

ADESSO DAGLI ALBERI CADONO BOSONI

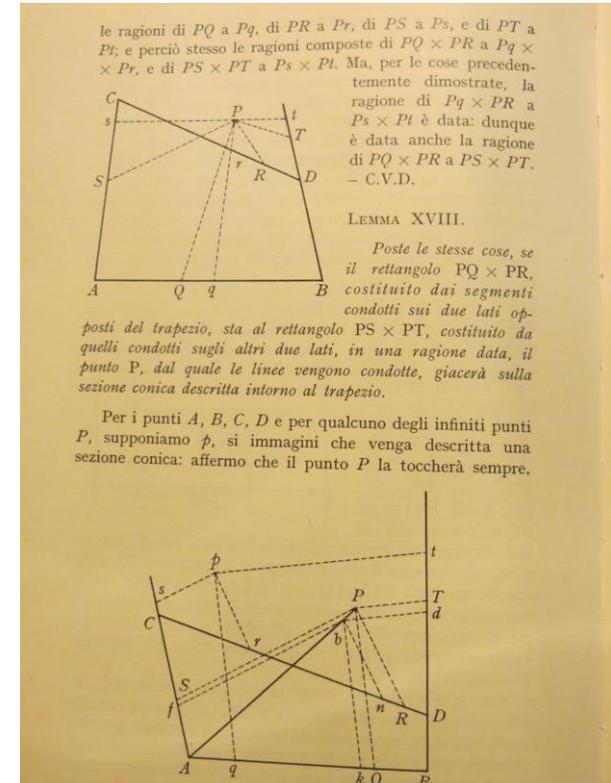
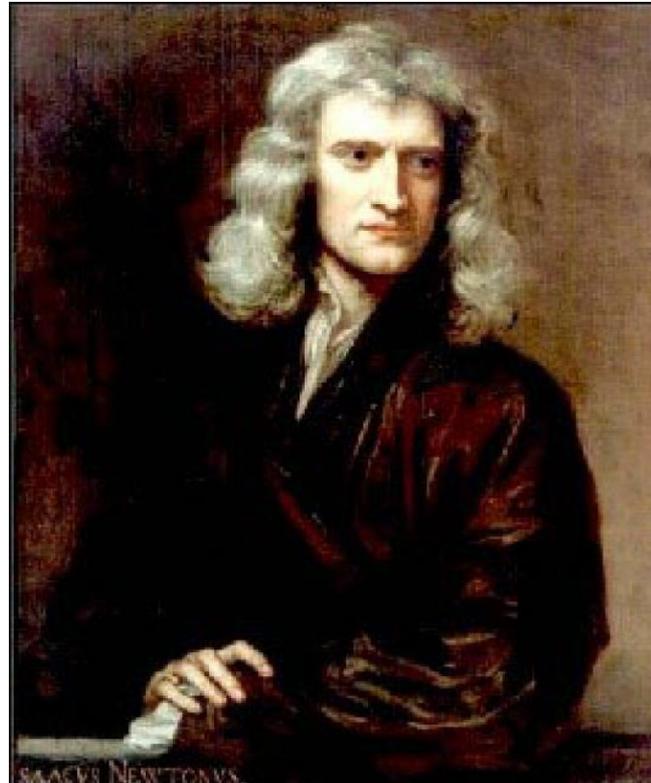
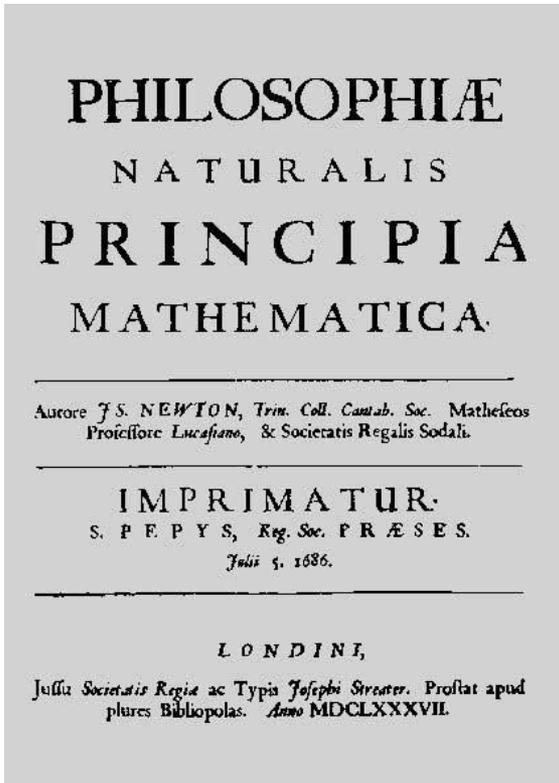
come è cambiata l'idea di interazione
da **Newton a Higgs**

