 = M2 le particelle dopo l'urto si scambiano le velocità

Se v2i = 0 e M1 > M2 dopo l'urto entrambe le particelle procedono nella direzione di v1i, M2 più velocemente di M1

Se v2i = 0 e M1 > M2 dopo l'urto M2 procede nella direzione di v1i, M1 torna indietro

URTI IN UNA DIMENSIONE

Consideriamo due particelle libere di muoversi in una dimensione e ***non soggette a forze esterne (sistema isolato)*** ***=> il momento totale si conserva***

$$m_1 v_{1_i} + m_2 v_{2_i} = m_1 v_{1_f} + m_2 v_{2_f}$$

2) Urti anelastici: $\mathbf{K_{finale} \neq K_{iniziale}}$

$$\frac{1}{2} m_1 {v_{1_i}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_i}}^2 \neq \frac{1}{2} m_1 {v_{1_f}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2_f}}^2$$

$$m_1 v_{1_i} + m_2 v_{2_i} = (m_1 + m_2) v_f$$

Urti perfettamente anelastici

$$v_f = \frac{m_1 v_{1_i} + m_2 v_{2_i}}{m_1 + m_2}$$

URTI

Esercizi

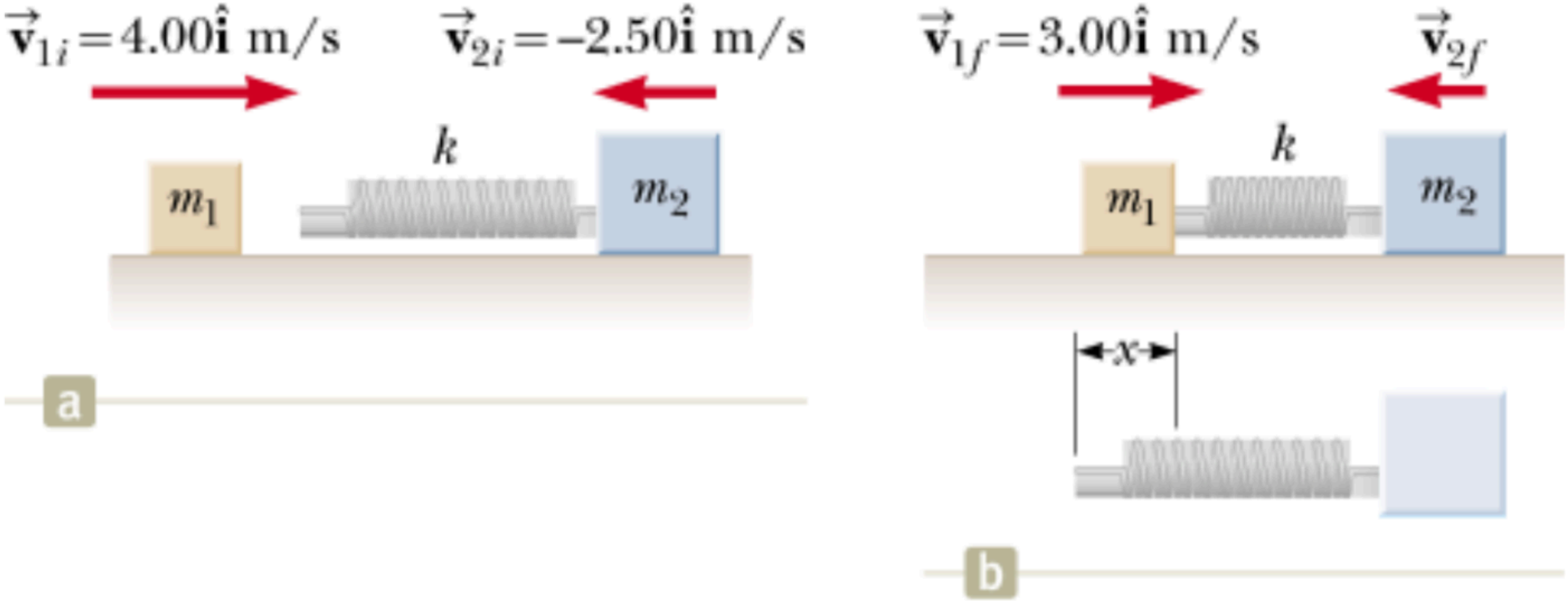


FIGURA 8.10 (Esempio 8.8) Un blocco che si muove si avvicina ad un secondo blocco che è attaccato ad una molla.

Un blocco di massa m_1 = 1.60 kg, inizialmente in moto con una velocità di 4.00 m/s verso destra su un piano orizzontale privo di attrito, urta una molla leggera, solidale con un secondo blocco di massa m_2 = 2.10 kg, in moto verso sinistra ad una velocità di 2.50 m/s come in Figura 8.10a. La costante elastica della molla è 600 N/m.

(A) Determinare le velocità dei due blocchi dopo l'urto.

(B) Determinare la velocità del blocco 2 durante la collisione nell'istante in cui il blocco 1 si muove verso destra con velocità di 3.00 m/s, come in Figura 8.10b.

(C) Determinare di quanto si comprime la molla in questo istante.

URTI

Esercizi

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

(A) Determinare le velocità dei due blocchi dopo l'urto.

(B) Determinare la velocità del blocco 2 durante la collisione nell'istante in cui il blocco 1 si muove verso destra con velocità di 3.00 m/s, come in Figura 8.10b.

$$\frac{1}{2}m_1{v_{1i}}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_{2i}}^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1{v_{1f}}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_{2f}}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Conservazione dell'energia meccanica

(C) Determinare di quanto si comprime la molla in questo istante.

URTI

Esercizi

1. Una stecca da biliardo colpisce una palla di massa $m = 200g$ inizialmente ferma con una forza media $F = 50N$. Supponendo che l'urto duri $\Delta t = 10\,ms$ calcolare: a) l'impulso che agisce sulla palla, b) la velocità acquistata dalla palla.

Soluzione: l'impulso si calcola applicando direttamente la definizione $I = F\Delta t$, pertanto vale $I = 50N \times 10 \cdot 10^{-3}s = 0.5\,Ns$ mentre la velocità acquistata dalla palla si ricava applicando il teorema dell'Impulso

$$v_f = \frac{I}{m} = \frac{0.5Ns}{200 \cdot 10^{-3}kg} = 2.5m/s$$

4. Un cannone di massa $M_1 = 10^3 kg$ libero di scorrere senza attriti lungo l'asse x spara orizzontalmente una palla di massa $M_2 = 10^2 kg$ con una velocità $v_2 = 100m/s$. Calcolare il modulo e la direzione della velocità finale del cannone.

