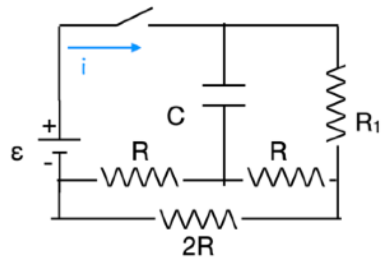
Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 42 - a.a. 2021-2022

Quesito 1 (fino a 10)
Una distribuzione di carica cilindrica con densità uniforme ρ = 1 μC/cm^3 di raggio pari a 1 cm e lunghezza molto grande e' circondata per tutta la lunghezza da una guaina sottile cilindrica coassiale con raggio interno ed esterno pari a 1.9 cm e 2 cm di materiale conduttore elettricamente neutro. Si stabilisca qual e' la differenza di potenziale tra la superficie esterna della distribuzione di carica e la guaina conduttrice e si calcoli il campo elettrico in ogni punto dello spazio, all'interno e all'esterno della distribuzione.

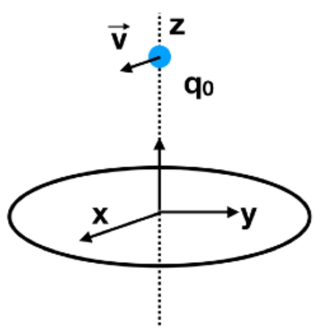
Quesito 2 (fino a 10 punti)
Si calcoli il coefficiente di mutua induzione del sistema costituito da un solenoide di lunghezza L e raggio R=10 cm, con L >> R, e densità di spire per unita' di lunghezza n = 2000/cm e una bobina di 10 spire circolari molti vicine una all'altra di raggio 2R collocate con l'asse centro sull'asse del solenoide e con l'asse della bobina che forma un angolo di 30 gradi con l'asse del solenoide.
Si immagini che a un certo istante di tempo il solenoide sia connesso a un generatore di f.e.m. che instaura una corrente $i(t) = 100(\mathrm{A/s^2})t^2$ per un intervallo complessivo di tempo pari a $\Delta t = 100\ \mathrm{s}$. Assumendo che le spire della bobina abbiano una resistenza di 10 Ω, si determini la corrente nella bobina in funzione del tempo e l'energia dissipata sulla bobina.

Quesito 3 (fino a 10 punti)



a) Il circuito in figura è in funzione, con l'interruttore chiuso da molto tempo. Si calcoli la velocità di deriva degli elettroni di conduzione nel ramo del circuito in cui è collocato il generatore assumendo che il circuito sia realizzato con un filo di rame di sezione circolare di diametro pari a 0.25 mm.
b) Si calcoli l'andamento con il tempo della corrente che attraversa la resistenza di valore 2R e l'energia totale dissipata sulla resistenza R_1 a partire dall'istante di tempo in cui l'interruttore è aperto. Si utilizzino i valori *R_1 = 300 Ω, R = 100 Ω, ε = 100 V e C = 300 pF.*

La resistività del rame è pari a $1.68 \times 10^{-8}\ \Omega m$, la densità di massa 8.9 g/cm^3 e il peso atomico A=63.5 g/mole.



Quesito 4 (fino a 10 punti)
Calcolare la forza su una particella di carica q_0 e velocità $\vec{v} = v_0\hat{x}$ nell'istante di tempo in cui essa si trova sull'asse, z, perpendicolare a un anello di raggio R, a una distanza h dal piano dell'anello in almeno uno dei due casi seguenti:
- sull'anello è depositata della carica con densità lineare λ;
- nell'anello scorre una corrente i;
- sull'anello è depositata della carica con densità lineare λ e l'anello ruota con velocità angolare ω costante (si assuma ω sia piccola in modo da poter trascurare effetti relativistici).

Quesito 5 (fino a 8 punti)
Si discuta un argomento a scelta tra:

1) L'equazione di Poisson: derivazione e soluzione generale.
2) Il moto a cui e' soggetto un dipolo magnetico immerso in un campo magnetico uniforme.
3) Si spieghi perché si può parlare di flusso del campo magnetico concatenato con un circuito γ.
4) Si illustrino i principi fisici su cui poggia il metodo delle cariche immagine.
5) Si definisca la capacita' di un sistema di due conduttori e si dimostri l'espressione della capacita' di un condensatore ad armature piane e parallele.

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ F/m$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$, $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$
$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}\ Kg$, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\ Kg$, $M_{He} \simeq 4\ m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Formule di Laplace: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}i\dfrac{d\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3}$; $d\vec{F} = i\,d\vec{l}\wedge\vec{B}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla\cdot\mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla\times\mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{r}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2\mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{r}} +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} +$ $dxdz\hat{\mathbf{y}} +$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} +$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$