Scritto 16 - a.a. 2018-2019

Quesito 1

Si consideri una sfera di raggio $r_0 = 1\ \mathrm{mm}$ in cui è distribuita della carica con densità volumetrica $\rho(r) = \rho_0\ e^{-r/r_0}$ dove $\rho_0 = 2.5 \times 10^{13}\ \mathrm{C/m^3}$. Si calcoli:

1) il rapporto tra il modulo $|\overrightarrow{F_P}|$ della forza che agisce su una carica di prova $q_0 = 1\ \mathrm{C}$ quando essa si trova nel punto P, che dista $5r_0$dal centro della sfera, e $|\overrightarrow{F_Q}|$, modulo della forza che agisce sulla stessa carica collocata nel punto Q, che invece dista $15r_0$ dal centro della sfera;
2) il rapporto tra l'energia potenziale posseduta dalla carica di prova nel punto P e nel punto Q $(U_e(P)/U_e(Q))$;
3) modulo direzione e verso del campo elettrico nel punto di coordinate cartesiane $(5r_0{,}0{,}0)$ relative a un sistema di riferimento con origine al centro della distribuzione di carica.

Quesito 2

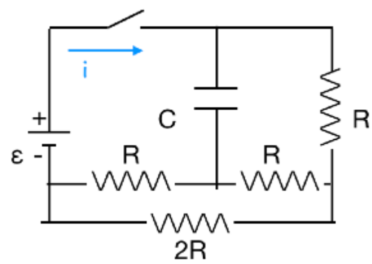
Si consideri una spira conduttrice circolare di raggio R=0.1m che giace nel piano xy percorsa da una corrente $i = 1\ \mathrm{A}$. Si valuti la forza e il momento torcente su due essa, nelle due condizioni seguenti (si utilizzi l'equivalenza tra una spira percorsa da corrente e un dipolo magnetico):

1) in campo magnetico uniforme $\overrightarrow{B} = B_0\hat{z}$;
2) in campo magnetico uniforme $\overrightarrow{B} = B_1\hat{x} + B_0\hat{z}$.

Si calcoli in entrambi i casi il flusso del campo magnetico concatenato con il circuito. Siano $B_0 = 1\ \mathrm{T}$ e $B_1 = 0.1\ \mathrm{T}$.

Quesito per gli studenti con il corso da 9 crediti o a.a. precedente a 2018-19: Nel caso del campo magnetico 1) si immagini che al tempo t=0 l'intensità del campo cominci a decrescere (linearmente) fino ad annullarsi dopo 10s. Si descrivano i fenomeni fisici che si manifestano.

Quesito 3

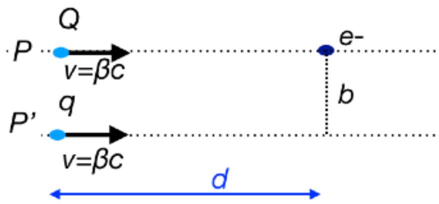


Nel circuito in figura comincia a circolare corrente al tempo t=0 quando l'interruttore è chiuso (si assuma che il condensatore sia inizialmente scarico). Si calcoli la carica asintotica sulle armature del condensatore e l'andamento nel tempo della corrente nel circuito di scarica che si ottiene riaprendo l'interruttore.

Si utilizzino i valori seguenti dei parametri del circuito:

$\epsilon = 4\ \mathrm{V},\ R = 100\ \Omega,\ C = 1\ \mathrm{pF}.$

Quesito 4



Un elettrone atomico (che approssimiamo come una carica puntiforme fissa nello spazio) sente l'attrazione esercitata da due cariche (unitarie positive) Q e q in moto rettilineo uniforme nella stessa direzione e verso, con modulo della velocità relativistica v~c. Facendo riferimento alla figura, si calcoli la forza esercitata da ciascuna carica quando esse si trovano nei punti P e P'.

Quesito 5

Il campo magnetico sull'asse di un solenoide di lunghezza L, raggio R e densità lineare di spire n è diretto lungo l'asse del solenoide e il suo modulo dipende dalla distanza x dal centro del solenoide come segue: $\overrightarrow{B}(x) = \frac{\mu_0 i n}{2}\left(\frac{L+2x}{\sqrt{(L+2x)^2+4R^2}} + \frac{L-2x}{\sqrt{(L-2x)^2+4R^2}}\right)\hat{x}.$

Si dimostri che nell'approssimazione di L infinita il campo magnetico è pari a $\overrightarrow{B} = \mu_0 i n\hat{x}$ in ogni punto dello spazio interno al solenoide, mentre è nullo all'esterno.

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2\mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} +$ $dxdz\hat{\mathbf{y}} +$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} +$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg

$M_{He} \simeq 4\ m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in quiete: $\frac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in moto con velocità $\vec{v}$: $\frac{kq}{r^2}\frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$