Soluzione: poichè il sistema è soggetto solo a forze interne la quantità di moto si conserva:

$$0 = M_1 v_1 + M_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = -\frac{M_2 v_2}{M_1} = -\frac{10^2 kg \times 100\,m/s}{10^3 kg} = -10\,m/s$$

quindi il cannone si muove in direzione opposta alla palla con velocità $v_1 = 10m/s$.

URTI

2. Un proiettile di massa $M_p = 20g$ si muove lungo l'asse x con velocità $v_p = 200m/s$ e si conficca in un blocco di legno di massa $M_B = 500g$ libero di scorrere senza attriti lungo l'asse x. Si calcoli la velocità con cui il sistema "blocco + proiettile" si muove dopo l'urto e l'energia cinetica persa nell'urto.

Soluzione: l'urto è completamente anelastico pertanto si deve applicare l'equazione $M_p v_p + M_B v_B = (M_p + M_B)v_f$ da cui

$$v_f = \frac{M_p v_p + M_B v_B}{M_p + M_B} = \frac{20 \cdot 10^{-3}\text{kg} \times 200\text{m/s} + 0}{20 \cdot 10^{-3}\text{kg} + 500 \cdot 10^{-3}\text{kg}} = 7.69\text{m/s}$$

L'energia iniziale e finale del sistema valgono rispettivamente

$K_i = \frac{1}{2}M_p v_p^2 + \frac{1}{2}M_B v_B^2 = \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^{-3}\text{kg} \times (200\text{m/s})^2 + 0 = 400\text{ J}$ e

$K_f = \frac{1}{2}M_p v_f^2 + \frac{1}{2}M_B v_f^2 = \frac{1}{2} \times (20 \cdot 10^{-3}\text{kg} + 0.5\text{kg}) \times (7.69\text{ m/s})^2 = 15.4\text{ J}$ da cui

$\Delta K = 15.4\text{J} - 400\text{J} = -384.6\text{J}$

3. Immaginando che il blocco di legno sia soggetto ad una forza d'attrito dinamico con coefficiente $\mu_d = 0.4$, si calcoli la massima distanza raggiunta dal sistema "blocco + proiettile" dopo l'urto.

Soluzione: dobbiamo immaginare che la forza d'attrito inizi ad agire dopo che l'urto è avvenuto, e successivamente per il teorema della conservazione dell'energia, calcolando l'energia cinetica K_I con la velocità v_f ottenuta dall'esempio precedente, imponiamo:

$L = K_F - K_I \quad \Rightarrow \quad f_d s \cos\pi = 0 - \frac{1}{2}(M_P + M_B)v_f^2$ e tenuto conto che $f_d = \mu_d (M_p + M_B)g$ si ricava $s = \dfrac{\frac{1}{2}(M_P + M_B)v_f^2}{\mu_d (M_P + M_B)g} = \dfrac{v_f^2}{2\mu_d g} = \dfrac{(7.69\text{m/s})^2}{2 \times 0.4 \times 9.8\text{m/s}^2} = 7.54\text{m}$

URTI IN DUE DIMENSIONI

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

Conservazione del momento
2 eq. (proiezioni x e y)

$$\frac{1}{2} m_1 {v_{1i}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2i}}^2 = \frac{1}{2} m_1 {v_{1f}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_{2f}}^2$$

Conservazione dell'energia
cinetica SE l'urto è elastico
1 eq

URTI IN DUE DIMENSIONI

FIGURA 8.11 Un urto radente tra due particelle.

Semplifichiamo: una particella all'inizio in quiete

4 incognite

v1f, v2f, theta e phi

$$m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos\theta + m_2 v_{2f} \cos\phi$$
$$0 + 0 = m_1 v_{1f} \operatorname{sen}\theta - m_2 v_{2f} \operatorname{sen}\phi$$

Conservazione del momento
2 eq. (proiezioni x e y)

Se l'urto è elastico, è possibile scrivere una terza equazione per la conservazione dell'energia cinetica, nella forma

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \qquad \textbf{8.28}$$

Se sono note la velocità iniziale v_{1i} e le masse delle due particelle, abbiamo quattro incognite (v_{1f}, v_{2f}, θ, e Φ). Poiché abbiamo solo tre equazioni, una delle quattro grandezze deve essere fissata per definire il moto del sistema dopo l'urto, facendo uso solo dei principi di conservazione.

CENTRO DI MASSA

Si definisce in generale per un sistema di punti materiali

Consideriamo il caso di 2 punti materiali liberi di muoversi solo in una direzione (x)

Iniziamo col definire la coordinata del **Centro di Massa** (CM) che si ottiene dalla media pesata delle coordinate dei singoli corpi:

$$x_{CM} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} x_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} x_2$$

x_{CM} è la coordinata di un punto che si trova sulla linea che congiunge i due corpi. La posizione è determinata dal valore delle due masse: il punto CM si troverà più vicino al corpo di massa maggiore e nel caso particolare in cui le due masse sono uguali si troverà esattamente a metà strada. Allo stesso modo potremo definire la velocità v_{CM} e l'accelerazione a_{CM} del centro di massa come:

$$v_{CM} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} v_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} v_2 \qquad \text{e} \qquad a_{CM} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} a_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} a_2$$

In generale

$$\vec{\mathbf{r}}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{\mathbf{r}}_i}{M}$$

CENTRO DI MASSA

$$a_{CM} = \frac{\sum_i F_i^{(1)}}{M_1 + M_2} + \frac{\sum_j F_j^{(2)}}{M_1 + M_2}$$

L'espressione può ancora essere riscritta come $\sum_i F_i^{(1)} + \sum_j F_j^{(2)} = (M_1 + M_2)a_{CM}$

Forze interne Forze esterne

$$\boxed{\sum_i F_i^{(est)} = (M_1 + M_2)a_{CM}}$$

Se le forse esterne sono 0, Vcm è una costante del moto ma Vcm = cost => conservazione della quantità di moto totale

$$v_{CM} = \frac{M_1}{M_1 + M_2}v_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2}v_2$$

P_{tot} = $M_1 v_1 + M_2 v_2 = (M_1 + M_2)v_{CM}$

Centro di Massa

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{CM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{\mathbf{r}}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

$$\boxed{M\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}}} = \sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i = \sum_i \vec{\mathbf{p}}_i = \boxed{\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{tot}}}$$

In generale

$$\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{\mathbf{r}}_i}{M}$$

$$\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{\mathbf{v}}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{\mathbf{a}}_i$$

$$M\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \sum_i m_i \vec{\mathbf{a}}_i = \sum_i \vec{\mathbf{F}}_i$$

$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{est}} = M\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{tot}}}{dt}}$$

$\Delta\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{tot}} = \vec{\mathbf{I}}$ in presenza di forze esterne

$\Delta\vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{tot}} =$ 0; P = costante, in assenza di forze esterne

