

5

Nebulose Gassose

Il termine *nebulosa* (o *nube* o *nebula*), usato classicamente in ambito astrofisico per indicare un oggetto celeste che abbia apparenza di tipo non-stellare (non-puntiforme), oggi appare insufficiente a distinguere tra le diverse famiglie di oggetti diffusi di cui siamo a conoscenza. Da qui la necessità di associare un aggettivo che aiuti a distinguere la natura e/o la condizione fisica tipica della nebulosa. Abbiamo così le nebulose *ad emissione*, *a riflessione*, quelle *oscuire*, altre dette *molecolari*, altre *planetarie* ...

In particolare qui ci occuperemo delle grandi nubi di gas ionizzato che, associate a stelle calde, emettono luce visibile sotto l'azione della radiazione ultravioletta (UV) che ricevono dalle stesse stelle. Queste nebulose emettono uno spettro proprio e per questo sono dette *nebulose ad emissione*, diversamente dalle cosiddette *nebulose a riflessione*. Queste ultime infatti sono generalmente associate a stelle fredde ($T < 10^4$ K) che emettono la maggior parte della loro radiazione a lunghezze d'onda non ionizzanti per idrogeno ed elio (elementi più abbondanti). In questo caso quindi, una nube di gas che si trovasse nelle vicinanze di una stella fredda, non mostrerebbe uno spettro proprio ma piuttosto uno spettro di tipo stellare limitandosi a diffondere la stessa radiazione stellare che la illumina.

Le differenze tra questi due tipi di nebula si capiscono più facilmente se si pensa che il mezzo interstellare diffuso, da cui le nubi si formano, è essenzialmente costituito da due componenti: gas e polvere. Quest'ultima è costituita da microscopiche particelle solide che si condensano in particolari condizioni di pressione, temperatura e composizione chimica, che si realizzano più probabilmente nelle regioni circumstellari di stelle evolute, durante le esplosioni di novae e supernovae, o anche nelle regioni in cui il gas interstellare è più denso.

Mentre il gas, in seguito all'assorbimento di radiazione UV ionizzante si rende visibile emettendo per ricombinazione un suo caratteristico spettro con molte linee di emissione che ricadono nella regione ottica, la polvere deve invece la sua visibilità (sempre nella regione ottica) alla semplice diffusione della radiazione di stelle vicine¹. È quindi intuitivo pensare che i fattori che determineranno l'apparenza di una nebulosa come *ad emissione* o *a riflessione* saranno il rapporto gas/polvere ed il rapporto tra radiazione UV e visuale emessa dalle stelle vicine.

In pratica, siccome la emissione UV di una stella dipende fortemente dalla sua temperatura, la condizione più importante che deve essere soddisfatta per avere una

¹La polvere interstellare emette anche una radiazione propria che però, a causa della bassa temperatura tipica delle polveri, è osservabile solo nella regione spettrale IR

nebulosa ionizzata intorno ad una stella è che quest'ultima sia sufficientemente calda. È ovvio però che deve esserci anche la presenza di mezzo interstellare nelle vicinanze, condizione questa che viene soddisfatta il più delle volte in prossimità della nascita o della fine di una stella. La ragione di questa stretta associazione è nel fatto che le stelle si formano per condensazione da grandi nubi interstellari e che gli ultimi stadi della loro evoluzione sono accompagnati da rilevanti perdite di massa. Si realizzano così situazioni diverse:

- a) nebulose ionizzate da stelle giovani (dette *regioni HII*) e quindi associate a regioni di formazione stellare;
- b) nebulose ionizzate associate a regioni circumstellari, prodotte dalla espulsione di materiale durante gli stadi finali dell'evoluzione stellare. Queste sono dette *nebulose planetarie* se l'espulsione è diluita nel tempo, mentre sono dette *residuo di nova* o di *supernova* se il fenomeno avviene in tempi brevi (dai giorni alle decine di giorni).

Le Figure 5.1 e 5.2 riproducono alcune immagini di oggetti nebulari di cui stiamo discutendo. A causa della tendenza delle stelle dei primi tipi spettrali (O-B) a formarsi in associazioni, le regioni HII sono spesso ionizzate da gruppi di stelle e quindi costituiscono oggetti molto più estesi e massicci ($M_{HII} \geq 100M_{\odot}$) delle nebulose planetarie ($M_{PI} \sim 1M_{\odot}$) che però sono più dense come si vede dalla tabella 5.1.

A partire da queste considerazioni generali, nel seguito discuteremo dei processi fisici più rilevanti nelle regioni ionizzate allo scopo di fornire gli strumenti per dedurre le proprietà fisiche di queste nebulose a partire dallo studio del loro spettro.

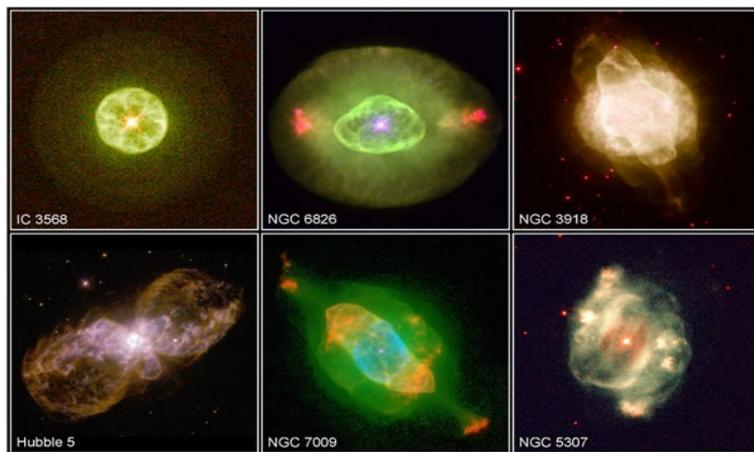


Figura 5.1: Esempi di nebulose planetarie. In questi oggetti il gas nebulare è stato espulso dalla stella centrale nelle fasi evolutive successive a quella di sequenza principale. La loro apparenza è spesso riconducibile all'emissione di gas da parte di stelle in rotazione. Il nome corrispondente in basso a sinistra è quello del *New General Catalog of Nebulae and Clusters of Stars* (da cui l'acronimo NGC).



Figura 5.2: La grande regione HII che costituisce la Nebulosa di Orione in una immagine composta ottenuta da HST (Hubble Space Telescope). La distanza di questa nebulosa è di circa 400 pc e alla sue spalle si estende una grande nube molecolare in cui è attivo il processo di formazione stellare.

5.1 Equilibrio termodinamico e stato stazionario

Come abbiamo già visto nel caso delle atmosfere stellari, quando ad un sistema fisico non si può applicare globalmente il concetto di equilibrio termodinamico, ci si può domandare se questo si realizzi almeno su scale più piccole del sistema. In questo modo è stata introdotta l'idea di L.T.E. (Local Thermodynamic Equilibrium, vedi anche la discussione nel paragrafo 3.1.5 del Cap. 3 a proposito della distribuzione della temperatura) che ci ha consentito di descrivere il comportamento del gas nelle atmosfere delle stelle come se fosse localmente in equilibrio termodinamico a temperature via via decrescenti verso l'esterno. Si stabiliva infatti che in ogni punto fosse possibile definire un'unica temperatura per descrivere la distribuzione in energia sia dei fotoni che delle particelle. In questa situazione la ionizzazione e l'eccitazione del gas sono determinabili punto per punto usando rispettivamente l'equazione di Saha e di Boltzmann, mentre il campo di radiazione è descritto dalla funzione di Planck. Ricordiamo che le condizioni che rendono valida questa descrizione in regime di L.T.E. sono:

- materia e radiazione devono essere fortemente accoppiate attraverso i processi di emissione e di assorbimento cosicchè ogni cambiamento dell'una si riflette rapidamente sull'altra;
- il cammino libero medio sia dei fotoni che delle particelle deve essere minore della distanza entro la quale la temperatura subisce cambiamenti apprezzabili.



Figura 5.3: La regione di Orione rivela (a circa 3 gradi a nord della nebulosa in Fig 5.2) la presenza di polveri che oscurano il fondo (in basso a destra). Osservando in diverse regioni spettrali si possono studiare le proprietà oscuranti della polvere (visibile, in basso a destra), la distribuzione spaziale della stessa (vicino IR, in basso a sinistra), l'emissione propria (visibile solo nel lontano IR, in alto) che testimonia delle basse temperature del mezzo interstellare.

Possiamo quindi inferire che, siccome all'aumentare della densità delle particelle le interazioni si fanno più frequenti, le due condizioni precedenti si realizzano più facilmente all'interno delle stelle che nel mezzo interstellare. Infatti, allontanandosi da una stella, si intuisce che sia il gas che la radiazione si rarefanno perchè:

- la condizione dell'equilibrio idrostatico impone una diminuzione della densità;
- la radiazione emessa dalla superficie stellare si diluisce di un fattore geometrico che dipende essenzialmente dal quadrato della distanza ($\propto r^{-2}$).

