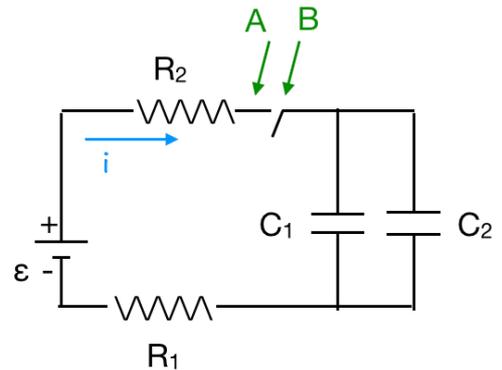


Scritto 13 - a.a. 2018-2019

Quesito 1

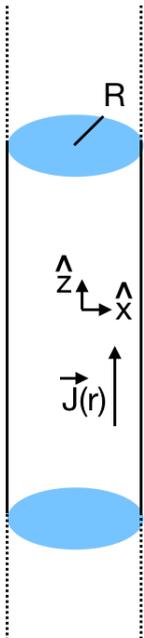
Si determini l'andamento nel tempo della corrente i e della differenza di potenziale ai capi dei condensatori dopo che l'interruttore e' chiuso sulla posizione A sapendo che $\epsilon = 10\text{ V}$, $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$, $C_1=10\mu\text{F}$ e $C_2=25\mu\text{F}$. Si calcoli l'energia immagazzinata nel condensatore 1 e nel condensatore 2 e l'energia totale dissipata su ciascuna resistenza.



Quesito 2

Si consideri un cilindro infinito di raggio $R=10\text{ cm}$, in cui sia definita una densità di corrente stazionaria J diretta parallelamente all'asse e dipendente dalla distanza r dall'asse secondo la relazione $J(r) = J_0 r^2 / R^2$ in cui $J_0 = 10\text{ A/m}^2$.

- 1) Si calcoli modulo direzione e verso del campo magnetico per un punto esterno ($r=2R$) ed un punto interno ($r=R/2$) al cilindro.
- 2) Si calcoli modulo direzione e verso del potenziale vettore in ogni punto dello spazio.



Quesito 3

In una sfera di materiale isolante di raggio $R=1\text{ cm}$ e' distribuita la carica $Q_0=1\text{ nC}$ con una densità che dipende esclusivamente da r (distanza dal centro) $\rho(r)= A + Br$.

Si dimostri che:

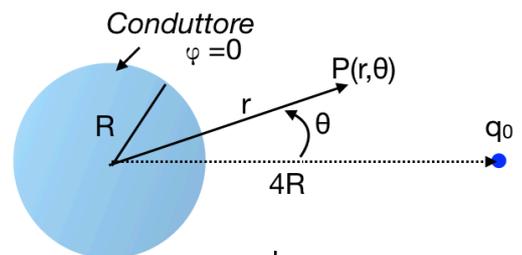
- 1) non è possibile determinare contemporaneamente i valori di A e di B da una misura del campo elettrico a distanza $2R=2\text{ cm}$ dal centro;
- 2) è possibile determinare A e B conoscendo il valore E_0 del modulo del campo elettrico a distanza $R/2=0.5\text{ cm}$ dal centro.

Si calcoli la variazione di energia potenziale di una carica puntiforme q nello spostamento da $r=R$ a $r=10R$.

Quesito 4

Si calcoli il potenziale elettrostatico in un punto generico della spazio $P(r,\theta)$ determinato da una sfera conduttrice di raggio R a potenziale nullo con centro nell'origine del sistema di riferimento e una carica puntiforme q_0 a distanza $4R$ dal centro della sfera sull'asse z , facendo riferimento alla figura. Qual è il valore della carica netta sulla sfera conduttrice ?

Come cambierebbe il potenziale elettrostatico se al centro della sfera conduttrice ci fosse una cavità vuota di raggio $R/2$?

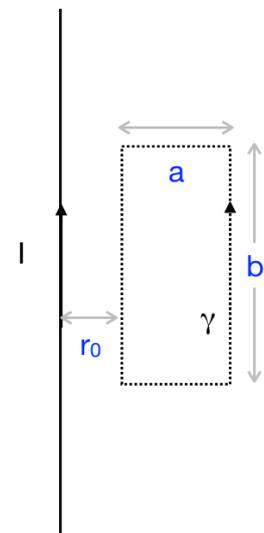


Quesito 5

Il filo rettilineo infinito rappresentato in figura e' percorso dalla corrente costante $I=1\text{ A}$. Si calcoli la forza che agisce sul circuito γ , fisso nello spazio, se esso e' percorso da una corrente $i_0=1\text{ mA}$ in senso antiorario.

I parametri geometrici siano $r_0 = 1\text{ cm}$, $a=5\text{ cm}$ e $b=10\text{ cm}$.

Si calcoli il flusso del campo magnetico concatenato con il circuito γ .



RICORDA:

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix} \hat{x} + \hat{y} + \hat{z}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \\ \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right) \end{pmatrix} \hat{\rho} + \hat{\phi} + \hat{z}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix} \hat{r} + \hat{\theta} + \hat{\phi}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x \hat{x} + \nabla^2 A_y \hat{y} + \nabla^2 A_z \hat{z}$	$\begin{pmatrix} \left(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \\ \left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right) \\ \left(\nabla^2 A_z \right) \end{pmatrix} \hat{\rho} + \hat{\phi} + \hat{z}$	$\begin{pmatrix} \left(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \\ \left(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \\ \left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \end{pmatrix} \hat{r} + \hat{\theta} + \hat{\phi}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz \hat{x} + dx dz \hat{y} + dx dy \hat{z}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho} + \rho dz d\phi \hat{\phi} + \rho d\rho d\phi \hat{z}$	$d\mathbf{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} + r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} + r dr d\theta \hat{\phi}$
Volume infinitesimo	$dv = dx dy dz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$

$k = 1 / (4 \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$

$M_{\text{He}} \approx 4 m_p$

Campo \vec{E} prodotto da una carica puntiforme: $\frac{kq}{r^2} \hat{r}$

Campo \vec{E} prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r, \theta) = k \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5}$;

Campo \vec{B} prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r, \theta) = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$