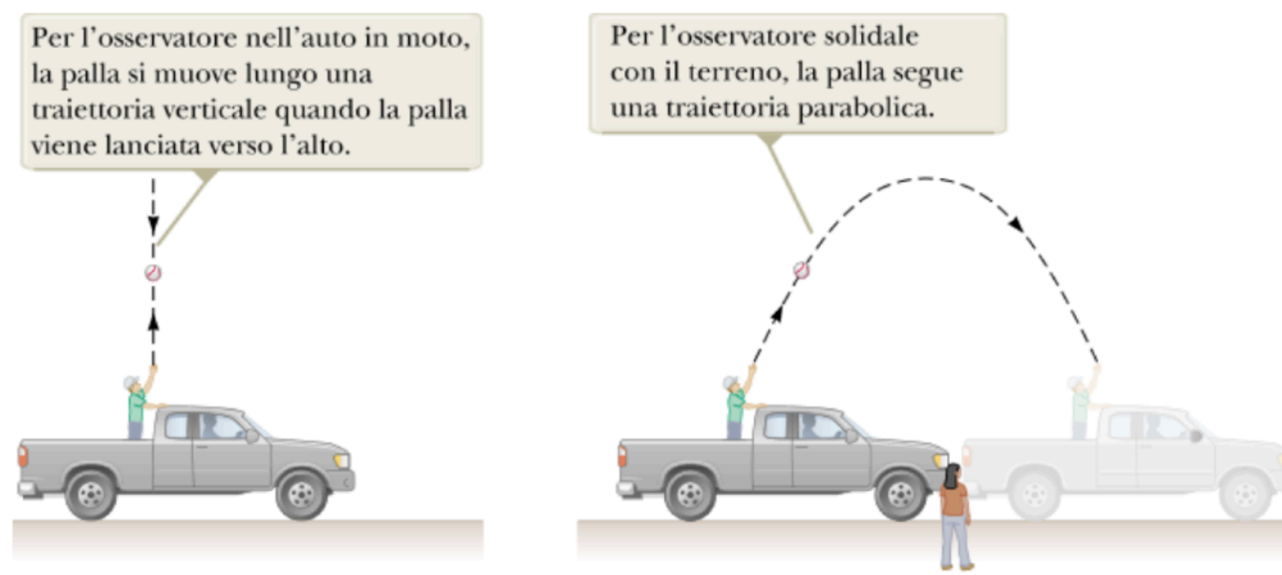
Relatività Galileiana

Il principio di relatività Galileiana

- Le leggi della Meccanica sono uguali in tutti ***i sistemi di riferimento inerziali***
  - Si dicono ***sistemi di riferimento inerziali*** i sistemi di riferimento in cui un corpo non soggetto a forze è in stato di quiete o di moto rettilineo uniforme
    - Se un sistema di riferimento è inerziale, lo è anche un qualunque sistema di riferimento in moto relativo rispetto ad esso con velocità rettilinea uniforme

Il moto è solo in direzione verticale, unif. accelerato.

La forza peso determina una accelerazione verso il basso pari a g



. Sebbene i due osservatori misurino velocità diverse e vedano traiettorie diverse della palla, essi vedono agire sulla palla le stesse forze e concordano sulla validità delle leggi di Newton così come sui principi classici come la conservazione dell'energia e la conservazione della quantità di moto. Le loro misure differiscono ma soddisfano le stesse leggi. Tutte le differenze fra i due punti di vista scaturiscono dal moto relativo di un riferimento rispetto all'altro.

Il moto è in direzione verticale unif. accelerato e rettilineo unif. in direzione x.

La forza peso determina una accelerazione verso il basso pari a g

RELATIVITÀ GALILEIANA

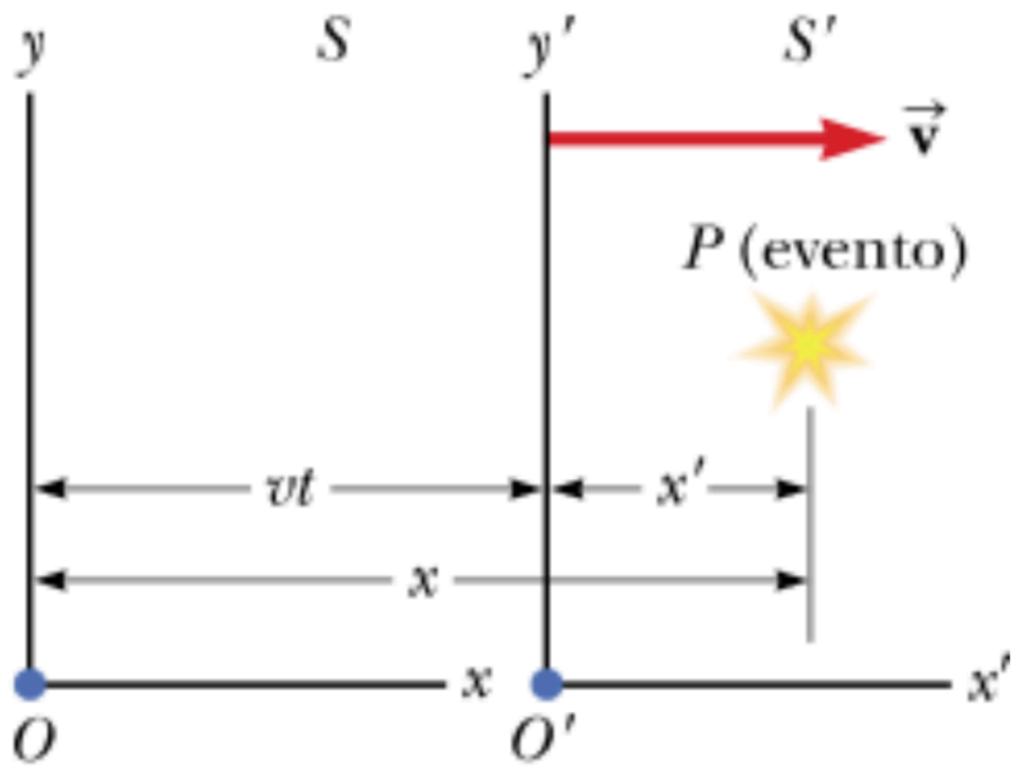


FIGURA 9.2 Un evento avviene in un punto P e all'istante t. L'evento è visto da due osservatori O e O' nei sistemi inerziali S e S', dove S' si muove con una velocità $\vec{v}$ relativamente a S.

trasf. galileiane delle coordinate

$$x' = x - vt \qquad y' = y \qquad z' = z$$

$$t = t'$$

Osserviamo un ***evento*** (fenomeno fisico) da due sistemi di riferimento inerziali:

- S con sistema di coordinate x,y,z e origine O
- S' con sistema di coordinate x',y',z' e origine O'
- ***Gli orologi dei due sistemi di riferimento misurano lo stesso tempo sempre***
- Se *il moto relativo di O' rispetto a O avviene con velocità v lungo x* chiamiamo t=0 l'istante di tempo in cui O'=O

- Il passaggio da un sistema di rif. all'altro avviene con le trasformazioni seguenti

RELATIVITÀ GALILEIANA

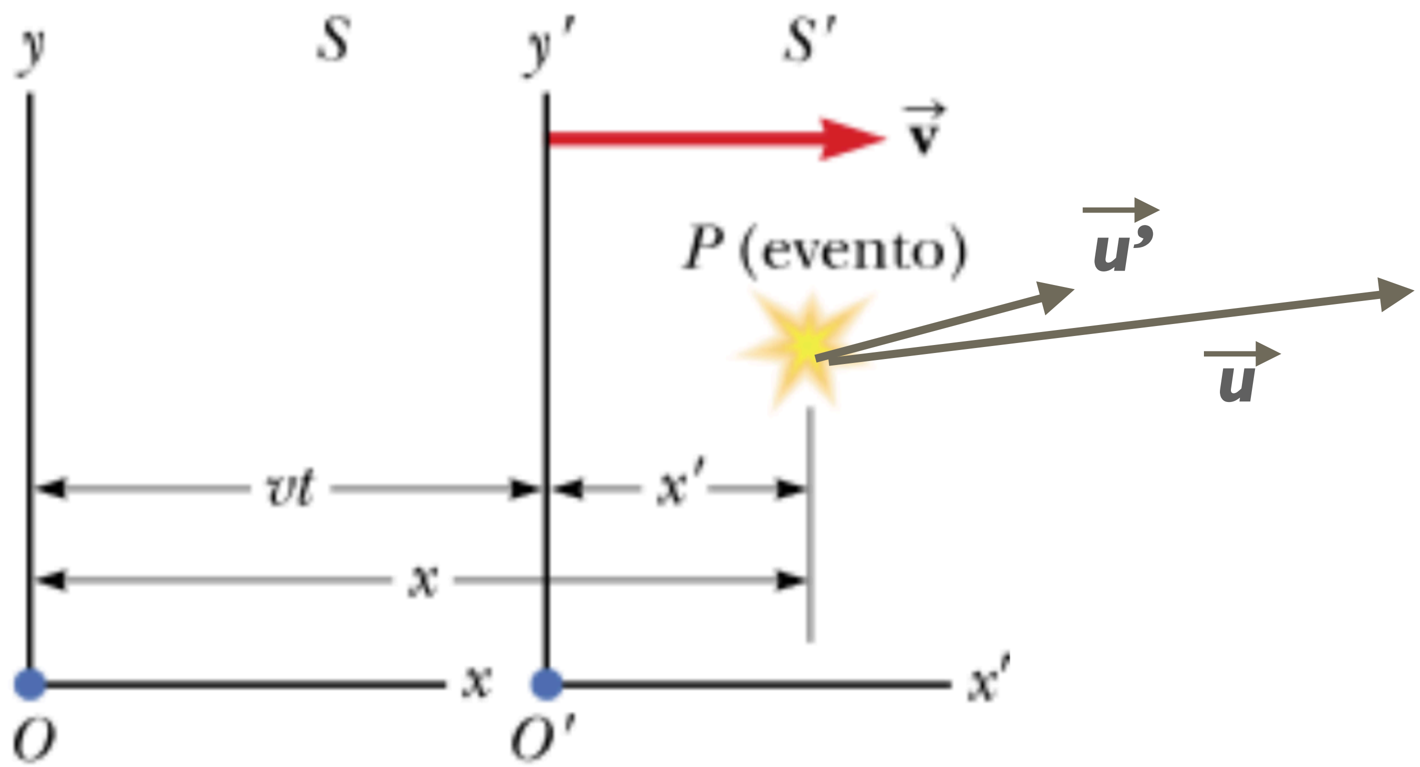


FIGURA 9.2 Un evento avviene in un punto P e all'istante t. L'evento è visto da due osservatori O e O' nei sistemi inerziali S e S', dove S' si muove con una velocità $\vec{v}$ relativamente a S.

trasf. galileiane delle coordinate

$$x' = x - vt \qquad y' = y \qquad z' = z$$

$$t = t'$$

Se una particella si muove con velocità

u = dx/dt in S

si muoverà con velocità u' = dx'/dt' per un osservatore solidale con (in quiete in) S'

dove

$\boldsymbol{u_x'}$ = dx'/dt = dx/dt - d(vt)/dt = $\boldsymbol{u_x - v}$

$\boldsymbol{u_y' = u_y}$

$\boldsymbol{u_z' = u_z}$

legge di composizione galileiana delle velocità

RELATIVITÀ RISTRETTA

Principio di relatività di Einstein

1. **Il principio di relatività**: tutte le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.
2. **La costanza della velocità della luce**: la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore o dalla velocità della sorgente che emette la luce.

Questi postulati formano la base della **relatività ristretta**, che è la teoria della relatività applicata a osservatori che si muovono con velocità costante.

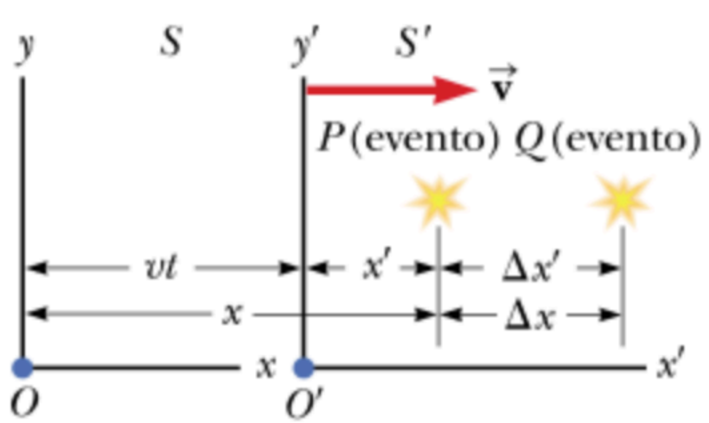


FIGURA 9.9 Gli eventi accadono nei punti P e Q e sono osservati da un osservatore fermo nel sistema S e da un altro nel sistema S' che si muove verso destra con velocità v.