Come conseguenza, negli ambienti delle nebulose le interazioni si fanno meno frequenti e avvengono tra particelle che provengono da regioni sempre più distanti, rendendo inapplicabile l'approssimazione LTE ². È necessario quindi utilizzare un diverso concetto di equilibrio, detto *equilibrio statistico*, basato sull'idea che il gas che costituisce una nebulosa sia in uno stato stazionario. Questa assunzione di stazionarietà è

²Local Thermodynamic Equilibrium, già introdotto nella descrizione degli interni stellari

Tabella 5.1: Proprietà generali delle regioni HII e delle nebulose Planetarie

Caratteristica	Regioni HII	Nebulose Planetarie
Dimensione (pc)	10	0.1
Densità (cm^{-3})	$1 \div 100$	$\sim 10^4$
Massa (M_{\odot})	$\geq 100 M_{\odot}$	$0.5 M_{\odot}$
T_{eff} della stella ($^{\circ}\text{K}$)	~ 40000	10^5
Tempo evolutivo (anni)	10^7	10^4
Distribuzione spaziale nella galassia	Oggetti di pop. I di piano galattico	Oggetti di pop. II di disco
Relazione con le stelle ionizzanti	le stelle ionizzanti si formano dal gas	La nebula è espulsa da una stella evoluta

giustificata dal fatto che i processi che condizionano l'equilibrio statistico si svolgono su scale temporali caratteristiche molto minori del tempo evolutivo di una nebulosa.

Per esemplificare questa situazione consideriamo un atomo a due livelli le cui popolazioni indicheremo con N_1 ed N_2 , posto alla distanza r , che interagisce con la radiazione proveniente da una stella di raggio R_* che emette come un corpo nero a temperatura T_* . L'intensità media del campo di radiazione è data da

$$J \approx W B(\nu, T_*)$$

con $W = R_*^2/4r^2$ *fattore di diluizione geometrica* e $B(\nu, T_*)$ funzione di Planck. Quando $W \ll 1$ (cioè $r \gg R_*$) si dice che la radiazione è diluita. È intuitivo che si avrà una situazione stazionaria solo se $dN_1/dt = dN_2/dt = 0$, cioè solo quando le popolazioni del livello 1 e 2 dell'atomo considerato non cambiano nel tempo. In un atomo a 2 livelli questa condizione equivale a dire che il numero di transizioni $1 \rightarrow 2$ (corrispondenti all'eccitazione) debba uguagliare il numero di quelle $2 \rightarrow 1$ (diseccitazione). Se i processi collisionali non sono importanti (come può succedere in condizioni di bassa densità nel mezzo interstellare) e possono quindi essere trascurati, possiamo scrivere formalmente:

$$\text{no. di eccitazioni } 1 \rightarrow 2 \text{ (cm}^{-3} \text{ s}^{-1}\text{)} = N_1 B_{12} J(\nu_{12})$$

$$\text{no. di diseccitazioni } 2 \rightarrow 1 \text{ (cm}^{-3} \text{ s}^{-1}\text{)} = N_2 [A_{21} + B_{21} J(\nu_{21})]$$

da cui, uguagliando, otteniamo:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} J(\nu_{12})}{A_{21} + B_{21} J(\nu_{21})} \quad (5.1)$$

dove con A_{21} e B_{21} abbiamo rispettivamente indicato i coefficienti di Einstein per l'emissione spontanea ed indotta, mentre con B_{12} abbiamo indicato il coefficiente di

assorbimento per la transizione $1 \rightarrow 2$ Se si utilizzano ora le relazioni tra le probabilità di transizione:

$$A_{21} = B_{21} \frac{2h\nu^3}{c^2}; \quad g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$$

si tiene poi conto che:

$$J(\nu_{12}) = J(\nu_{21})$$

e si usa l'approssimazione di Wien (la parte ionizzante dello spettro delle stelle di sequenza principale è ben descritta da questa approssimazione alle corte lunghezze d'onda):

$$J(\nu_{21}) \simeq \frac{2h\nu_{21}^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu_{21}}{kT_*}\right)$$

si ottiene dalla eq.(5.1):

$$\frac{N_2}{N_1} \simeq W \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{kT_*}\right) \quad (5.2)$$

che fa vedere come la popolazione relativa dei livelli dell'atomo si discosti di un fattore W (nel caso delle nebulose $W \ll 1$) da quella dell'equilibrio termodinamico. Ribadiamo comunque che nel ricavare questa relazione non abbiamo tenuto conto della possibilità che l'atomo subisca transizioni collisionali, situazione che comunque è giustificata in gas rarefatti come quelli nebulari.

Tuttavia, se ci limitiamo a considerare gli elementi più leggeri come l'idrogeno e l'elio, possiamo dire che la condizione di assenza di transizioni collisionali è comunque soddisfatta per il fatto che il primo livello eccitato, sia per l'H che per l'He, si trova ad una energia troppo alta rispetto al fondamentale per poter essere popolato da collisioni ad energie tipiche delle temperature dei gas nebulari. Vedremo invece nel seguito come le eccitazioni collisionali abbiano una grande importanza nel determinare le popolazioni dei livelli atomici degli ioni *metallic*³ da cui si osservano provenire una serie di linee spettrali molto importanti per la diagnostica dei gas nebulari.

5.2 Processi fisici dominanti nelle nebulose

Abbiamo finora visto come le relazioni valide in condizioni LTE per determinare le caratteristiche microscopiche di un gas non siano più utilizzabili in condizioni nebulari. Dobbiamo quindi introdurre un approccio più generale che impone una analisi dettagliata dei processi che sono rilevanti per determinare l'equilibrio e quindi ricavare relazioni valide nel caso più generale che viene indicato come **non LTE**. Per questo tipo di analisi microscopica considereremo le interazioni fotone-particella e particella-particella allo scopo di calcolare le velocità con cui i vari processi avvengono in condizioni nebulari. Queste sono:

³In ambito astrofisico è consuetudine indicare col nome di *metalli* tutti gli elementi più pesanti dell'elio.

Fotoionizzazioni ed eccitazioni

In queste interazioni il fotone viene assorbito. La fotoionizzazione richiede che l'energia del fotone sia maggiore del potenziale di ionizzazione dell'atomo o ione; l'energia in eccesso viene convertita in energia cinetica. La fotoeccitazione richiede invece che l'energia del fotone sia pari alla differenza di energia tra i livelli iniziale e finale occupati dall'atomo o ione.

Ionizzazioni ed eccitazioni collisionali

Si tratta il più delle volte di una interazione tra un elettrone libero ed un atomo o ione che, a causa della interazione, subisce la perdita di un elettrone oppure viene eccitato ad un livello energetico superiore. A differenza del processo precedente la particella incidente non viene catturata, ma per attivare il processo deve comunque superare una soglia di energia determinata dal potenziale di ionizzazione o di eccitazione. Un altro processo che in particolari condizioni può diventare importante è la *diseccitazione collisionale* che comporta, appunto, la diseccitazione di uno ione e la conversione dell'energia così liberata in energia cinetica delle componenti del gas. Si noti che non si ha in questo caso l'emissione di fotoni come invece avviene per le diseccitazioni radiative spontanee.

Ricombinazioni

Un elettrone libero viene ricatturato da uno ione positivo e l'energia in eccesso viene emessa sotto forma radiativa (il cosiddetto *continuo free-bound*). A seguito di una ricombinazione su un livello eccitato l'atomo tenderà comunque ad assestarsi sul livello fondamentale (energia minima) emettendo in questo processo una serie di fotoni corrispondenti alle righe spettrali tipiche del sistema atomico ricombinato.

Collisioni elettrone-elettrone

Questa interazione coulombiana tra gli elettroni ha come effetto più importante quello di ridistribuire le velocità degli elettroni con la conseguenza di far tendere le particelle ad assumere una distribuzione Maxwelliana. Trattandosi di collisioni elastiche non viene irradiata energia.

5.2.1 Velocità di reazione per collisioni tra particelle

Se consideriamo un sistema costituito da due tipi di particelle, diciamo A e B, possiamo ricavare un'espressione generale per descrivere la velocità con cui avviene un generico processo di interazione tra di loro. Indichiamo ora con N_A ed N_B le densità relative dei due tipi di particelle e supponiamo che le particelle A siano praticamente a riposo. Le particelle B siano invece descritte da una funzione di distribuzione delle velocità $f(v)$ tale che il prodotto $f(v)dv$ rappresenti la densità di particelle B con velocità compresa tra v e $v + dv$.

Se ora consideriamo la sezione d'urto $\sigma(v)$ associata alla interazione tra A e B, allora il prodotto $\sigma(v) v dt$ rappresenterà una specie di volume di interazione che, moltiplicato per N_A , darà il numero di interazioni che avvengono nel dato volume tra una particella

B e tutte le A. In queste condizioni, il numero totale di interazioni per unità di volume e di tempo potrà quindi essere espresso da:

$$\int N_B f(v) dv N_A \sigma(v) v dt = N_A N_B \int \sigma(v) v f(v) dv = N_A N_B \langle \sigma v \rangle \quad (5.3)$$

5.2.2 Velocità di reazioni radiative

Abbiamo già avuto modo di discutere come la variazione dell'intensità della radiazione sia governata dall'equazione del trasporto (eq 3.8). Nel caso in cui si consideri il solo assorbimento si potrà scrivere:

$$dI_\nu = -N a_\nu I_\nu ds \quad (5.4)$$

dove con N abbiamo indicato la densità degli assorbitori, con a_ν la sezione d'urto del processo di assorbimento, e con ds il cammino percorso dalla radiazione. Se dividiamo l'equazione (5.4) per l'energia $h\nu$ di un fotone ed integriamo sulle frequenze e sull'angolo solido otteniamo:

$$\text{n. di assorbimenti (cm}^{-3}\text{s}^{-1}\text{)} = N \int_0^\infty \frac{4\pi J_\nu a_\nu}{h\nu} d\nu \quad (5.5)$$

dove $J = \int I d\omega / \int d\omega$ è l'intensità media del campo di radiazione⁴. La relazione così ottenuta è esprimibile in maniera simile alla equazione (5.3) se si tiene conto che la densità dei fotoni è legata alla intensità media da :

$$N_\nu = \frac{u_\nu}{h\nu} = \frac{4\pi J_\nu}{h\nu c}$$

con u_ν densità di energia.

