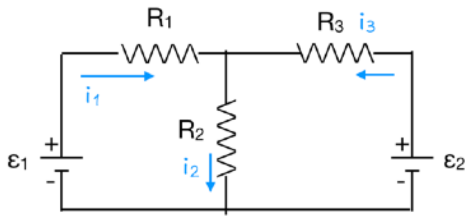
Scritto 29
Mat. (Fis II mod A, 6 CFU) aa. 20-21/ Ing. Civile (Fis II, 9 CFU) aa.19-20

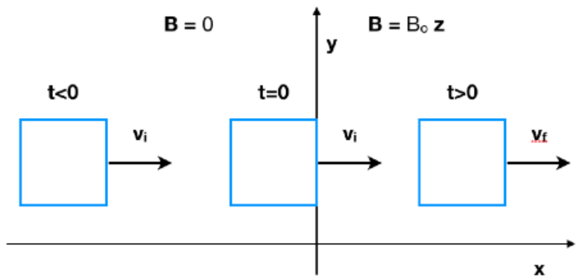
Quesito 1: **MAT / ING**
Su una sfera isolante di raggio R=10 cm e' distribuita della carica elettrica con densita' volumetrica ρ linearmente crescente con il raggio $\rho(r) = Ar$; Sulla superficie esterna della sfera si ha $\rho(R) = 10^{-8}\ \mathrm{C/m^3}$. Una particella puntiforme di massa M = 1 gr e carica q=10 nC si muove verso il centro della sfera, partendo da una distanza d=10 m con velocita' iniziale m ,v=0.5 cm/s. Stabilire qual e' la minima distanza dal centro della sfera che la particella potra' raggiungere. Calcolare il campo elettrico per un punto generico P interno alla sfera.

Quesito 2: **MAT/ING**
I parametri del circuito in figura sono: $\epsilon_1 = 2\epsilon_2 = 10\ \mathrm{V}$, $R_1 = 3R_3 = R_2 = 10\ \Omega$. Si calcoli la potenza erogata da ciascun generatore e quella dissipata su ogni resistenza.



Quesito 3: **MAT/ING**
Un piano conduttore infinitamente esteso si trova a potenziale nullo. Un filo rettilineo infinito parallelo al piano e distante d=1cm e' carico con densita' lineare uniforme λ = 1 μC/m. Si determini in ogni punto del piano, la densita' superficiale di carica indotta sulla presenza del filo carico.

Quesito 4: **MAT(9 CFU) / ING**
Una spira conduttrice quadrata di lato L=1 m, massa M=1 kg e resistenza R=1 kΩ scivola senza attrito sul piano xy con velocita' $\overrightarrow{v_i} = 0.1\ \mathrm{m/s}\ \hat{x}$. I lati della spira sono paralleli agli assi x e y. Al tempo t=0, la spira entra in una regione (x>0) in cui e' presente un campo magnetico uniforme $\overrightarrow{B} = 10^{-3}\mathrm{T}\ \hat{z}$. Si calcoli la velocita' $\overrightarrow{v_f}$ della spira dopo che essa e' interamente immersa nel campo magnetico.



Quesito 5: **MAT / ING**
Una corona circolare di raggio interno R1, raggio esterno R2 e spessore trascurabile, ruota attorno al suo asse con velocita' angolare costante ω. Su di essa e' deposita della carica con densita' superficiale variabile con la distanza dal centro r, in particolare $\sigma(r) = A/r^2$. Calcolare il campo magnetico al centro della corona circolare.
Calcolare il momento di dipolo associabile alla corona circolare.

Quesito 6: **MAT / ING**
Un condensatore a facce piane parallele distanti $x_i = 5\ \mathrm{mm}$ e' inizialmente carico con $Q_i = 2\ \mu\mathrm{C}$ e le sue armature sono collegate a un generatore di forza elettromotrice che eroga una tensione ε=400 V. Quanto lavoro deve essere speso per raddoppiare la distanza tra le armature, mantenendo il condensatore connesso al generatore. Quale sarà la carica sulle armature dopo questo cambiamento ?

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ F/m$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}\ C$

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}\ Kg$

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\ Kg$

$M_{He} \simeq 4\ m_p$

Campo $\overrightarrow{E}$ prodotto da una carica puntiforme in quiete: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\overrightarrow{E}$ prodotto da una carica puntiforme in moto con velocità $\overrightarrow{v}$: $\dfrac{kq}{r^2}\dfrac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\hat{r}$

Campo $\overrightarrow{E}$ prodotto da un dipolo: $\overrightarrow{E}(r,\vartheta) = k\,\dfrac{3(\overrightarrow{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\overrightarrow{p}}{r^5}$;

Formule di Laplace: $d\overrightarrow{F} = i d\vec{l} \wedge \overrightarrow{B}$; $d\overrightarrow{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\ d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$

Campo $\overrightarrow{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\overrightarrow{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\overrightarrow{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\overrightarrow{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\overrightarrow{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla\cdot\mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla\times\mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} + (\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} + (\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} + (\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial\rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2\mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} + (\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} + (\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} + (\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} + (\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} + dxdz\hat{\mathbf{y}} + dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} + d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} + \rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} + r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} + rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$