Osserviamo un ***evento*** (fenomeno fisico) da due sistemi di riferimento inerziali:

- S con sistema di coordinate x,y,z,t e origine O
- S' con sistema di coordinate x',y',z',t' e origine O'
- ***Gli orologi dei due sistemi di riferimento misurano lo stesso tempo t=t'=0 solo quando O = O'***
- *Se il moto relativo di O' rispetto a O avviene con velocità v lungo x*

trasformazioni di Lorentz delle coordinate, da S a S'

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

trasformazioni di Lorentz (inverse) delle coordinate, da S' a S

$$x = \gamma(x' + vt') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

RELATIVITÀ RISTRETTA

Osserviamo un ***evento*** (fenomeno fisico) da due sistemi di riferimento inerziali:

- *Se il moto relativo di O' rispetto a O avviene con velocità v lungo x*
- ***v/c = β***
- ***γ = 1/ √(1-β²)***
- ***c = 3 x 10⁸ m/s***

Principio di relatività di Einstein

1. **Il principio di relatività**: tutte le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.
2. **La costanza della velocità della luce**: la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore o dalla velocità della sorgente che emette la luce.

Questi postulati formano la base della **relatività ristretta**, che è la teoria della relatività applicata a osservatori che si muovono con velocità costante.

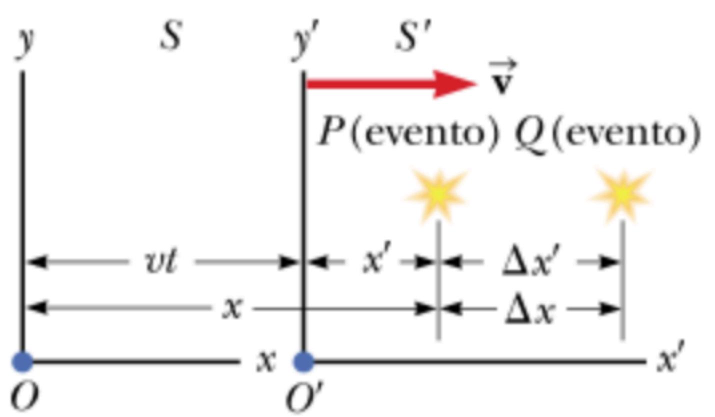


FIGURA 9.9 Gli eventi accadono nei punti P e Q e sono osservati da un osservatore fermo nel sistema S e da un altro nel sistema S' che si muove verso destra con velocità v.

trasformazioni di Lorentz delle coordinate, da S a S'

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

trasformazioni di Lorentz (inverse) delle coordinate, da S' a S

$$x = \gamma(x' + vt') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

RELATIVITÀ RISTRETTA

Consideriamo ***due eventi che in S' avvengono nello stesso punto x'*** in istanti di tempo separati da $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ ***(tempo proprio)*** in S appaiono separati temporalmente di

- $\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma\, \Delta t'$
  - dilatazione dei tempi

Osserviamo un ***evento*** (fenomeno fisico) da due sistemi di riferimento inerziali:

- S con sistema di coordinate x,y,z,t e origine O
- S' con sistema di coordinate x',y',z',t' e origine O'
- ***Gli orologi dei due sistemi di riferimento misurano lo stesso tempo t=t'=0 solo quando O = O'***
- *Se il moto relativo di O' rispetto a O avviene con velocità v lungo x*

trasformazioni di Lorentz delle coordinate, da S a S'

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

trasformazioni di Lorentz (inverse) delle coordinate, da S' a S

$$x = \gamma(x' + vt') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad \boxed{t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)}$$

RELATIVITÀ RISTRETTA

Consideriamo ***due eventi che in S' avvengono nello stesso punto x'*** in istanti di tempo separati da $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ ***(tempo proprio)*** in S appaiono separati temporalmente di

- $\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma \, \Delta t'$
  - dilatazione dei tempi

Un ***osservatore fisso in S*** misura una distanza tra due punti fissi Δx ***(lunghezza propria);*** in S' misurata la distanza tra gli stessi punti (nello stesso istante di tempo t')

- $\Delta x' = \Delta x / \gamma$
  - contrazione delle lunghezze

Osserviamo un ***evento*** (fenomeno fisico) da due sistemi di riferimento inerziali:

- S con sistema di coordinate x,y,z,t e origine O
- S' con sistema di coordinate x',y',z',t' e origine O'
- ***Gli orologi dei due sistemi di riferimento misurano lo stesso tempo t=t'=0 solo quando O = O'***
- *Se il moto relativo di O' rispetto a O avviene con velocità v lungo x*

trasformazioni di Lorentz delle coordinate, da S a S'

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

trasformazioni di Lorentz (inverse) delle coordinate, da S' a S

$$\boxed{x = \gamma(x' + vt')} \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad \boxed{t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)}$$

LORENTZ

Esercizi

Un'astronauta compie un viaggio verso Sirio situata a 8 anni luce dalla Terra. L'astronauta misura che l'intervallo di tempo per un viaggio di sola andata è 6 anni. Se l'astronave si muove alla velocità costante di 0.8*c*, come si può conciliare la distanza di 8 a.l. con la durata di 6 anni misurata dall'astronauta?

sistema S = osservatore in quiete sulla terra

sistema S' = sistema di rif. solidale con l'astronauta;

S' in moto con velocità 0.8c rispetto a S; $\gamma = 1.667$

La distanza L=8 a.l. tra Sirio e Terra è una distanza propria misurata da un osservatore (sulla terra) per il quale sia la Terra che Sirio sono praticamente fermi.

=> L' misurata in S' è contratta rispetto a L, cioè $L' = L/\gamma$ = 8a.l. / 1.667 = 4.799 a.l.

L' è percorsa dall'astronauta alla velocità di 0.8c => Secondo l'astronauta il viaggio dura $T' = L'/(0.8c)$ = 6 anni

Cosa accade se questo viaggio viene osservato con un telescopio molto potente da un tecnico addetto al controllo della missione che si trova sulla Terra? Dopo quanto tempo questo tecnico *vede* l'arrivo dell'astronauta su Sirio?

Per un osservatore sulla terra l'astronauta percorre L in un tempo $T = L/(0.8c)$ = 10 anni; Tuttavia perché l'osservatore "veda" l'arrivo, occorre che la luce prodotta all'arrivo raggiunga da Sirio la Terra => Ttot = 10 anni (viaggio)+ 8 anni(segnale lum.).

Se l'astronauta riparte per la Terra subito dopo l'arrivo su Sirio (alla stessa velocità del viaggio di andata) l'osservatore a terra la vedrà rientrare dopo 2T = 20 anni, cioè dopo 2 anni dal momento in cui da Terra si è "visto" l'arrivo su Sirio.