5.2.3 Sezioni d'urto

Per farci un'idea del valore delle sezioni d'urto in gioco nelle nostre discussioni, a titolo d'esempio ora proviamo a stimare la sezione d'urto delle collisioni elettrone-elettrone. Per questo useremo la seguente approssimazione: una interazione tra elettroni la considereremo come una collisione solo se l'energia di interazione coulombiana è paragonabile all'energia cinetica in gioco nel processo. Quindi a distanza r_0 dovrà essere:

$$\frac{e^2}{r_0} = \frac{1}{2} m v^2$$

da cui, associando al processo una sezione d'urto $\sigma_e = \pi r_0^2$, si ricava:

$$\sigma_e = \frac{4\pi e^4}{m^2 v^4} \quad (5.6)$$

Se ora consideriamo che le velocità degli elettroni sono distribuite secondo una Maxwelliana (nel qual caso li diremo *termalizzati*) allora sarà $mv^2 = 3kT_e$ e quindi,

⁴Già incontrata nello studio delle atmosfere stellari.

anticipando il fatto che i valori delle temperature nebulari si aggirano intono a $T_e \simeq 10^4 K$, otteniamo:

$$\sigma_e \simeq \frac{4\pi e^4}{9(kT_e)^2} \simeq 4 \times 10^{-14} \text{ cm}^2 \quad (5.7)$$

Questa relazione, anche se non è stata ricavata rigorosamente, mostra comunque sia la corretta dipendenza funzionale che l'ordine di grandezza. Ovviamente, anche gli altri tipi di interazione che si realizzano nel gas nebulare avranno una propria sezione d'urto associata, così abbiamo per la fotoionizzazione dall' n -esimo livello dell'idrogeno:

$$a_n(\nu) = 7 \times 10^{-18} n \left(\frac{\nu_0}{\nu} \right)^3 \text{ cm}^2 \quad (5.8)$$

che vale per $\nu > \nu_n$ (dove ν_n è la frequenza di ionizzazione dal livello n). Il processo inverso di ricombinazione al livello n -esimo ha invece una sezione d'urto espressa da:

$$\sigma_n^{ric}(\nu) = \frac{2 \times 10^{-21}}{n} \left(\frac{v_0}{v} \right)^2 \text{ cm}^2 \quad (5.9)$$

dove $v_0 \simeq 5.5 \times 10^7 \text{ cm s}^{-1}$ è una velocità di riferimento di poco inferiore alla energia di ionizzazione dell'H (13.6 eV) ⁵.

5.3 Equilibrio della ionizzazione

Da un punto di vista energetico le nebulose ionizzate dipendono essenzialmente dalla radiazione delle stelle eccitatrici. Questa radiazione viene infatti "catturata" dal gas nebulare attraverso i processi di assorbimento. Il principale mediatore dello scambio energetico stelle-nebulose è certamente l'idrogeno giacchè le abbondanze degli elementi presenti nel mezzo interstellare sono di tipo cosmico (vedi tabella 5.3):

$$\frac{N(He)}{N(H)} \sim 10^{-1}; \quad \frac{N(C, N, O, Ne)}{N(H)} \sim 10^{-4}$$

L'idrogeno viene infatti osservato dappertutto nel mezzo interstellare, sia allo stato neutro che ionizzato (in quest'ultimo caso non potrà efficacemente assorbire fotoni dalla stella) e, dato che nella forma neutra si trova quasi esclusivamente nello stato fondamentale⁶ è da questo stato che potrà assorbire fotoni stellari ionizzanti. In questo modo la fotoionizzazione dallo stato fondamentale diventa quindi il processo dominante per trasferire energia dalle stelle alle nebulose. Tuttavia, la ionizzazione di un atomo di idrogeno è solo l'inizio di una catena di processi che portano alla emissione di nuovi fotoni attraverso la successiva ricombinazione dello stesso idrogeno seguita da una cascata di transizioni che riporta rapidamente l'H al livello fondamentale.

Prima di proseguire ricordiamo che gli elettroni liberati dalla ionizzazione agiscono sul gas in tre modi diversi:

⁵Perchè sia possibile la ricombinazione, l'energia di interazione deve essere minore di quella necessaria alla ionizzazione.

⁶Come mostra chiaramente l'eq. 5.2

- a) attraverso le collisioni elettrone-elettrone ridistribuiscono le velocità secondo una Maxwelliana (come abbiamo visto questo processo ha una sezione d'urto più grande sia della fotoionizzazione che della ricombinazione);
- b) eccitano collisionalmente gli ioni più pesanti convertendo l'energia cinetica collisionale in fotoni emessi dagli stessi ioni per successiva diseccitazione;
- c) si ricombinano con i protoni dando luogo ad emissione continua (free-bound) e ad emissione di linee nelle varie serie dell'idrogeno fino a terminare con l'emissione di una linea di Lyman (vedi Figura 3.7).

Il risultato netto di questi processi è la conversione di fotoni UV stellari in fotoni emessi nelle *linee nebulari* e nel *continuo nebulare*. Come già accennato, non potendosi applicare l'approssimazione L.T.E., per determinare lo stato di eccitazione e ionizzazione del gas si dovrà ricorrere a considerazioni di equilibrio statistico. In breve, se vogliamo descrivere una situazione stazionaria, diremo che i processi che ionizzano devono essere bilanciati dai processi che ricombinano e quindi, siccome la fotoionizzazione e la ricombinazione sono i processi dominanti nel determinare la situazione di equilibrio dell'atomo di idrogeno in condizioni nebulari, usando le equazioni (5.3) ed (5.5) otteniamo che:

$$N_{HI} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{4\pi J(\nu) a_1(\nu)}{h\nu} d\nu = N_e N_{HII} \sum_{n=1}^{\infty} \langle \sigma_n^{ric} \nu \rangle \quad (5.10)$$

dove: a_1 è la sezione d'urto per fotoionizzazione dal livello fondamentale e σ_n^{ric} è la sezione d'urto per la ricombinazione dell'idrogeno al livello n-esimo. Si noti che l'equazione precedente potrebbe essere usata per ricavare la dimensione di una regione HII utilizzando una condizione che definisca il bordo della zona ionizzata. Per esempio potremmo assumere come bordo il punto in cui il rapporto $N_{HII}/(N_{HI} + N_{HII})$ assume il particolare valore di 1/2. L'utilizzo dell'equazione precedente implica però di dover ripetere il calcolo punto per punto all'interno della nebulosa fino a raggiungere il punto che soddisfa la nostra definizione di bordo. Se però siamo interessati solo a stimare le dimensioni delle regioni HII possiamo percorrere una strada più conveniente: invece di applicare la condizione di stazionarietà a livello locale come nella equazione 5.10, la applichiamo alla nebulosa nella sua interezza. Assumiamo allora per semplicità che tutti i fotoni in grado di ionizzare l'idrogeno ($\lambda < 912 \text{ \AA}$) vengano assorbiti nella nebulosa (caso detto di nebulosa **ionization bounded** o *limitata dalla ionizzazione*), potremo esprimere la condizione di stazionarietà con la seguente uguaglianza:

$$\int_{\nu_1}^{\infty} \frac{L_\nu}{h\nu} d\nu = N_e N_{HII} \sum_{n=2}^{\infty} \langle \sigma_n^{ric} \nu \rangle = \frac{4}{3} \pi R_{HII}^3 \quad (5.11)$$

dove dalla sommatoria è stato escluso il termine corrispondente alle ricombinazioni al livello fondamentale ($n=1$) giacchè queste danno luogo a fotoni ionizzanti che vengono rapidamente riassorbiti dal gas e quindi li escludiamo dal computo. L'equazione (5.11) può essere risolta rispetto ad R_{HII} una volta nota la luminosità stellare L_ν (calcolata dai modelli di atmosfere stellari), il valore del termine $\sum \langle \sigma_n^{ric} \nu \rangle$ (pari a $2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, per un valore di temperatura $T_e = 10^4 \text{ K}$), ed infine ponendo $N_{HII} \sim N_e$. In tabella 5.2 sono riportati i valori tipici di R_{HII} nel caso $N = \text{costante} = 1 \text{ cm}^{-3}$. Da notare che, siccome abbiamo assunto che tutti i fotoni ionizzanti vengono assorbiti

dal gas nebulare, i valori di R_{HII} così ricavati rappresentano un limite superiore. Infatti nel caso opposto (detto di nebula **density bounded** o *limitata dalla densità*) la scarsità di gas circumstellare/interstellare permette ad una parte dei fotoni stellari di sfuggire senza essere assorbiti con il risultato di produrre una regione HII più piccola.

