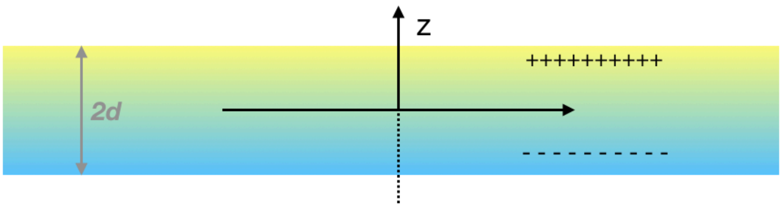
Scritto 14 - a.a. 2018-2019

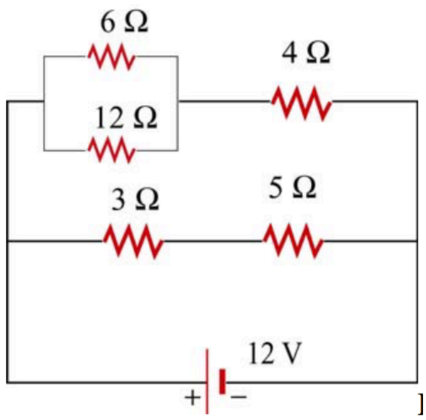
Quesito 1

1) Si *definisca* la capacità per un sistema generico costituito da due conduttori, indicati con gli indici 1 e 2, che si trovano ai valori di potenziale $\phi 1$ = 1kV e $\phi 2$ = 1V e su siano depositate le cariche Q1=10nC e Q2=1nC. E' possibile calcolare la capacità del sistema ?
2) Si consideri adesso un condensato cilindrico di lunghezza L=1m, costituito da un filo metallico sottile, di raggio Ri=50μm, che è sostenuto sull'asse di un guscio cilindro metallico di spessore trascurabile e raggio interno Re=2cm. Si calcoli la carica sul filo metallico se questo si trova a $\phi 1$ = 1kV mentre il cilindro cavo si trova a $\phi 2$ = 0V. Quanto vale la capacità del condensatore ? Come varia la capacità del sistema se $\phi 1$ = 100V ?

Quesito 2



Si consideri uno strato planare di materiale isolante di spessore 2d=2cm e area delle facce parallele molto grande. All'interno dello strato è distribuita della carica con densità volumetrica variabile con la profondità z nel mezzo secondo la legge ρ=ρ0(z/d) [lo zero dell'asse z sia sul piano equidistante dalle due facce di grande area dello strato di materiale]. Se ρ0 vale 1μC/m³ si determini il potenziale elettrostatico in ogni punto dello spazio (z<-d, -d<z<d, z>d) e si dimostri che vale l'equazione di Poisson.

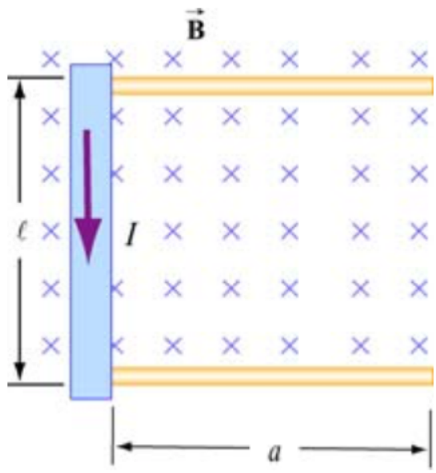


Quesito 3

Il circuito in figura è in funzionamento da 2 ore. Si calcoli quanta energia è stata dissipata sulla resistenza da 5Ω.

Quesito 4

All'interno di un solenoide toroidale, in corrispondenza dei punti al centro di ogni spira il campo magnetico ha un'intensità B0=0.01T. Si calcoli quanto vale il campo il campo magnetico nei punti interni al toro più vicini e più lontani dal centro del toro, assumendo che le spire abbiamo un raggio di 5 cm e il toro abbia un raggio di 1m. Se l'intensità di corrente che circola nelle spire è di 10 A, qual è il numero di spire che costituiscono il toro ? Si calcoli il flusso del campo magnetico concatenato con una spira del toro.



Quesito 5

In una regione dello spazio in cui c'è un campo magnetico uniforme di modulo *B*, un cilindretto di lunghezza *l* e raggio *R* è percorso dalla corrente *i.* Per effetto della forza magnetica esso rotola senza scivolare su due guide parallele di lunghezza *a* contenute in un piano perpendicolare al campo magnetico. Si dimostri che la velocità con cui la barretta raggiunge la fine delle guide è $v = \sqrt{\dfrac{4ilBa}{3m}}$.

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\boldsymbol{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} \quad +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} \quad +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} \quad +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{r}} \quad +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} \quad +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\boldsymbol{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{r}} \quad +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\boldsymbol{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = \quad dydz\hat{\mathbf{x}}+$ $dxdz\hat{\mathbf{y}}+$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \quad \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}}+$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}}+$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \quad r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}}+$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}}+$ $r dr d\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg

$M_{He} \simeq 4\ m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\frac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\,\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$