In questo tempo terrestre, per l'astronauta sono passati solo 12 anni; e infatti questo tempo proprio (misurato dall'astronauta nel suo sistema di riferimento, cioè in O') risulta dilatato per l'osservatore terrestre (per il quale l'astronauta è in moto) 2T = 1.667 x 12 anni = 20 anni

Relatività ristretta

Quando la velocità di una particella è non trascurabile rispetto a c, ossia $\beta \sim 1$ le leggi di ***conservazione del momento*** *(legge che vogliamo valga in ogni sistema di riferimento, quindi per esempio nel lab. e nel sistema solidale con la particella con velocità βc) richiede una modifica della def. di quantità di moto:*

$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ *dove* $\gamma = 1/\sqrt{(1-\beta^2)}$ *nota che*

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} \boxed{\approx 1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \cdots \sim 1}$$

per $\beta \to 0$

Il lavoro effettuato da una forza risulta

uguale alla variazione di energia cinetica K ridefinita come

$K = (\gamma - 1)\, mc^2 \sim (\, 1 + (1/2)v^2/c^2 \;\; -1\,)\, mc^2 = (1/2)mv^2$

per $\beta \to 0$

Nota $E_R = mc^2$ è detta energia a riposo della particella;

L'energia totale è $E = K + E_R = \gamma mc^2$

OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE

Una condizione (ideale) ricorrente in varie situazioni fisiche.

Consideriamo un punto materiale collegato a una molla elastica che rispetta la legge di Hooke; In assenza di altre forze, la seconda legge della dinamica per il nostro corpo è

$$m\, a_x = -k\, x$$

$$m\, dv_x/dt = -k\, x$$

equazione dell'oscillatore armonico

$$(1) \qquad \boldsymbol{m\, d^2x/dt^2 = -k\, x}$$

Soluzione di questa equazione differenziale è una funzione x(t) di questo tipo:

$$\boldsymbol{x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)}$$

infatti

$dx/dt = -A\, \omega \sin(\omega t + \varphi)$

e

$d^2x/dt^2 = -A\, \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$

allora sostituendo in (1) si ha $-m\, A\, \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -k\, A \cos(\omega t + \varphi)$

che è vera se $\boldsymbol{\omega^2 = k/m}$, qualunque siano A e φ

OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE

La posizione è periodica

$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

e

$x(t+T) = A \cos(\omega(t+T) + \varphi)$

sono uguali se $\omega T = 2\pi$, cioè se $\boldsymbol{T = 2\pi / \omega}$

energia dell'oscillatore armonico

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \,\text{sen}^2(\omega t + \phi)$$

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2[\text{sen}^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)]$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

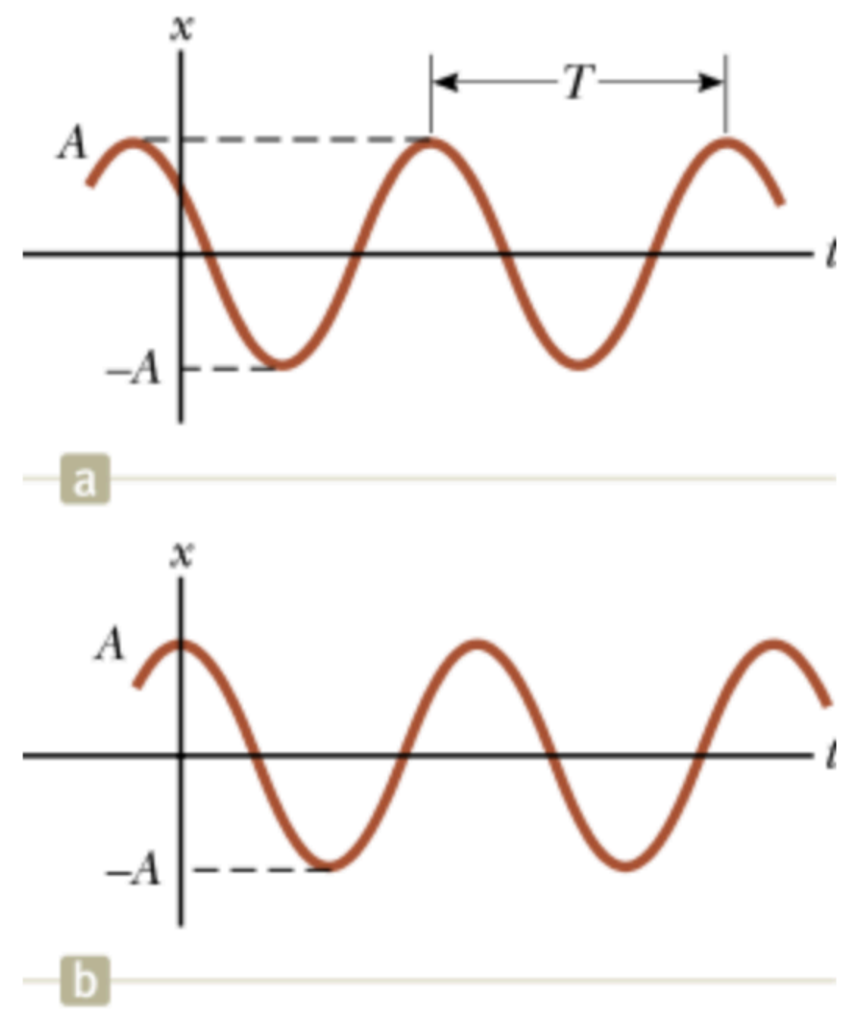


FIGURA 12.2 (a) Un grafico x-t per una particella soggetta a moto armonico semplice. L'ampiezza del moto è A e il periodo (definito nell'Eq. 12.10) è T. (b) Il grafico x-t per il caso particolare in cui x = A a t = 0 e quindi Φ = 0.

Oscillatore Armonico semplice

energia dell'oscillatore armonico

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad E = K + U = \frac{1}{2}kA^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

La velocità è periodica

v(t) = -A ω sin (ωt + φ)