Tabella 5.2: Dimensione di regioni HII associate a stelle diverse

T_* ($^{\circ}K$)	R_*/R_0	Tipo Spettrale	Distribuzione spettrale	T_{eff} ($\lambda < 912 \text{ \AA}$)	$R_{HII}^{(*)}$ (pc)
50000	15.1	O4 V	Corpo nero	50000	135
			Mod. atmosfera	51300	137
45000	12.6	O5.5 V	Corpo nero	45000	101
			Mod. atmosfera	45800	101
40000	10.2	O6.5 V	Corpo nero	40000	72
			Mod. atmosfera	39700	69
35000	7.9	O9 V	Corpo nero	35000	48
			Mod. atmosfera	32300	40
30000	7.6	B0 V	Corpo nero	30000	35
			Mod. atmosfera	21900	16
22500	6.2	B1 V	Corpo nero	22500	15
			Mod. atmosfera	12800	2.2
20000	3.6	B2 V	Corpo nero	20000	13.3
			Mod. atmosfera	11500	1.3
17500	4.4	B5 V	Corpo nero	17500	5.8
			Mod. atmosfera	10300	0.6

(*) Le dimensioni sono ricavate per un gas di densità costante $n = 1 \text{ cm}^{-3}$.

5.4 Stratificazione della ionizzazione

Siccome le sezioni d'urto di fotoionizzazione e di ricombinazione non variano molto da ione a ione, la presenza di sostanziali differenze nella ionizzazione delle varie specie di ioni è da ricondursi sostanzialmente al numero di fotoni ionizzanti disponibili nello spettro ionizzante. L'HI, come appare dalla successiva tabella 5.4, è ionizzato da radiazione con $\lambda \leq 912 \text{ \AA}$ mentre l'HeI da $\lambda \leq 504 \text{ \AA}$ e l'HeII da $\lambda \leq 228 \text{ \AA}$ cosicché la combinazione del numero di fotoni disponibili e dell'andamento delle sezioni d'urto per fotoionizzazione (del tipo dell'equazione 5.8) provoca la cosiddetta *stratificazione della ionizzazione*. In Figura 5.4 è mostrato l'andamento della ionizzazione in funzione della distanza per diversi ioni. Nella stessa figura si noti come il bordo della regione HII è ben definito da una rapida caduta della ionizzazione.

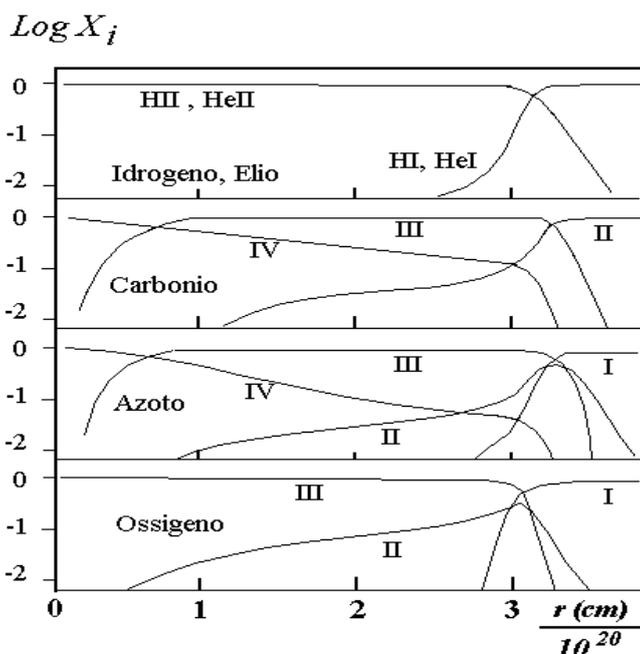


Figura 5.4: Abbondanza relativa degli ioni degli elementi più abbondanti in funzione della distanza dalla stella ionizzante. Le curve mostrate sono calcolate per un tipo spettrale O5.5 V e per una densità nebulare costante $n = 1 \text{ cm}^{-3}$. In ordinate X_i rappresenta la frazione di atomi dell'elemento nei diversi stadi di ionizzazione indicati.

5.5 Temperatura cinetica

Abbiamo visto come la sezione d'urto per collisioni elettrone-elettrone abbia un valore notevolmente maggiore rispetto a quelle associate ad altri processi che pure avvengono nel gas nebulare. Questa constatazione ci suggerisce che il gas di elettroni tende a termalizzare su tempi scala molto più brevi di quelli associati agli altri processi in gioco e quindi ci sentiamo autorizzati a poter considerare il gas nebulare come un insieme di ioni immersi in un bagno di elettroni termici. Ne consegue che, siccome tutti i processi di eccitazione collisionale e di ricombinazione sono dipendenti dal valore della temperatura elettronica, diventa importante saper stimare T_e .

Il criterio più immediato da seguire è quello di valutare il bilancio energetico tra energia guadagnata e perduta dagli elettroni per unità di volume e di tempo. L'energia guadagnata dal gas nebulare dipende essenzialmente dalle ionizzazioni, essendo le diseccitazioni collisionali trascurabili in condizioni nebulari. Al contrario invece le eccitazioni collisionali degli ioni pesanti rappresentano un contributo sostanziale: queste portano in molti casi alla emissione di fotoni nelle cosiddette *linee proibite* e quindi in definitiva alla perdita di energia cinetica degli elettroni. A queste perdite bisogna poi aggiungere

quelle derivanti dalle ricombinazioni.

Se si riportano in un grafico le dipendenze dei guadagni Γ e delle perdite Λ dalla temperatura elettronica T_e , è facile vedere come le rispettive curve individuino un punto in comune che corrisponde proprio alla condizione di bilanciamento.

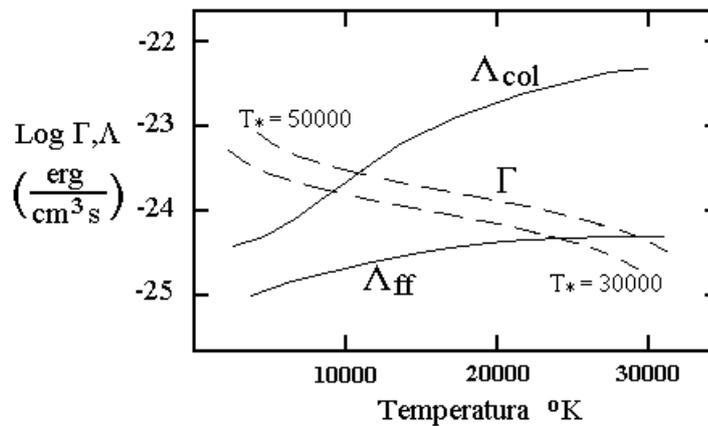


Figura 5.5: Le curve mostrano l'andamento delle perdite (Λ) e dei guadagni (Γ) di energia che caratterizzano un gas con composizione chimica di tipo cosmico. Le due curve tratteggiate corrispondono ai guadagni per fotoionizzazione in due casi rappresentativi di stelle di tipo spettrale O4 V ($T_{eff} \simeq 50000$ K) ed B0 V ($T_{eff} \simeq 30000$ K). Le curve continue rappresentano le perdite di energia dovute alle eccitazioni collisionali (Λ_{col}) ed all'emissione nel continuo free-free (Λ_{ff}). Si noti come i processi collisionali che portano poi all'emissione delle righe proibite dominano il raffreddamento del gas.

Dalla Figura 5.5 si ricava che l'intersezione tra le due curve definisce un valore di temperatura che ha la proprietà di essere poco dipendente dal tipo spettrale della stella eccitatrice e che corrisponde a $T_e \simeq 10^4$ K. Proprio questa debole dipendenza dal tipo spettrale ci permette, con buona approssimazione, di adottare questo come il valore di riferimento per la temperatura elettronica delle nebulose ionizzate.

5.6 Lo spettro delle nebulose

Un tipico spettro nebulare si presenta come in Figura 5.6 e può essere descritto come una serie di linee di emissione sovrapposte ad un debole continuo.

L'origine del continuo nella regione ottica dello spettro è legata essenzialmente alle ricombinazioni, mentre lo spettro a linee contiene emissioni dell'idrogeno, la P_α dell'elio ($\lambda = 4686$ Å) e alcune linee di elementi più pesanti, dette *linee proibite* a causa della bassa probabilità di transizione radiativa ad esse associata. Queste ultime sono conven-