Marco Giliberti

Dipartimento di Fisica

Università degli Studi di Milano

L'idea moderna di forza nasce nei *Principia*



LA DINAMICA SECONDO NEWTON

Def. 4: Una forza impressa è un'azione esercitata sul corpo al fine di mutare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

I. Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse

II. Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa

III. Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte

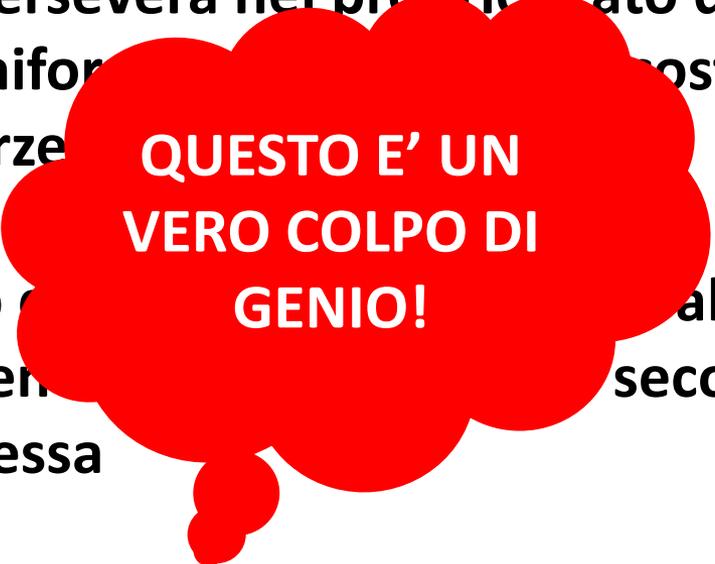
LA DINAMICA SECONDO NEWTON

Def. 4: Una forza impressa è un'azione esercitata sul corpo al fine di mutare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

I. Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché non sia costretto a mutare quello stato da forze esterne.

II. Il cambiamento di stato di un corpo è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene secondo la direzione secondo la quale la forza è stata impressa.

III. Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte.



**QUESTO E' UN
VERO COLPO DI
GENIO!**

UN RIFERIMENTO INERZIALE



LA DINAMICA SECONDO NEWTON

1. Determiniamo posizione e velocità iniziali del corpo
2. Consideriamo le forze che agiscono sul corpo e che

$$a=F/m$$

risolviamo le equazioni necessarie

Come facciamo a sapere quali sono le forze che agiscono sul corpo?

Beh... sono quelle che danno le giuste leggi orarie!

