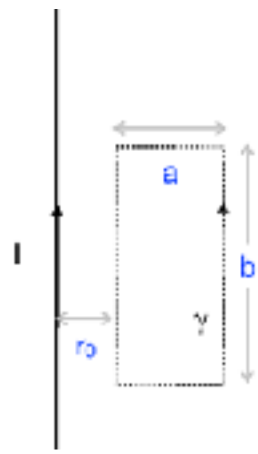
Scritto 28
Mat. (Fis II mod A, 6 CFU) aa. 20-21/ Ing. Civile (Fis II, 9 CFU) aa.19-20

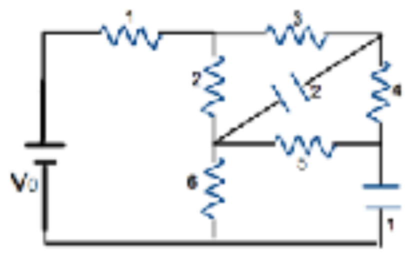
***Quesito 1* MAT / ING**
Un condensatore sferico ha raggio della sfera conduttrice interna $R_i = a$ e raggio della cavita' della sfera concentrica esterna $R_e = b = 2a$. Lo spazio tra i due conduttori sia vuoto. Si dica entro quale distanza dal centro del sistema e' immagazzinato il 50% dell'energia elettrostatica totale. Si calcoli anche la capacita' del condensatore per a = 1 cm.

Quesito 2
Il filo rettilineo di lunghezza infinita e la spira rappresentati in figura sono contenuti in un piano. Chiamiamo y l'asse coincidente con il filo orientato verso l'alto e x l'asse perpendicolare ad esso contenuto nel piano della figura e orientato verso destra. La spira trasla con velocità costante $\overrightarrow{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y}$ e al tempo t=0 si trova alla distanza r_0 dal filo (si veda la figura) con il centro del lato di lunghezza b a y=0. Il filo infinito e' percorso dalla corrente i_f che è pari al stabile al valore di 100 A da molto tempo. Al tempo t=0, la corrente comincia a decrescere in modo lineare diminuendo di 10 A ogni secondo, fino ad annullarsi.
I parametri geometrici siano r_0 = 1 cm, a=2 cm e b=6 cm.
La spira non è connessa a sorgenti di f.e.m. e ha una resistenza R_s=10 Ω.



1) **MAT / ING** Si calcoli il coefficiente di mutua induzione tra i due circuiti;
2) **ING** Si calcoli l'andamento nel tempo della corrente indotta nella spira nei due casi
   A. $v_x = 1\ cm/s,\ \ v_y = 10\ cm/s;$
   B. $v_x = 0\ cm/s,\ \ v_y = 10\ cm/s;$
3) **MAT** Si immagini che la spira sia ferma e al tempo t=0 sia percorsa da una corrente $i_s =$ 1A nel verso indicato in figura. Si calcoli la forma sulla spira (modulo, direzione e verso).
4) **MAT / ING** Trascurando la spira, si calcoli il potenziale vettore in tutti punti del spazio, anche all'interno del filo conduttore assumendo un raggio pari a 1 mm a un istante di tempo generico precedente a t=0

***Quesito 3* MAT/ING**
Si consideri il funzionamento a regime del circuito in figura. Si determini la potenza dissipata sulla resistenza 6 e la carica sulle armature del condensatore 1.
Si utilizzino i seguenti valori dei parametri:
V0=50 V, R1=10 Ω, R2=10 Ω, R3=2Ω, R4=5Ω, R5=3Ω, R6=5Ω., C1=C2=10 pF.



***Quesito 4* MAT / ING**
Si calcoli il campo elettrico determinato da una distribuzione di carica planare descritta dalla densità volumetrica $\rho(x, y, z) = \rho_0 e^{-|z|/z_0}$ circoscritta alla regione compresa tra i piani $z = -z_0$ e $z = z_0$. Con quale velocita' raggiunge il piano $z = 0$ una carica $q_0 < 0$ inizialmente ferma nella posizione $x = y = 0,\ z = 2z_0$?

***Quesito 5* MAT / ING**
Un fascio di ossigeno 6 volte ionizzato attraversa una d.d.p di 15 MV e successivamente entra in un campo magnetico uniforme di modulo pari a 1 T diretto perpendicolarmente alla velocita' del fascio. calcolare la distanza tra le traiettorie degli isotopi ^{16}O e ^{18}O dopo che il fascio ha percorso una semicirconferenza. Si ricordi che l'ossigeno ha numero atomico Z=8.

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg

$M_{He} \simeq 4\ m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in quiete: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in moto con velocità $\vec{v}$: $\dfrac{kq}{r^2}\dfrac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Formule di Laplace: $d\vec{F} = i\,d\vec{l} \wedge \vec{B}$; $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\ d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla\cdot\mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla\times\mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}}$ + $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}}$ + $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}}$ + $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}}$ + $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi})\hat{\mathbf{r}}$ + $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}}$ + $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2\mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\rho}}$ + $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$ + $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\mathbf{r}}$ + $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\theta}}$ + $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} +$ $dxdz\hat{\mathbf{y}} +$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} +$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $r dr d\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$