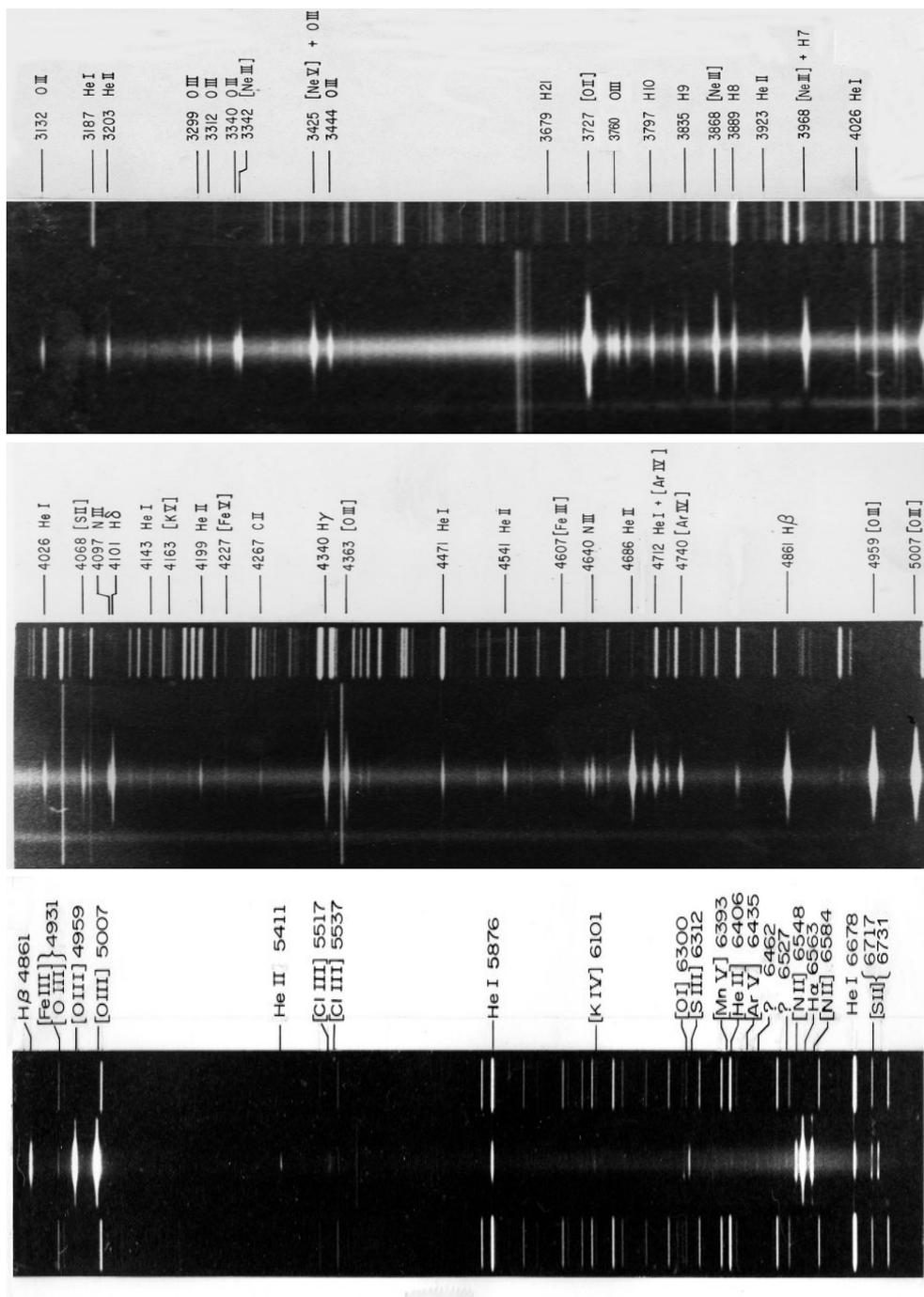


Figura 5.6: Spettro di NGC2440, una nebulosa planetaria che ha come stella centrale una nana bianca particolarmente calda (HD 62166: $T \sim 2 \times 10^5$ K, $M = 0.6 M_{\odot}$, $R = 0.028 R_{\odot}$, $L = 1100 L_{\odot}$). Dall'alto verso il basso è riportato lo spettro in tre diverse regioni spettrali: UV (sopra), visibile (centro) e rosso (sotto). L'identificazione delle linee di emissione principali è facilitata dalla contemporanea registrazione di uno spettro di confronto prodotto da una lampada spettrale le cui linee di emissione siano note. Nelle figure questo spettro è visibile al disopra dello spettro nebulare. Nel caso della regione rossa il confronto appare ripetuto anche al disotto dello spettro nebulare.

zionalmente indicate dal nome dello ione corrispondente racchiuso tra parentesi quadre, per cui la scrittura [OIII] indicherà una riga proibita dell'ossigeno ionizzato due volte.

L'obiettivo che ora ci proponiamo è di riuscire ad estrarre l'informazione, portata dai fotoni nebulari, sulle condizioni fisiche del gas emittente e per far questo utilizzeremo ancora il modello atomico. Questo ci consente infatti di associare l'emissione delle linee spettrali alle condizioni di popolamento di quei livelli eccitati (sia di ioni che di atomi) da cui partono le transizioni che producono le linee osservate.

Più in dettaglio, i meccanismi principali attraverso cui un livello eccitato si potrà popolare sono:

- la **ricombinazione**: gli ioni si ricombinano in stati eccitati e, per cascata radiativa verso gli stati ad energie più basse, emettono linee di emissione. L'ordine di grandezza delle sezioni d'urto di questi processi è $\sigma_n^{ric} \sim 10^{-21} \text{cm}^2$ quando $T_e \simeq 10^4 K$. Per uno ione idrogenoide si ha:

$$\langle \sigma_n^{ric} \rangle \propto \frac{const}{nT_e^{1/2}} \quad (5.12)$$

per la ricombinazione al livello n -esimo

- l'**eccitazione collisionale**: questo processo avviene praticamente sempre a partire dal livello fondamentale perchè, come abbiamo visto in precedenza, la gran parte degli atomi e ioni è in quello stato. Una volta eccitato, lo ione si diseccita radiativamente anche se, in situazioni particolari, come p.es. in ambienti particolarmente densi, può essere diseccitato anche collisionalmente. Alla temperatura di riferimento $T_e \sim 10^4 K$ la sezione d'urto per questo processo vale $\sigma_n^{ecc} \sim 10^{-16} \text{cm}^2$ quando l'energia di interazione supera la soglia per l'eccitazione. In questi casi la dipendenza della sezione d'urto da T e da n è del tipo:

$$\langle \sigma_n^{ecc} \rangle \propto T_e^{-1/2} \exp(-\chi_n/kT_e) \quad (5.13)$$

Poichè alle temperature tipiche delle nebulose e finchè $\chi_n < kT_e$ si ha $\sigma_n^{ecc} > \sigma_n^{ric}$, possiamo concludere che i livelli degli ioni che si trovano ad energie inferiori a 5 eV sono sostanzialmente popolati dalle collisioni mentre quelli ad energie superiori sono popolati dalle ricombinazioni. L'idrogeno e l'elio quindi, avendo il primo livello eccitato ad energie di circa 10 eV, hanno i livelli superiori popolati molto più dalle ricombinazioni, dando luogo quindi a **linee di ricombinazione**. Molti degli ioni più pesanti invece hanno livelli energetici entro 3 ÷ 4 eV e perciò nelle nebulose possono essere efficientemente eccitati dalle collisioni. Sono poi proprio le transizioni radiative tra questi livelli che danno luogo alle **linee proibite**, non facilmente osservabili nelle condizioni di lavoro dei laboratori terrestri. Queste transizioni infatti, violando la regola di selezione $\Delta l = \pm 1$ sul numero quantico associato al momento angolare, o la $\Delta s = 0$ sullo spin, hanno una bassa probabilità di transizione radiativa. Ciononostante, se l'intervallo di tempo che mediamente intercorre tra due successive collisioni è maggiore del tempo di vita media del livello atomico, il sistema si potrà diseccitare radiativamente e si osserverà l'emissione di fotoni nelle linee proibite.

5.7 Flusso emesso nelle linee

La gran parte delle informazioni sulle condizioni fisiche presenti nelle nebulose proviene dalla misura delle intensità relative delle linee di emissione osservate. Il flusso emesso in una linea dipende infatti da una quantità di parametri quali l'abbondanza degli elementi, lo stato di ionizzazione del gas, la densità e la temperatura del gas. In generale, per esprimere il flusso emesso in una linea *otticamente sottile* da una nebula a simmetria sferica di raggio R , possiamo scrivere:

$$F = \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^R 4\pi j(r) 4\pi r^2 dr \quad (5.14)$$

dove $j(r)$ è il cosiddetto *volume emission coefficient*⁷. Quest'ultimo è dato (nel caso in cui si possa trascurare l'emissione stimolata) da:

$$j_{n,n'} = N_n A_{n,n'} \frac{h\nu_{n,n'}}{4\pi} \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}) \quad (5.15)$$

dove: N_n è la densità di atomi nel livello superiore $A_{n,n'}$ è la probabilità della transizione $n \rightarrow n'$ $\nu_{n,n'}$ è la frequenza della radiazione emessa nella transizione. Quindi, ricordando che per una data transizione sia $A_{n,n'}$ che $\nu_{n,n'}$ sono delle costanti, il problema si riduce alla determinazione di N_n .

Come abbiamo già accennato, i processi dominanti nel determinare N_n in ambiente nebulare sono le ricombinazioni e le eccitazioni dal livello fondamentale. Tuttavia nel caso dell'idrogeno e dell'elio possiamo ragionevolmente assumere che i livelli eccitati siano popolati essenzialmente dalle sole ricombinazioni⁸, per cui possiamo limitarci a considerare:

- le ricombinazioni al livello n ;
- le ricombinazioni ai livelli superiori seguite da una cascata al livello n -esimo.