LA DINAMICA SECONDO NEWTON

Le forze sono azioni prodotte da un corpo su un altro, e perciò non si avrà mai una forza che agisce su un corpo senza che ce ne sia un altro che la produca

Non è possibile individuare chi produce la forza e chi la subisce, infatti le forze vanno sempre a coppie, ed entrambi i corpi producono e subiscono la forza allo stesso tempo, essi interagiscono fra loro e le forze sono soltanto un modo di descrivere questa interazione

Perciò, la forza non permane nei corpi, perché è sempre un'azione tra due corpi: qualora un corpo non fosse più in grado di agire sull'altro, allora nessuna forza agirebbe o permanerebbe in quest'ultimo

Se una mela lasciata in un certo punto cade, invece che rimanere lì dove l'abbiamo messa, vuol dire che ci sarà in azione una forza

Se la Luna gira intorno alla Terra invece che andare diritta per sempre, allora ci sarà una forza che la fa deviare dal moto rettilineo

Lo stesso accadrà per la Terra che gira intorno al Sole



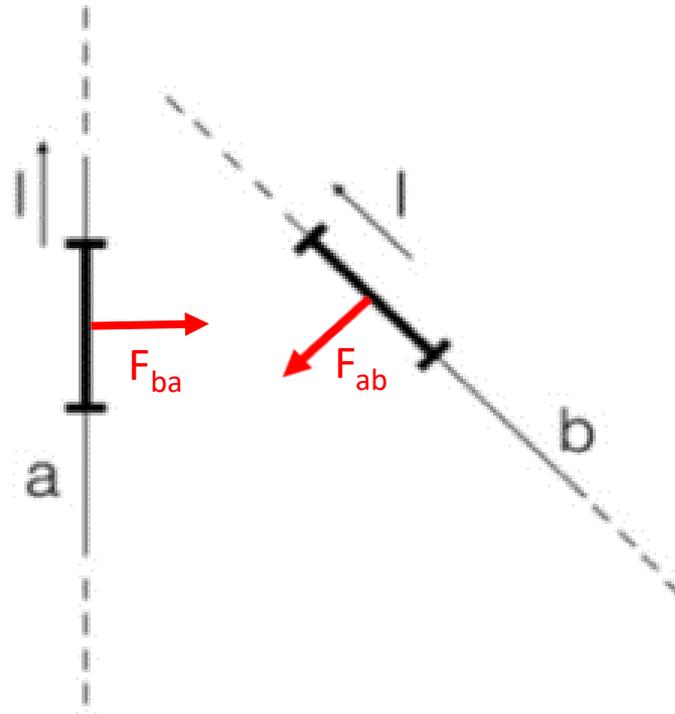
Non è sempre stato così...

