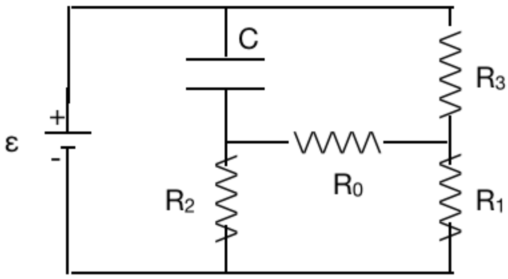
Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 41 - a.a. 2021-2022

Quesito 1 (fino a 8+8 punti)

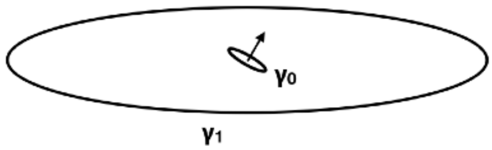


a) Determinare la d.d.p. ε prodotta dal generatore sapendo che nel circuito a regime si osserva una differenza di potenziale pari a 10 V ai capi del condensatore di capacità C=1nF.
Si assumano i seguenti valori delle resistenze presenti nel circuito:
R_0 = 300 Ω, R_2=200 Ω, R_1=500 Ω, R_3 = 600 Ω.

b) Assumendo che lo spazio tra le armature del condensatore sia vuoto e sapendo che le armature piane e parallele distano 1mm, si calcoli l'area delle armature, il valore del campo elettrico all'interno del condensatore e l'energia elettrostatica immagazzinata.
Infine, si scriva l'equazione del circuito di scarica del condensatore che si ottiene se ad un certo istante di tempo t0 il ramo del generatore viene interrotto. Si risolva l'equazione e si determini quanta energia e' dissipata nel resistore 3.

Quesito 2 (fino a 8+8 punti)

Si considerino le due spire circolari in figura di raggio r_0 = 1cm, r_1 = 10 cm. La spira interna si trova su un piano che forma un angolo di 30 gradi con il piano della spira esterna.

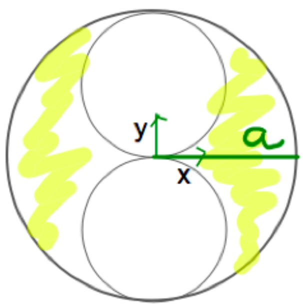


1) il circuito interno e' percorso da una corrente inizialmente nulla, poi pari a $i(t) = i_0 \; t/\tau$ per t compreso tra 0 e τ=10s, con i_0=10 A in senso antiorario, coerentemente con la normale disegnata in figura, e infine per t > τ la corrente si mantiene costante e pari a i_0. Calcolare la corrente i_1 che si manifesta nella spira esterna e indicarne il verso.

2) Se la spira esterna e' percorsa da una corrente stazionaria i_1=10 A in senso orario e la spira interna e' percorsa da una corrente stazionaria i_0= 20 A, quali forze e momenti torcenti si eserciteranno sulla spira interna ?

Quesito 3 (fino a 12 punti)

La figura rappresenta una distribuzione di carica sferica al cui interno sono presenti due cavita' anche esse sferiche. Nello spazio tratteggiato la densita' di carica e' uniforme e pari a ρ.



a) Si calcoli il vettore campo elettrico nei punti dell'asse y esterni alla distribuzione.
b) Si calcoli il vettore campo elettrico nei punti dell'asse y con 0 < y < a/2.

Quesito 4 (fino a 8 punti)

Una macchina acceleratrice accelera positroni (anti-elettroni, carica elettrica = |e|, massa uguale a quella dell'elettrone) portandoli all'energia cinetica E_k = 1 GeV. La macchina funziona in regime impulsivo: in ciascun impulso, che dura τ = 100 ns, sono accelerati N= 1000 positroni. La frequenza di ripetizione è 1 kHz. Calcolare l'intensità di corrente massima i_{max} e media i_{mean} del fascio e la potenza massima e media. Nell'ipotesi che il fascio abbia un diametro d=1 mm, calcolare la densità di corrente *J* massima e media, e la densità volumetrica massima e media di positroni. Si tenga conto che la velocità delle particelle è pari alla velocità della luce nel vuoto.

Quesito 5: (fino a 8)
Si discuta un argomento a scelta tra i seguenti:
- Dimostrare che per una distribuzione di corrente a simmetria cilindrica il campo magnetico ha la forma $\vec{B} = B(r)\hat{\phi}$;
- Discutere l'esperienza di Rutherford, ricavare la dipendenza dell'angolo di scattering dal parametro d'impatto;
- Problema di Dirichlet e metodo delle cariche immagine (con un esempio).

Formule e costanti:
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$
$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg, $M_{He} \simeq 4\ m_p$,
Numero di Avogadro $N_A = 6.022 \times 10^{23}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Formule di Laplace:

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme in moto con velocità $\vec{v}$: $\dfrac{kq}{r^2}\dfrac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\hat{r}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla\cdot\mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla\times\mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial\rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2\mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{r}} +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} + dxdz\hat{\mathbf{y}} + dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} + d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} + \rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} + r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} + r dr d\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$