Nel caso dell'H possiamo esprimere il numero di atomi per unità di volume e di tempo che vanno a popolare il livello n -esimo come:

$$N_e N_{HII} \langle \sigma_n^{ric} v \rangle + \sum_{n''=n+1}^{\infty} N_{n''} A_{n'',n} \quad (\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}) \quad (5.16)$$

D'altra parte, la velocità di spopolamento dello stesso livello è invece dipendente dalle sole transizioni radiative (che sono permesse e quindi caratterizzate da una grande probabilità di transizione che le rende più rapide delle diseccitazioni collisionali) per cui il numero di atomi che passano dal livello n -esimo ai livelli inferiori sarà dato da:

$$N_n \sum_{n'=1,2}^{n-1} A_{n,n'} \quad (\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}) \quad (5.17)$$

⁷È l'analogo per le righe del coefficiente di emissione introdotto nella discussione sul trasporto radiativo nelle atmosfere stellari

⁸Si consideri che il primo livello eccitato dell'H e dell'He dista rispettivamente ~ 10 eV e ~ 20 eV dal fondamentale. Queste energie corrispondono a temperature molto superiori a quelle tipiche delle nebulose ionizzate e pertanto in questi ambienti i livelli eccitati dell'H e dell'He non possono essere popolati dalle collisioni.

dove la scelta del limite inferiore della sommatoria dipende dal tipo di regime radiativo nelle linee di Lyman. In particolare se la nebula è otticamente spessa nelle linee di Lyman, allora ogni transizione al livello fondamentale produrrà un fotone che non sfuggirà ma verrà riassorbito localmente nella stessa nebulosa (*on the spot approximation*). In questo caso le transizioni al livello $n = 1$ non verranno conteggiate nella sommatoria perchè, essendo esattamente bilanciate da altrettante transizioni in assorbimento, non avranno un effetto netto nel bilancio finale del livello fondamentale. In questo caso *otticamente spesso* la sommatoria sarà quindi fatta a partire dal livello $n = 2$.

Possiamo ora dire che, se la nebula evolve con tempi maggiori dei tempi caratteristici dei processi di popolamento e depopolamento descritti, all'equilibrio si dovrà avere un bilanciamento tra processi che popolano e spopolano un dato livello atomico e quindi possiamo scrivere il seguente bilancio:

$$N_e N_{HII} \langle \sigma_n^{ric} v \rangle + \sum_{n''=n+1}^{\infty} N_{n''} A_{n'',n} = N_n \sum_{n'=1,2}^{n-1} A_{n,n'} \quad (5.18)$$

tra processi che tendono a popolare (a sinistra dell'uguaglianza) e a spopolare (a destra) il livello n -esimo. Applicando ad ogni livello dell'atomo questa condizione si ottiene così un sistema di equazioni detto di *cattura-cascata* che è possibile risolvere per ricavare la popolazione dei vari livelli dell'atomo di H. A questo punto si è in grado di ricavare il cosiddetto *decremento di B*, cioè la sequenza dei valori dei flussi nelle linee di Balmer che tradizionalmente vengono normalizzati ad H_β ponendo $F_{H_\beta} = 100$. Possiamo quindi scrivere che il rapporto tra il flusso emesso in una generica linea di Balmer e quello emesso in H_β come (vedi equazione 5.14):

$$\frac{F_{k,2}}{F_{H_\beta}} = \frac{\frac{4\pi}{R^2} \int_0^R j_{k,2}(r) r^2 dr}{\frac{4\pi}{R^2} \int_0^R j_{H_\beta}(r) r^2 dr} \quad (5.19)$$

e poichè la popolazione dei livelli ha la stessa dipendenza dalla densità e temperatura, i coefficienti $j(r)$ possono filtrare fuori dall'integrale, cosicchè dalla equazione 5.15 si ha:

$$\frac{F_{k,2}}{F_{H_\beta}} = \frac{j_{k,2}}{j_{H_\beta}} = \frac{N_k A_{k,2} \nu_{k,2}}{N_4 A_{H_\beta} \nu_{H_\beta}} \quad (5.20)$$

Vediamo quindi che, in definitiva, il rapporto dei flussi dipende essenzialmente dal rapporto delle popolazioni dei livelli interessati, essendo fissate le frequenze delle linee coinvolte e le probabilità di transizione. Dalla soluzione delle equazioni (5.18) di cattura-cascata per l'idrogeno si ricava che, per un ampio intervallo di temperature e densità:

$$\frac{N_k}{N_4} \simeq \text{cost}(k) \quad (5.21)$$

da cui deriva che l'intensità delle linee di Balmer è essenzialmente indipendente sia dalla temperatura T_e , che dalla densità N . Questa proprietà è evidente dalla Tabella 5.5 che mostra il valore calcolato per il rapporto dei flussi di Balmer per un gas in diverse condizioni fisiche compatibili con un gas nebulare. Questo fatto, mentre rende inutilizzabili le intensità relative della serie di Balmer per ricavare i parametri fisici del gas emittente, si rivela però molto utile per ricavare la quantità di arrossamento interstellare in direzione della nebulosa. Potremo così, attraverso misure di differenza tra il decremento

di Balmer che ci aspettiamo e quello che effettivamente osserviamo, valutare quanta polvere interstellare si interpone lungo la linea di vista in direzione della nebulosa.

5.7.1 Flusso assoluto in H_β

Se consideriamo una nebula sferica di raggio R posta ad una distanza d , questa mostrerà un diametro angolare di $2\Theta_0 = 2(R/d)$. Il coefficiente di emissione j_{H_β} rappresenta la velocità con cui viene emessa energia in H_β per unità di volume e per steradiante, quindi è legato alla luminosità totale nella linea H_β da:

$$L_{H_\beta} = 4\pi j_{H_\beta} \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (\text{erg s}^{-1})$$

se la nebula è otticamente sottile in H_β . Ricordando ora che la relazione tra luminosità e flusso osservato è $L_{H_\beta} = 4\pi d^2 F_{H_\beta}$, si ha:

$$F_{H_\beta} = \frac{4}{3}\pi j_{H_\beta} \frac{R^3}{d^2} = \frac{4}{3}\pi N_4 A_{H_\beta} \frac{h\nu_{H_\beta} R^3}{4\pi d^2} = \frac{4}{3}\pi N_4 A_{H_\beta} \frac{h\nu_{H_\beta}}{4\pi} \Theta_0^3 d. \quad (5.22)$$

che, una volta noto N_4 (che dipende essenzialmente dalla densità elettronica N_e attraverso la ricombinazione), diventa una relazione tra il flusso osservato F_{H_β} , dimensione angolare Θ_0 e distanza d . Considerando poi che sia F_{H_β} che Θ_0 sono osservabili, vediamo che usando questa relazione potremo anche calcolare la distanza della nebulosa abbastanza facilmente.

5.7.2 Linee proibite

A causa della bassa probabilità di transizione che le caratterizza, le linee proibite degli elementi pesanti che si osservano negli spettri delle nebulose gassose sono sempre da considerarsi *otticamente sottili*. Per questo motivo i flussi corrispondenti sono esprimibili direttamente attraverso i coefficienti di emissione e le popolazioni dei livelli di partenza (vedi 5.14 e 5.15). Diversamente dal caso dell'H e dell'He che abbiamo visto prima, molti tra gli elementi pesanti posseggono livelli energetici entro $3 \div 4$ eV dal fondamentale e quindi, anche in condizioni nebulari possono essere eccitati collisionalmente tanto che non possiamo trascurare questa possibilità nel calcolare la popolazione di questi livelli. Qui allora considereremo come processi dominanti nel determinare le popolazioni dei livelli le eccitazioni e le diseccitazioni collisionali. Le eccitazioni radiative le possiamo infatti trascurare a causa della notevole diluizione del campo radiativo, mentre le ricombinazioni le trascureremo a causa della molto minore sezione d'urto rispetto alle collisioni (vedi 5.8 e 5.9). Applicando la condizione di equilibrio statistico ad un atomo a due livelli possiamo scrivere:

$$N_e N_1 \langle \sigma_{12} v \rangle = N_2 (A_{21} + N_e \langle \sigma_{21} v \rangle) \quad (5.23)$$

nella quale il termine a sinistra rappresenta le eccitazioni collisionali e quello a destra le diseccitazioni (sia radiative che collisionali). Allora, ricavando N_2 dalla precedente e sostituendolo nell'espressione del coefficiente di emissione si avrà:

$$j_{21} = N_e N_1 \langle \sigma_{12} v \rangle \frac{A_{21}}{A_{21} + N_e \langle \sigma_{21} v \rangle} \frac{h\nu_{21}}{4\pi} \quad (5.24)$$

Consideriamo ora cosa accade nei due casi limite in cui:

- a) $A_{21} \ll N_e \langle \sigma_{21} v \rangle$
- b) $A_{21} \gg N_e \langle \sigma_{21} v \rangle$

Notiamo subito che il valore di $N_e^{\text{crit}} = A_{21} / \langle \sigma_{21} v \rangle$ che separa i due regimi di densità è detto *densità critica* per la transizione $2 \rightarrow 1$. Allora, se N_e supera N_e^{crit} allora il livello 2 è sar  spopolato principalmente dalle collisioni, viceversa se $N_e < N_e^{\text{crit}}$ allora il sistema atomico rimarr  indisturbato (senza collidere) per un tempo sufficientemente lungo da poter effettuare la transizione radiativamente, emettendo i fotoni $h\nu_{21}$. Nel limite delle basse densit , ovvero quando $N_e < N_e^{\text{crit}}$, si avr :

$$j_{21} \simeq N_e N_1 \langle \sigma_{12} v \rangle \frac{h\nu}{4\pi}$$

da cui si vede che l'emissione nella linea non dipende pi  da A_{21} ma dipende dal quadrato della densit . Nel limite opposto delle alte densit  invece si avr :

$$j_{21} \simeq N_1 A_{21} \frac{\langle \sigma_{12} v \rangle h\nu_{21}}{\langle \sigma_{21} v \rangle 4\pi}$$

ci  si ottiene che l'emissione in questo caso dipende da A_{21} e dalla densit . Gli effetti di questi comportamenti del gas possono essere esemplificati considerando le intensit  di due linee di cui una permessa (con A_{21} grande) ed una proibita (A_{21} piccola), al variare della densit . A basse densit  le intensit  delle due linee aumentano proporzionalmente ad N^2 indipendentemente dal valore di A_{21} giacch  ogni eccitazione porter  all'emissione di un fotone. Se assumiamo ora che le sezioni d'urto di collisione e le frequenze delle linee siano simili, allora le intensit  emesse saranno paragonabili. Quando si aumenta la densit , il valore critico N_e^{crit} si raggiunge prima per la linea proibita la cui intensit  comincer  a seguire una legge $j_F \propto N$ mentre la linea permessa sar  ancora in regime a bassa densit  $j_P \propto N^2$.