Nota inoltre che dalla

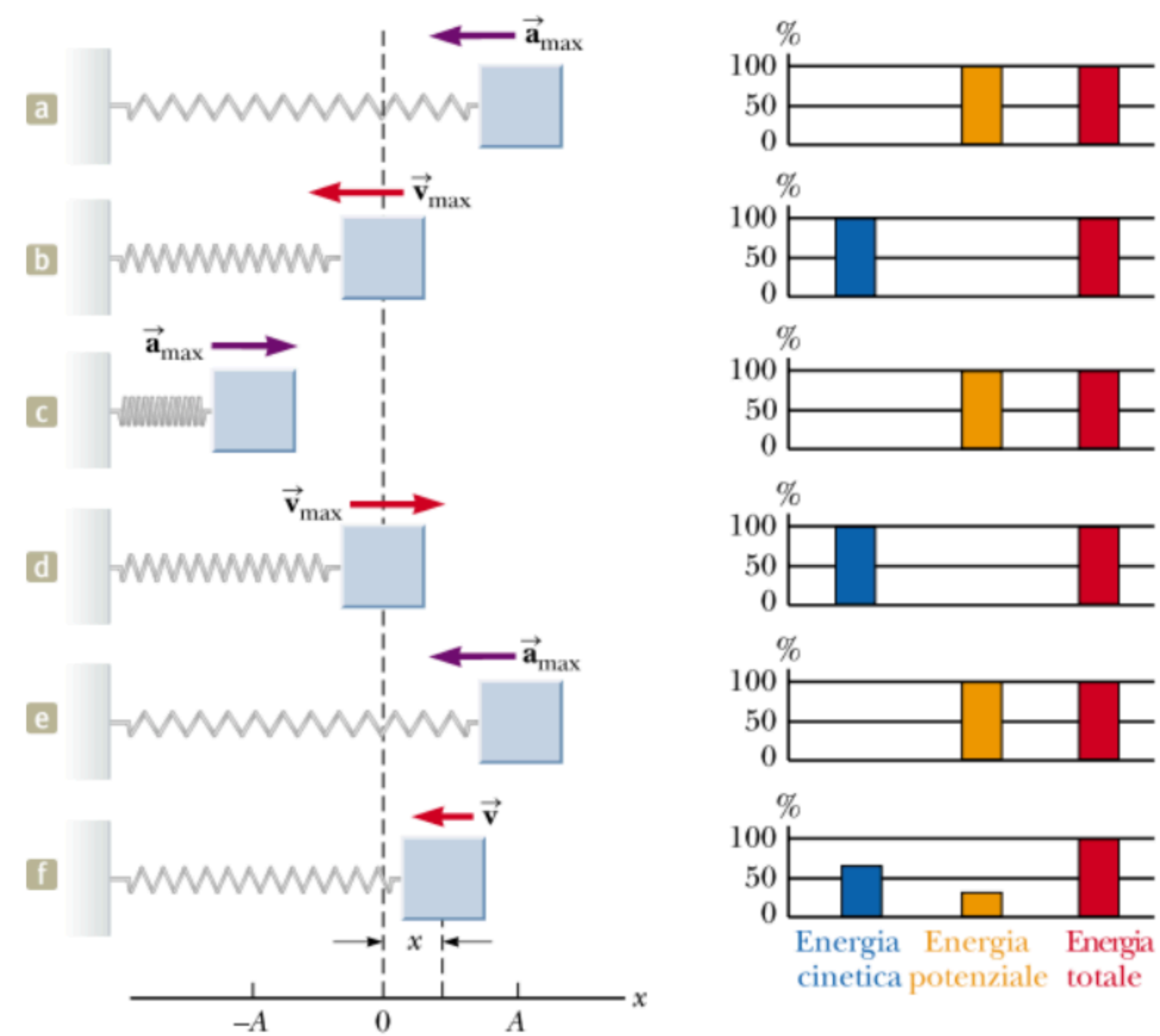
$E = kA^2/2$

$= mv^2/2 + kx^2/2$

si trova

$$\boxed{v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}}$$

$$\boxed{= \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}}$$



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$\frac{T}{2}$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{3T}{4}$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
t	x	v	$-\omega^2 x$	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}kx^2$

NOTA:

$v_{max} = A\omega$

$a_{max} = A\omega^2$

Oscillatore Armonico

un altro esempio: *pendolo semplice*

misuriamo ϑ >0 quando il pendolo si trova a destra della verticale;

la coordinata della massa è s (arco di curva);
s >0 quando ϑ >0

L'eq. del moto è

$m\,a = -\,m\,g \sin\vartheta$

$m\,d^2s/dt^2 = -\,m\,g \sin\vartheta \qquad (s = L\vartheta)$

$L\,d^2\vartheta/dt^2 = -\,g \sin\vartheta \qquad$ se $\vartheta \to 0$, $\sin\vartheta \sim \vartheta$

$$d^2\vartheta/dt^2 + (g/L)\,\vartheta = 0$$

Soluzione di questa equazione differenziale è una funzione $\vartheta(t)$ di questo tipo:

$$\vartheta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \qquad \text{con } \omega^2 = g/L$$

