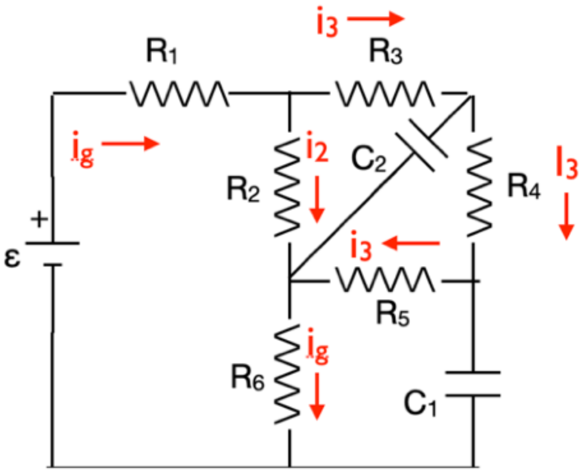
Raccolta di esercizi e problemi - Scritto 55 - a.a. 2022-2023

Quesito 1 (fino a 12)

Determinare la d.d.p. V_1 e V_2 ai capi dei due condensatori di capacita' C_1 e C_2 a regime. Si calcoli inoltre la carica accumulata sulle armature dei condensatori Q_1 e Q_2. Si valuti il modulo del campo elettrico all'interno del condensatore di capacita' C_1 sapendo che si tratta di un condensatore a piatti piani paralleli e che la distanza tra le due armature è di 10 μm.

Si assumano i seguenti valori per i parametri del circuito:

R_1=200 Ω, R_2=0.5 kΩ, R_3=400 Ω, R_4=500 Ω, R_5=300 Ω, R_6=1.5 kΩ, ε=50 V, C_1 = 50 pF e C_2 = 100 pF.



Quesito 2 (fino a 12 punti)

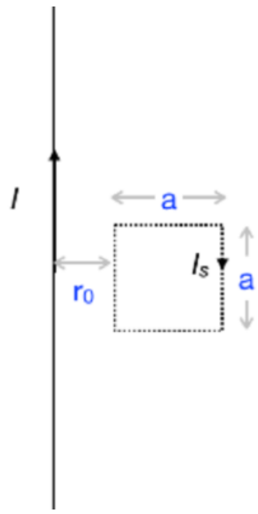
Una sfera di raggio $R_s = 10\ \mathrm{cm}$ contiene una quantità di carica elettrica pari a $Q_s = 100\ \mathrm{nC}$ distribuita uniformemente nel volume della sfera. Essa e' collocata al centro di un guscio sferico conduttore di raggi, interno ed esterno, pari rispettivamente a $R_i = 15\ \mathrm{cm}$ e $R_e = 20\ \mathrm{cm}$.

1) Si calcoli il potenziale elettrostatico nel centro di simmetria del sistema O e la densità superficiale di carica sulla superficie esterna della sfera conduttrice, se il conduttore e' elettricamente neutro.

2) Qual è il potenziale elettrostatico nel punto O e la densità superficiale di carica sulla superficie esterna del conduttore se invece esso contiene una quantità di carica pari a 20 nC ?

Quesito 3 (fino a 12)

Si consideri un filo rettilineo di lunghezza infinita percorso dalla corrente ***I*** e una spira quadrata di lato a contenuta in un piano che contiene il filo con il lato piu' vicino al filo distante r_0. Assumendo che la spira sia percorsa dalla corrente ***Is***, in senso orario, si calcoli la forza complessiva sulla spira e su ciascun lato della spira. Si calcoli inoltre il coefficiente di mutua induzione dei due c
ircuiti. I dati del problema sono: I=10A, r_0=0.01m, a=5cm, *Is*=10A.



Quesito 4 (fino a 12)

Un dipolo elettrico $\overrightarrow{p} = qd\hat{z}$ (con q=|e| e d=1mm) e' collocato nell'origine di un sistema di coordinate. Si calcoli

1) la forza su una carica elettrica q' collocata nel punto di coordinate (1m,0,1m) e l'energia potenziale della carica;
2) la forza e il momento torcente su un dipolo elettrico $\overrightarrow{p'} = qd\hat{x}$ collocato nella stessa posizione; si valuti l'energia potenziale del dipolo.

Quesito 5 (fino a 12)

Un solenoide di lunghezza infinita e' costituito da 10000 spire/m di raggio R=20 cm ed e' percorso dalla corrente di 10 A. Si calcoli il campo magnetico in ogni punto dello spazio e il potenziale vettore A in ogni punto dello spazio (interno ed esterno al solenoide, si faccia un grafico del modulo di A in funzione della distanza dall'asse del solenoide). Considerando che il flusso del campo magnetico si misura in unita' di Weber (wb) si stabilisca in quali unita' misuriamo il potenziale vettore.

Quesito 6 (fino a 8 punti)

Si discuta ***solo uno*** degli argomenti elencati:
1) Il fenomeno dello schermo elettrostatico.
2) Capacita' di due condensatori in serie e in parallelo.
3) Forma locale e differenziale della legge di Faraday Neumann.
4) Equivalenza tra spire percorse da corrente e momento di dipolo magnetico.

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m;
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m,
$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2
$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg, $M_{He} \simeq 4\, m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\,\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Formule di Laplace: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{J}\wedge\vec{r}}{r^3}dV; \qquad d\vec{F} = \vec{J}\wedge\vec{B}\,dV$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla\cdot\mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla\times\mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2\mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz\hat{\mathbf{x}} + dxdz\hat{\mathbf{y}} + dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} + d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} + \rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} + r\sin\theta drd\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} + rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta drd\theta d\phi$