In Figura 5.7   riportato schematicamente il comportamento delle intensit  in funzione della densit . Quando si raggiunge la densit  critica per la linea permessa N_e^{crit} , anche per questa linea l'andamento diventer  proporzionale ad N finch  non si raggiunge la situazione otticamente spessa alla densit  N_e^{thick} . Si noti che la linea proibita raggiunge questa situazione a densit  maggiori a causa del minore coefficiente di assorbimento che la caratterizza rispetto alla linea permessa.

A questo punto possiamo farci un'idea di come si possano determinare le temperature e densit  delle nebulose usando le linee di emissione osservate nei loro spettri. Infatti, siccome i livelli superiori delle linee proibite sono popolati essenzialmente per collisione, possiamo sfruttare il fatto che l'efficienza delle collisioni dipende dalla temperatura. Si intuisce quindi come linee emesse da queste transizioni proibite vengano utilizzate per determinare la temperatura del gas. Un esempio tipico   dato dallo ione OIII di cui in Figura 5.8   mostrato lo schema dei livelli con le transizioni associate.

Se scriviamo i corrispondenti coefficienti di emissione, assumendo che ogni eccitazione collisionale parta dal livello 1 pi  basso (considerando tutto il tripletto in figura come un solo livello) abbiamo:

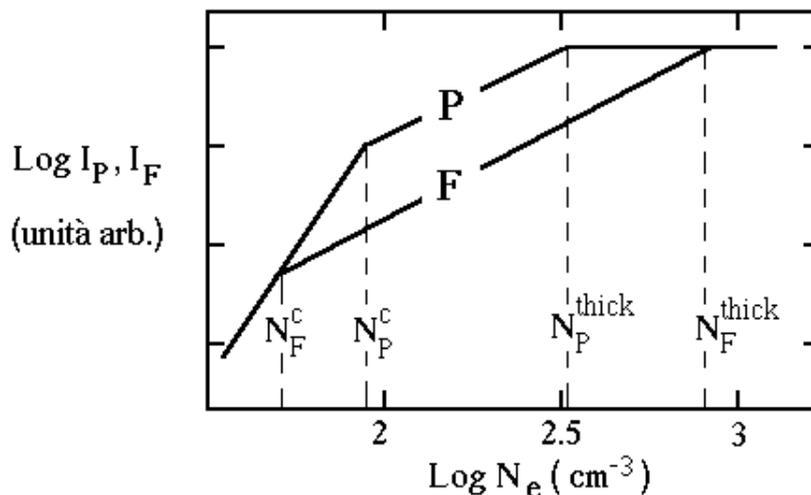


Figura 5.7: Andamento delle intensità di due linee in emissione una delle quali permessa (P) e l'altra *proibita* (F). Le intensità sono state arbitrariamente scalate per sovrapporsi alle basse densità. I valori di densità sono solo indicativi. Si noti come la dipendenza sia quadratica ($\propto N^2$) alle basse densità per diventare lineare ($\propto N$) alle alte densità. L'ulteriore aumento della densità porta il gas a diventare otticamente spesso portando quindi l'intensità delle linee alla saturazione.

$$j(\lambda = 4363) = N_e N_1 \langle \sigma_{13} v \rangle \frac{h\nu_{32}}{4\pi} \frac{A_{32}}{A_{32} + A_{31}}$$

$$j(\lambda = 5007) = N_e N_1 \left[\langle \sigma_{12} v \rangle + \langle \sigma_{13} v \rangle \frac{A_{32}}{A_{31} + A_{32}} \right] \frac{h\nu_{21}}{4\pi}$$

Siccome nel caso specifico dell' [OIII] abbiamo che $A_{32} \gg A_{31}$, possiamo scrivere per il rapporto di queste due linee (otticamente sottili):

$$\frac{I(\lambda = 5007)}{I(\lambda = 4383)} = \frac{j(\lambda = 5007)}{j(\lambda = 4383)} \simeq \frac{\langle \sigma_{12} v \rangle + \langle \sigma_{13} v \rangle \nu_{12}}{\langle \sigma_{13} v \rangle \nu_{32}}$$

e dato che i termini del tipo $\langle \sigma v \rangle$ sono dipendenti dalla temperatura si vede come il rapporto delle intensità delle linee dell' [OIII] consenta di valutare la temperatura del gas emittente. In particolare si ricava che:

$$\frac{I(\lambda = 5007)}{I(\lambda = 4383)} \simeq 8 \exp\left(\frac{33000}{T_e}\right)$$

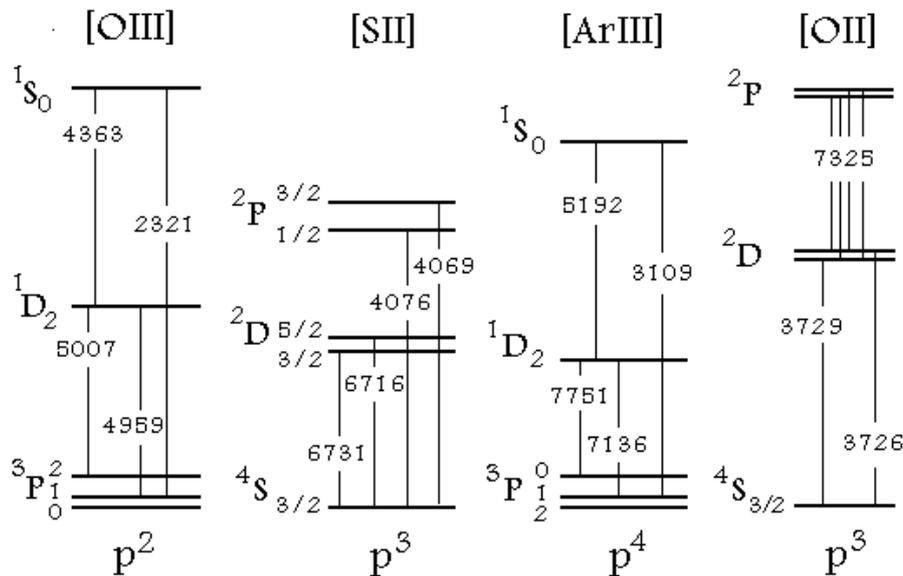


Figura 5.8: Diagramma dei livelli energetici più bassi di alcuni ioni di interesse per la diagnostica dei gas nebulari. Le transizioni indicate sono *proibite* per le regole di selezione di dipolo elettrico. Le lunghezze d'onda delle linee corrispondenti sono indicate in Angstrom. Per ogni ione è anche indicata, in basso, la corrispondente configurazione elettronica dell'ultima shell.

Per quanto riguarda invece la determinazione delle densità del gas emittente, è più utile usare ioni con una diversa struttura dei livelli più bassi. In particolare si utilizzano ioni con una configurazione elettronica di tipo p^3 (vedi Figura 5.8) che posseggono due livelli eccitati ad energie quasi uguali. Le linee emesse da transizioni verso il livello fondamentale sono tali che il livello superiore dell'una è diseccitato collisionalmente (equivalentemente si può dire che è nel limite di alta densità), mentre quello dell'altra è diseccitato radiativamente (limite di bassa densità).

È chiaro quindi che il rapporto delle due linee sarà sensibile alla variazione della densità, almeno entro un certo intervallo di valori (p.es. in Figura 5.7 l'intervallo utile in cui il rapporto delle linee è sensibile alla densità è tra N_F^{crit} ed N_P^{crit}). Un esempio di ione con linee utili per determinare la densità è l'[OII] i cui livelli sono mostrati in Figura 5.8.

Da quanto abbiamo sin qui visto, se scegliamo opportunamente due linee di emissione, possiamo utilizzarne il rapporto per valutare la temperatura o la densità del gas emittente. In tabella 5.4, oltre ai potenziali di ionizzazione di vari ioni, sono riportati molti rapporti di linee diagnostici della densità o della temperatura. L'indicazione della configurazione elettronica è utile ad immaginare la struttura dei livelli fondamentali:

esemplificando possiamo vedere che la disposizione simile dei livelli di [SII] e di [OII] riflette la comune struttura elettronica dell'ultima shell che è di tipo p^3 . Si noti infatti dalla tabella 5.4 che il rapporto delle intensità delle linee provenienti dal primo doppietto eccitato di questi due ioni sono utili per ricavare la densità visto che le variazioni di temperatura agiscono allo stesso modo sulla popolazione dei due livelli del doppietto che si trovano praticamente alla stessa energia. D'altra parte gli stessi ioni possono essere usati anche per valutare la temperatura a patto che utilizziamo rapporti tra linee provenienti da livelli ad energie sensibilmente differenti.

