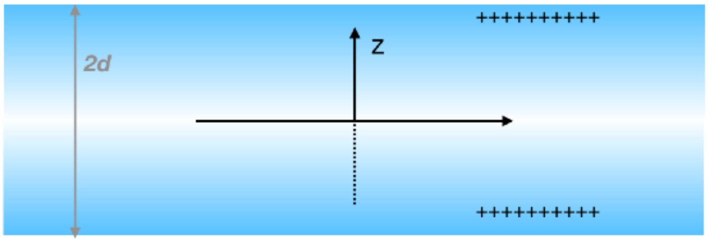
Scritto 15 - a.a. 2018-2019

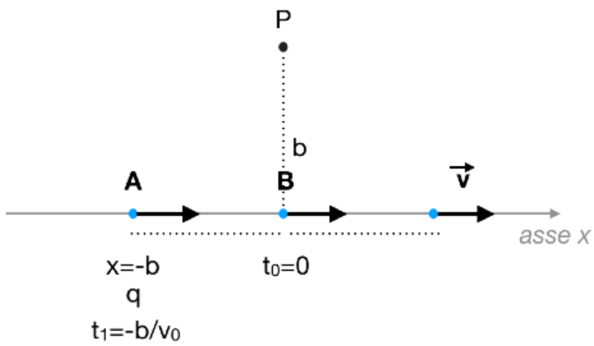
Quesito 1
Si discutano le proprietà generali di un conduttore, di forma generica e carica complessiva Q_c, all'equilibrio elettrostatico. In particolare si dimostri che se il conduttore ha al suo interno una cavità di forma generica completamente vuota la densità superficiale di carica sulla superficie della cavità è nulla in ogni punto.

Quesito 2
Si consideri uno strato planare di materiale isolante di spessore 2d=2cm e area delle facce parallele molto grande. All'interno dello strato è distribuita della carica con densità volumetrica variabile con la profondità z nel mezzo secondo la legge $\rho=\rho_0(z/d)^2$ [lo zero dell'asse z sia sul piano equidistante dalle due facce di grande area dello strato di materiale]. Si determini il campo elettrico in ogni punto dello spazio. Si stabilisca con quale velocità una particella puntiforme di carica $q_0<0$, inizialmente ferma a z=h>d, raggiunge il piano z=d. Si utilizzi l'approssimazione non relativistica.



Quesito 3
Il circuito di carica di un condensatore, costituito da due piatti piani paralleli di area A=100 cm^2 separati dal vuoto per una distanza d=1cm e' costituito da una resistore di resistenza R=100 Ω e un generatore di d.d.p. da 10 V. Si scriva e si risolva l'equazione differenziale che descrive la corrente che fluisce nel circuito, chiamando t=0 l'istante di tempo in cui il cicciotto di carica viene chiuso. Si calcoli il campo elettrico asintotico (a t molto grande) all'interno del condensatore (nell'approssimazione di piatti piano-paralleli infiniti). Si confronto l'energia immagazzinata nel condensatore con l'energia associata al campo elettrico definito al suo interno.

Quesito 4
Una particella di carica q_0 si muove di moto rettilineo uniforme con velocità v_0 lungo l'asse x. Si calcoli il campo elettrico nel punto P (in figura) nell'istante di tempo t_1 in cui la particella si trova in A e nell'istante di tempo t_0 in cui la particella si trova in B.
Si discutano le differenza tra questa situazione fisica e quella in cui la carica q_0 sia in quiete nel punto A oppure nel punto B.



Quesito 5
Un cilindro conduttore di raggio R=1cm e lunghezza infinita è percorso da una densità di corrente $\vec{J} = J_0\hat{z}$ dove l'asse z rappresenta l'asse del cilindro e J_0=1A/m^2.
Si calcoli la forza su una particella alpha ricordando che la sua massa è pari a 6.64x10^{-27} kg e la sua carta è 2|e|, nell'istante di tempo in cui essa si trova alla distanza di 0.5 cm dall'asse del conduttore e ha velocità pari a 100m/s in direzione radiale uscente.
Si discutano le caratteristiche generali (oppure si calcoli) del potenziale vettore in ogni punto dello spazio.

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} +$ $dxdz\hat{\mathbf{y}} +$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} +$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg

$M_{He} \simeq 4\ m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in quiete: $\frac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in moto con velocità $\vec{v}$: $\frac{kq}{r^2}\frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$