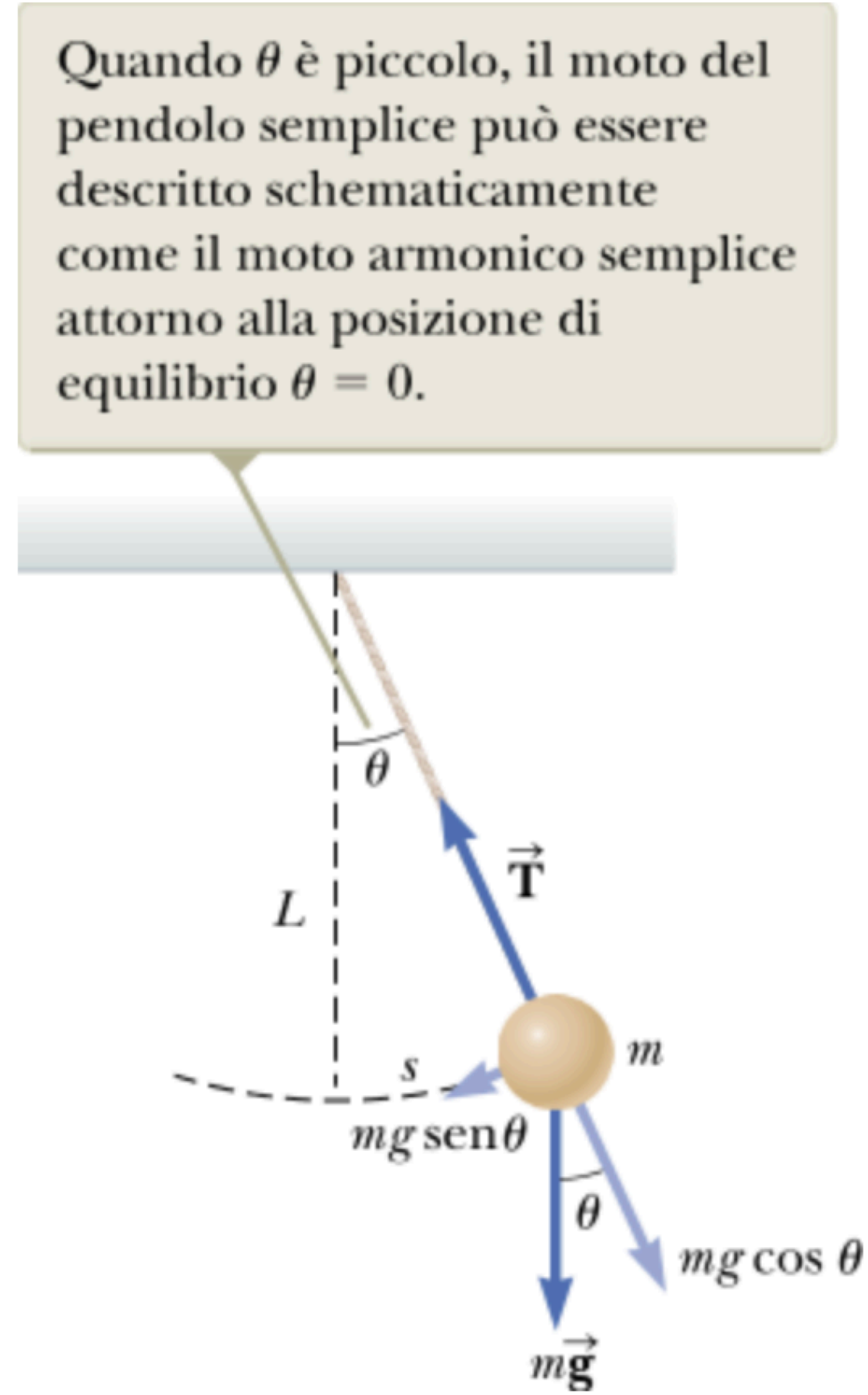


FIGURA 12.13 Un pendolo semplice.

Oscillatore Armonico semplice

Esercizi

Un blocco di massa 200 g è collegato a una molla di massa trascurabile, di costante elastica 5.00 N/m ed è libero di oscillare su un piano orizzontale privo di attrito. Il blocco parte da fermo in una posizione a 5.00 cm dall'equilibrio, come in Figura 12.6.

(A) Trovare il periodo del suo moto.

(B) Si determini la massima velocità del blocco.

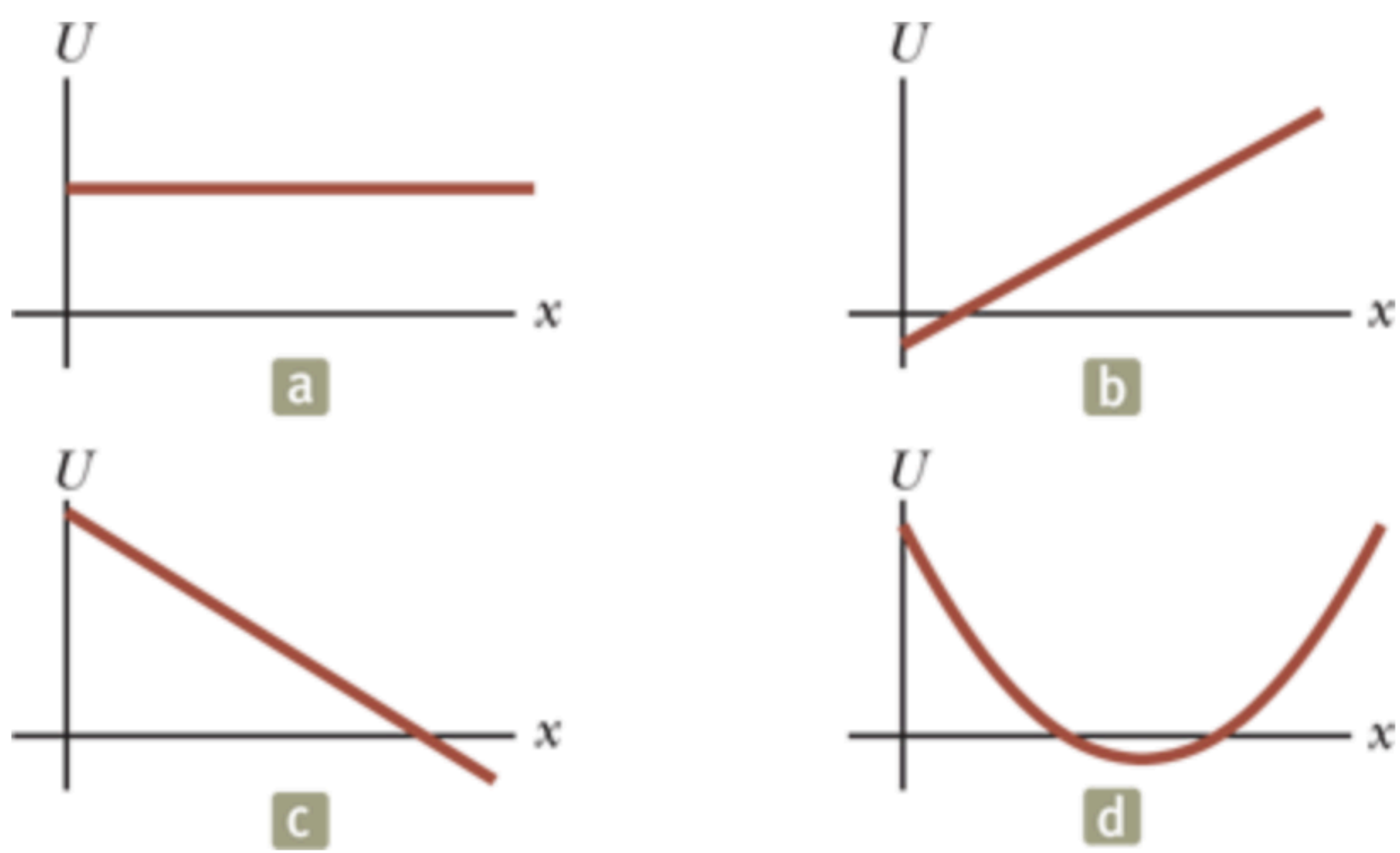
(C) Qual è la massima accelerazione del blocco?

(D) Esprimiamo la posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo nelle unità SI.

ENERGIA POTENZIALE E MOTO

Esercizi

4. La Figura DC12.4 mostra i grafici dell'energia potenziale di quattro diversi sistemi in funzione della posizione della particella per ciascun sistema. Ciascuna particella è messa in moto con una spinta in una posizione arbitrariamente scelta. Descrivi il suo moto conseguente in ciascuno dei casi (a), (b), (c) e (d).



OSCILLATORE ARMONICO

Esercizi

4. Un palla caduta da un'altezza di 4.00 m collide elasticamente con il suolo. Assumendo che non venga persa energia meccanica a causa della resistenza dell'aria, (a) mostrare che il moto che ne consegue è periodico e (b) calcolare il periodo del moto. (c) Il moto è armonico semplice? Spiegare.

29. Problema di ricapitolazione. Un pendolo semplice è lungo 5.00 m. Qual è il periodo di piccole oscillazione per il pendolo se è posto in un ascensore (a) che accelera verso l'alto a 5.00 m/s²? (b) Che accelera verso il basso a 5.00 m/s²? (c) Qual