Basta pensare ai «luoghi naturali» di Aristotele

LATTANZIO



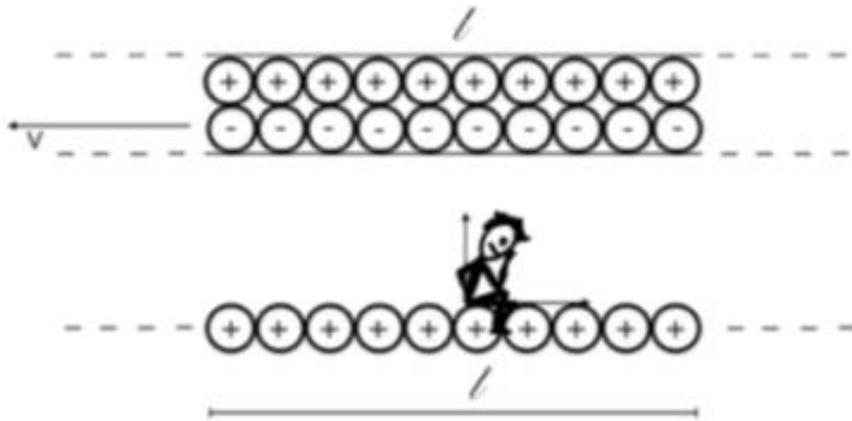
MA



Forze che non rispettano il III principio

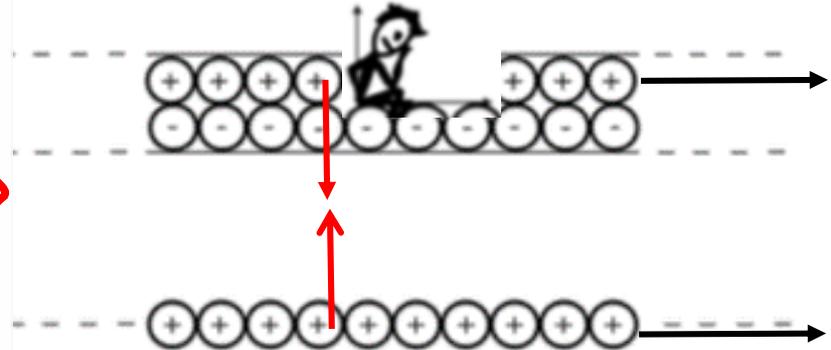
MA

1) Omino fermo rispetto alle cariche \oplus (sotto)



Nessuna forza tra i due fili

2) Omino fermo rispetto alle cariche \ominus (sopra)



Forza attrattiva tra i due fili

Forze che non rispettano il I principio

E le forze che non rispettano il II principio?

...Non ci possono essere, perché siamo noi che scegliamo le forze in modo che il II principio sia rispettato...



La teoria della gravitazione di Newton è stata possibile soltanto dopo aver stabilito i tre principi della dinamica

Per questo, è stato necessario abbattere molti pregiudizi