Tuttavia, in generale, i rapporti di intensità tra linee di uno stesso ione dipenderanno contemporaneamente sia dalla temperatura che dalla densità, con una sensibilità all'una o all'altra grandezza che sarà funzione dei particolari valori dei parametri collisionali e radiativi delle linee coinvolte.

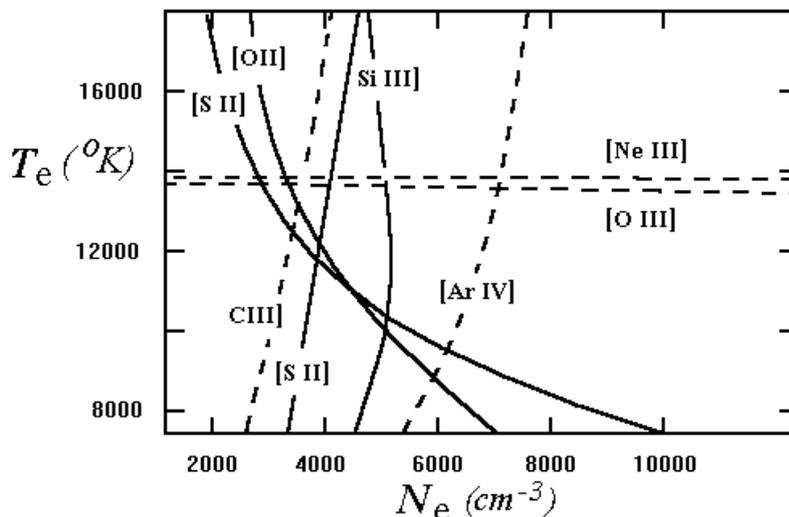


Figura 5.9: Diagramma temperatura-densità per i rapporti di linee osservate in N88A, una regione HII nella Piccola Nube di Magellano. Le curve tracciano il luogo dei punti corrispondenti ad un dato rapporto di linee osservate per lo ione indicato. Per gli ioni che tracciano regioni a bassa ionizzazione è usato il tratto continuo. Per quelli di alta ionizzazione la curva è tratteggiata

Possiamo allora condensare tutto il nostro discorso in un unico diagramma $[T_e, N_e]$ che ha il vantaggio di dare una più immediata percezione di come si possa procedere praticamente per determinare densità e temperature. In Figura 5.9 mostriamo un esempio di diagramma in cui sono rappresentate le curve calcolate corrispondenti a determinati valori del rapporto tra due linee di emissione di uno stesso ione. Queste curve rappresentano tutte le possibili combinazioni di densità e temperatura che producono il particolare valore del rapporto di linee osservato. Si vede facilmente che le

curve evidenziano una diversa sensibilità delle linee utilizzate al variare di temperatura e densità. Proprio questa caratteristica viene sfruttata in questo diagramma. Infatti il punto di incrocio di due curve non indica altro che la coppia di valori $[T_e, N_e]$ che produce contemporaneamente i due rapporti di linee osservate.

Generalizzando, se abbiamo diversi rapporti di linee osservati, otterremo un diagramma popolato di curve corrispondenti ai rapporti di linee considerati. Idealmente, se il gas emittente fosse davvero tutto alla stessa temperatura e densità dovremmo ottenere che tutte le curve si incrociano in uno stesso punto rappresentativo di un'unica coppia $[T_e, N_e]$. Nella realtà osservativa però non è proprio così visto che gli ioni responsabili delle varie linee di emissione possono essere distribuiti in regioni a temperatura e densità diverse. Infatti l'approssimazione di temperatura e densità costante, anche se appare adeguata per valutare gli ordini di grandezza, è abbastanza inverosimile per uno studio dettagliato della struttura e dinamica delle nebulose. In Figura 5.9 mostriamo un caso reale di una regione HII nella piccola nube di Magellano. È interessante notare il fatto che le curve a tratto continuo, corrispondenti a ioni prodotti da fotoni di minore energia, indicano una temperatura elettronica minore di quella indicata dall'incrocio delle curve tratteggiate che corrispondono invece a ioni con più alto potenziale di ionizzazione. Questo comportamento è consistente con l'idea che nelle regioni ionizzate si realizzi una stratificazione della ionizzazione con gli ioni che richiedono le energie più alte localizzati vicino alle stelle ionizzanti dove le temperature elettroniche sono relativamente più alte.

Tabella 5.3: Elementi, pesi atomici e abbondanze cosmiche

Elemento	N.Atom	Peso Atom	Log Abbondanza(*)	
			in numero	in massa
H	1	1.0080	12.00	12.00
He	2	4.0026	10.93	11.53
Li	3	6.941	0.7	1.6
Be	4	9.0122	1.1	2.0
B	5	10.811	<3	<4
C	6	12.0111	8.52	9.60
N	7	14.0067	7.96	9.11
O	8	15.9994	8.82	10.02
F	9	18.9984	4.6	5.9
Ne	10	20.179	7.92	9.22
Na	11	22.9898	6.25	7.61
Mg	12	24.305	7.42	8.81
Al	13	26.9815	6.39	7.78
Si	14	28.086	7.52	8.97
Ph	15	30.9738	5.52	7.01
S	16	32.06	7.20	8.71
Cl	17	35.453	5.6	7.2
Ar	18	39.948	6.8	8.4
K	19	39.102	4.95	6.54
Ca	20	40.08	6.30	7.90
Sc	21	44.956	3.22	4,87
Ti	22	47.900	5.13	6.81
V	23	50.9414	4.40	6.11
Cr	24	51.996	5.85	7.57
Mn	25	54.9380	5.40	7.14
Fe	26	55.8470	7.60	9.35

(*) I valori riportati sono riferiti ad una abbondanza dell'idrogeno convenzionalmente posta pari a 10^{12} .

Tabella 5.4: Proprietà di atomi e ioni di interesse astrofisico

Ione	En. ionizz. (eV)	λ_{ion} (Å)	Configurazione elettronica (*)	rapporto utile	parametro ricavato
Mg I	7.646	1622	[Ne]3s ²		
C I	11.260	1101	[He]2s ² 2p ²		
H I	13.598	912	1s ¹		
O I	13.618	911	[He]2s ² 2p ⁴	6300+6363/5577	t
N I	14.534	853	[He]2s ² 2p ³	5200/5198	d
Mg II	15.035	825	[Ne]3s ¹		
Ne I	21.564	575	1s ² 2s ² 1p ⁶		
S II	23.33	531	[Ne]3s ² 3p ³	6716/6731	d
				6716+6731/4068+4076	t
C II	24.383	509	[He]2s ² 2p ¹	2326/2328	d
He I	24.587	504	1s ²		
N II	29.601	419	[He]2s ² 2p ²	6548+6583/5755	t
Si III	33.492	370	[Ne]3s ²	1883+1892/1206	t
S III	34.83	356	[Ne]3s ² 3p ²	1883/1892	d
				9069+9532/6312	t
O II	35.117	353	[He]2s ² 2p ³	3726/3729	d
				3726+3729/7320+7330	t
Cl III	39.61	313	[Ne]3s ² 3p ³	5517/5537	d
Ar III	40.79	304	[Ne]3s ² 3p ⁴	7136+7751/5192	t
Ne II	40.962	302	[He]2s ² 2p ⁵		
N III	47.448	261	[He]2s ² 2p ¹	1749/1752	d
C III	47.887	259	[He]2s ²	1907/1909	d
Cl IV	53.46	232	[Ne]3s ² 3p ²	7530+8045/5323	t
He II	54.416	228	1s ¹		
O III	54.934	226	[He]2s ² 2p ²	4959+5007/4363	t
Ar IV	59.81	207	[Ne]3s ² 3p ³	4711/4740	d
				4711+4740/2854+2868	t
Ne III	63.45	195	[He]2s ² 2p ⁴	3869+3969/3342	t
C IV	64.48	192	[He]2s ¹		
Ar V	75.04	165	[Ne]3s ² 3p ²	6435+7006/4626	t

: continua

Tabella 5.4: continuazione

Ione	Potenziale (eV)	λ_{ion} (Å)	Configurazione elettronica (*)	rapporto utilizzato	parametro ricavato
O IV	77.413	160	[He]2s ² 2p ¹	1401/1405	d
N IV	77.472	160	[He]2s ²		
Mg III	80.143	155	[Ne]		
Ne IV	97.11	128	[He]2s ² 2p ³	2423/2425	d
N V	97.89	127	[He]2s ¹		
Mg IV	109.31	113	[He]2s ² 2p ⁵		
O V	113.90	109	[He]2s ²		
Ne V	126.21	98	[He]2s ² 2p ²	3426+3346/2975	t
O VI	138.12	90	[He]2s ¹		
Mg V	141.27	88	[He]2s ² 2p ⁴		

(*) In colonna 4 l'indicazione in parentesi quadre, che si riferisce alla configurazione delle shell complete, è seguita dalla configurazione elettronica dell'ultima shell.

Tabella 5.5: Decremento di Balmer per le linee dell'idrogeno: caso *otticamente sottile*. L'intensità delle linee è convenzionalmente riferita ad un valore di $H_\beta = 100$.

	$T_e(K)$	10000		20000	
	$N_e(cm^{-3})$	10 ²	10 ⁶	10 ²	10 ⁶
H α		286	281	274	272
H β		100	100	100	100
H γ		47	47	48	48
H δ		26	26	26	27
H ϵ		16	16	16	16
H ζ		11	11	11	11
H10		5.3	5.9	5.4	5.7
H15		1.6	2.1	1.6	1.8