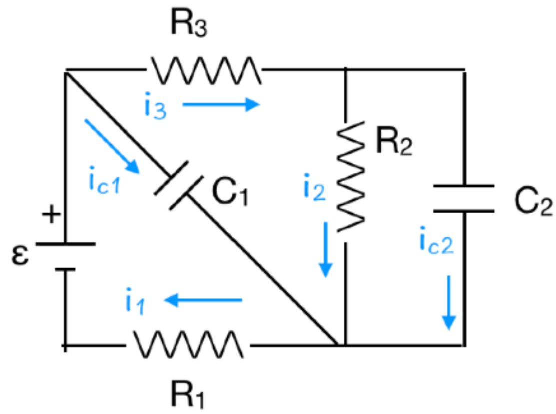
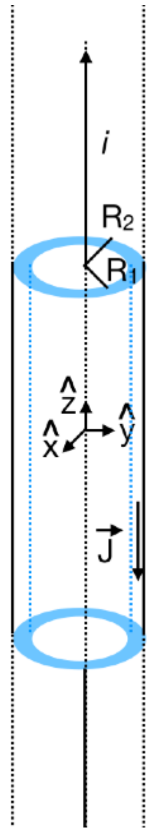
Esonero n.1 - a.a. 2018-2019

Quesito 1

In figura è rappresentato un circuito che è in funzione da un tempo molto lungo. Si calcolino i valori delle correnti nei vari rami e la potenza dissipata sulla resistenza R_1 sapendo che:
il generatore fornisce una f.e.m ε = 5V, R_3 = 1kΩ, C_1=10pF, C_2=100pF, la carica sulle armature del condensatore 1 è Q_1=30pC e l'energia immagazzinata nel condensatore 2 è $U_2 = 2 \times 10^{-10}$ J.





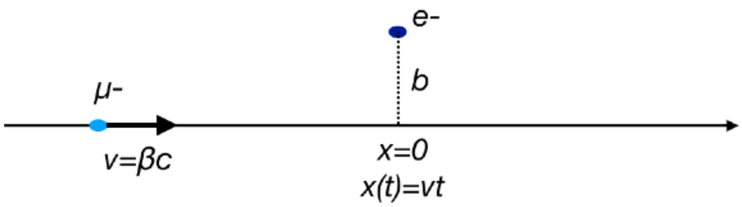
Quesito 2

Si consideri un sistema costituito da un filo rettilineo di lunghezza molto grande e spessore trascurabile che si trova sull'asse di un cilindro metallico di uguale lunghezza, omogeneo e cavo di raggio interno R_1 = 0.8 cm e raggio esterno R_2 = 1cm.
Il filo e' percorso da una corrente I_1=100 μA nel verso positivo dell'asse z.
Quale valore di densità di corrente (uniforme) deve essere presente nel conduttore esterno affinché il campo magnetico sia nullo per $R>R_2$? Chiamato R_0 il raggio del filo, calcolare il flusso del campo magnetico concatenato con un curva rettangolare β contenuta nel piano xz, di lati R_1-R_0 (in direzione x) e h (in direzione z). Quanto vale la circuitazione del potenziale vettore sulla curva β ?

Quesito 3

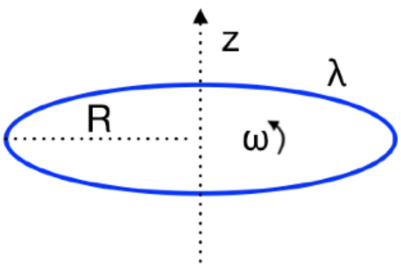
Si consideri un solenoide di raggio R, al cui interno il campo sia approssimativamente uniforme e pari al valore B_0. Al centro del solenoide una sorgente produce protoni con un impulso p costante e con un angolo casuale rispetto alla direzione dell'asse del solenoide. Discutere quale sarà la traiettoria del protone a seconda del valore della proiezione della quantità di moto p_T nella direzione perpendicolare al campo magnetico. Per quali valori di p_T e p_L (componente parallela al campo magnetico) la traiettoria e' interamente contenuta nel solenoide. Inoltre stimare il numero di avvolgimenti necessari a produrre il campo B assumendo che la lunghezza del solenoide sia par a 2R e in essi scorra una corrente di intensità *I.*

Quesito 4



Una muone è una particella di carica elettrica pari a quella dell'elettrone e di massa circa 200 volte più grande. Quando un muone di alta energia attraversa un materiale la sua velocità rimane pressoché invariata in direzione e modulo, invece un qualunque elettrone atomico -che possiamo considerare fisso nello spazio- è soggetto a una forza impulsiva (di durata limitata al breve intervallo di tempo in cui il muone passa nelle vicinanze dell'elettrone) che gli fornisce una quantità di moto in direzione perpendicolare alla direzione del moto del muone Δp_T.

Si dimostri che $\Delta p_L = 0$ ricordando che $\Delta p_{L,T} = \int dt\ F_{L,T}(t)$ e si scriva l'espressione di $F_T(t)$ in funzione del tempo e della minima distanza *b* tra la traiettoria del muone e l'elettrone. Si definisca l'asse x secondo la direzione di volo del muone con origine nel punto della traiettoria più vicino all'elettrone e si scelga lo zero del tempo affinché coincida con il momento in cui il muone passa per x=0.



Quesito 5

Su un anello di raggio 1mm è distribuita carica elettrica con densità λ=1fC/m. L'anello ruota attorno al suo asse con velocità angolare costante compiendo 1000 giri al secondo. Si valuti la forza su un elettrone che passi per il centro dell'anello con velocità 10^4m/s in direzione z, nel verso positivo. Fissata l'origine di un sistema di riferimento al centro dell'anello si valuti la forza su un protone che si trovi nel punto (1m, 0, 1m) con velocita' 10^4m/s diretta secondo il verso positivo dell'asse z.

RICORDA:

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ C²/Nm² = $8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²

$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg

$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ Kg

$M_{He} \simeq 4\, m_p$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\dfrac{kq}{r^2}\hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r,\vartheta) = k\,\dfrac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}$;

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r,\vartheta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\,\dfrac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}$;

Potenziale di dipolo $\varphi(r,\vartheta) = k\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} \quad +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} \quad +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} \quad +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} \quad +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x\hat{\mathbf{x}} + \nabla^2 A_y\hat{\mathbf{y}} + \nabla^2 A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} \quad +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad +$ $(\nabla^2 A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} \quad +$ $(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad +$ $(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = \quad dydz\hat{\mathbf{x}} +$ $dxdz\hat{\mathbf{y}} +$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \quad \rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} = \quad r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} +$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$