Per esempio abbiamo dovuto accettare che il moto uniforme è senza causa, o che le forze vanno sempre a coppie e non permangono nei corpi

E' successo sempre così:

**per ottenere una maggiore
comprensione**

dobbiamo distruggere pregiudizi

**che ci fanno notare più le differenze che le
somiglianze**

PROBLEMA

Se l'interazione avviene sempre tra due corpi, ma la forza non permane in nessuno dei due quando l'interazione finisce, com'è possibile che ci siano forze che agiscono a distanza, come nel caso della forza di gravità o della forza elettrica?

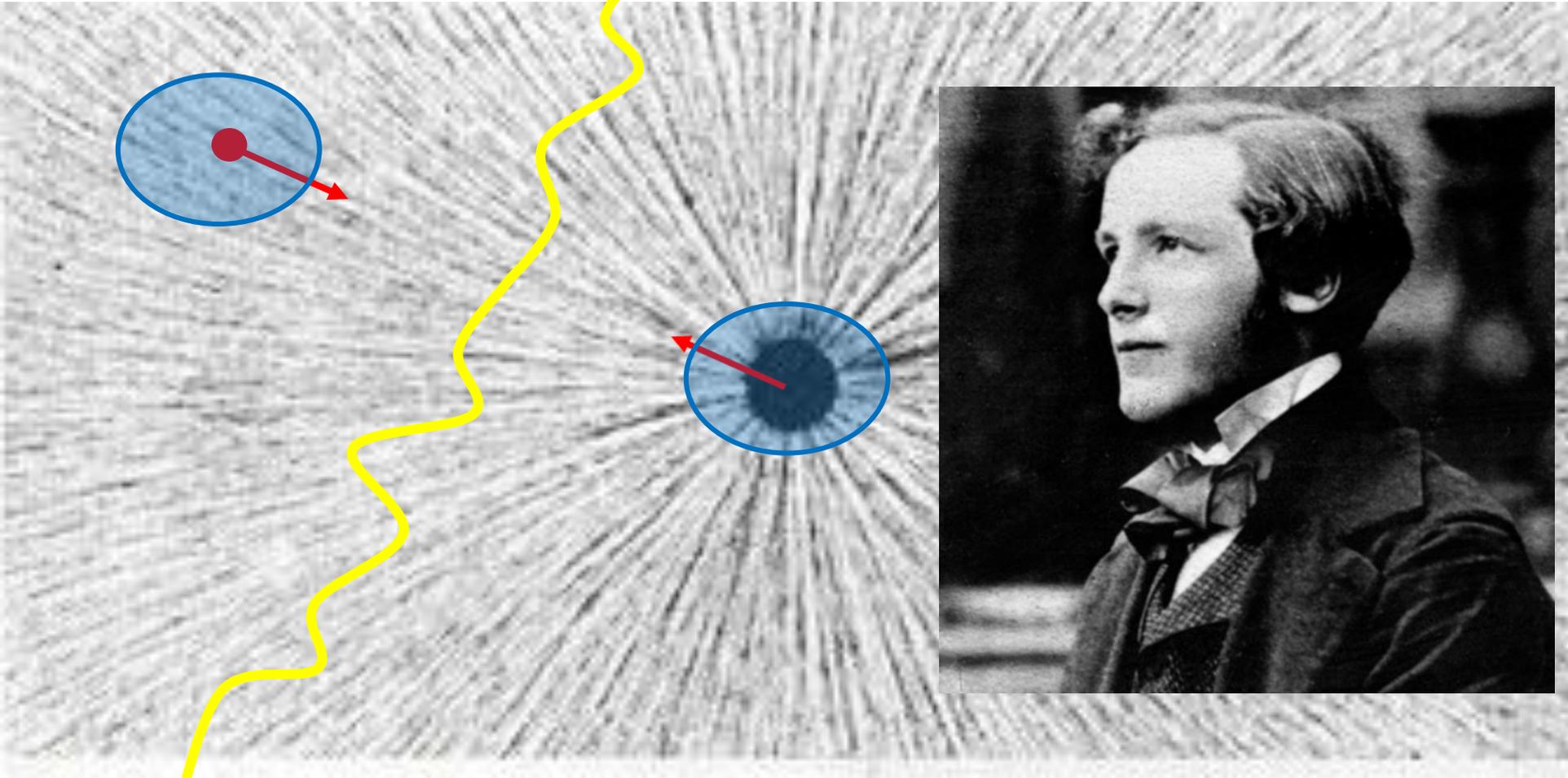
Come fa la Luna a "sapere" che deve girare intorno alla Terra? Come fa a sapere che, in un certo momento, la Terra è ancora lì e non è stata spostata dall'azione di un altro corpo o dall'urto con un gigantesco asteroide?

CI DOVRÀ ESSERE UN MECCANISMO CHE "DICA" ALLA LUNA DOVE SI TROVA LA TERRA. INSOMMA, BISOGNERÀ CHE LA TERRA E LA LUNA SI SCAMBINO DEI MESSAGGI

L'IDEA DI CAMPO E' PRECEDENTE



IL CAMPO AGISCE LOCALMENTE



E' un sistema fisico (non una parola)

Scambia energia, quantità di moto, momento angolare...

DALLA GRAVITAZIONE ALLE ALTRE INTERAZIONI

RICAPITOLANDO

La meccanica dà un framework generale

La prima forza descritta è stata la gravitazione

Poi è arrivato l'elettromagnetismo con Faraday e Maxwell descritto da una teoria di campo (perno centrale della nostra descrizione fisica)

Poi sono arrivate altre teorie di campo, MA COME?

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La cosa importante nella scienza non è tanto ottenere nuovi fatti, ma scoprire nuovi modi di pensarli

W. L. Bragg

Per quanto ne so, tutte le affermazioni a priori in fisica hanno la loro origine nella simmetria

H. Weil

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

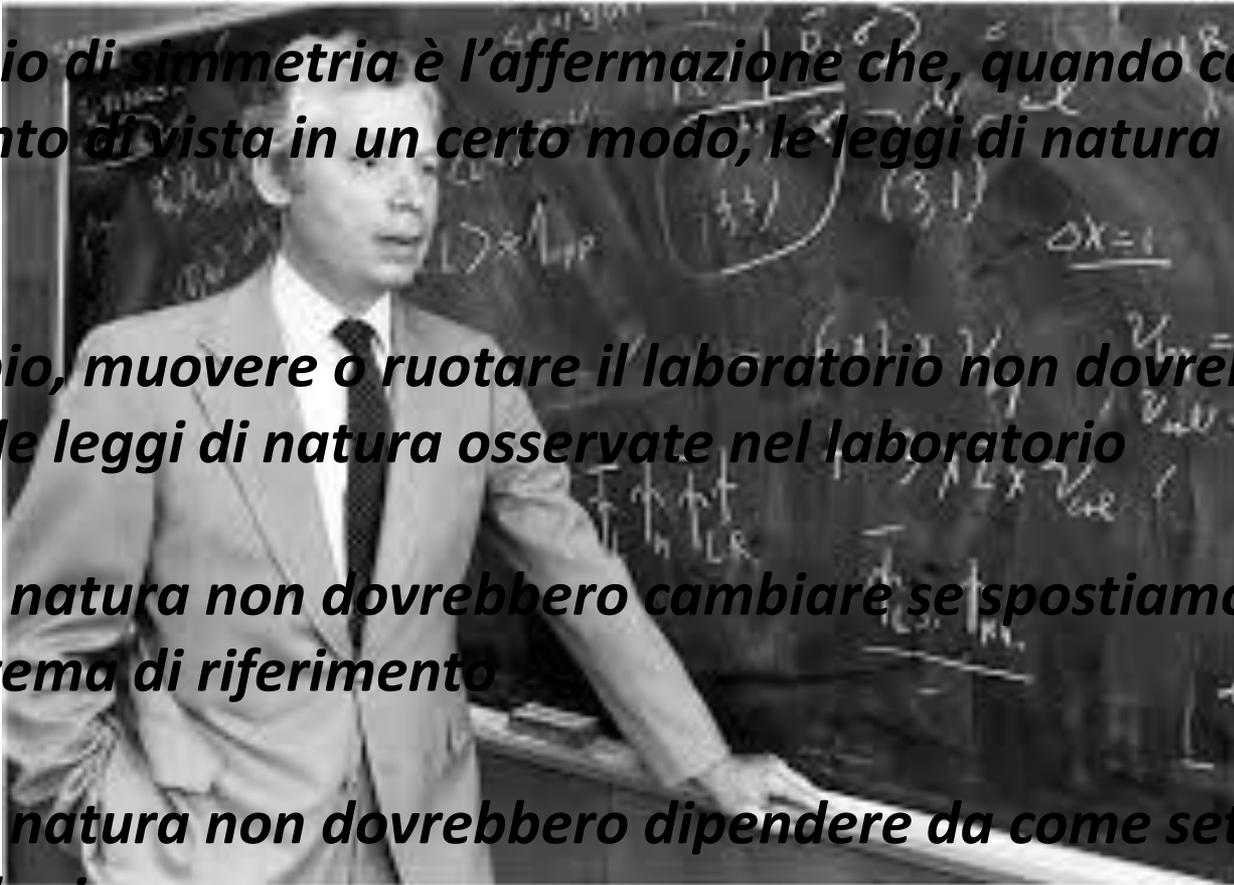
I sistemi fisici esibiscono molte simmetrie

Un principio di simmetria è l'affermazione che, quando cambiamo il nostro punto di vista in un certo modo, le leggi di natura non cambiano

Per esempio, muovere o ruotare il laboratorio non dovrebbe cambiare le leggi di natura osservate nel laboratorio

Le leggi di natura non dovrebbero cambiare se spostiamo l'origine del nostro sistema di riferimento

Le leggi di natura non dovrebbero dipendere da come settiamo i nostri orologi



S. Weinberg

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

***La radice di tutti i principi di simmetria
consiste nell'assunzione
dell'impossibilità di osservare
determinate grandezze fondamentali***

T. D. Lee

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

E' quasi implicito nella definizione di simmetria, che quando c'è una simmetria c'è anche **qualcosa** che rimane **invariato**



Lo scambio di

buono ↔ good

hour ↔ ora

table ↔ tavolo

...

È una simmetria di un testo che ne mantiene **invariato il significato**

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Lo scambio

E ↔ **B**

B ↔ **-E**

Mantiene **invariato il sistema**

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

E' quasi implicito nella definizione di simmetria, che quando c'è simmetria c'è anche qualcosa che rimane inalterato



Lo scambio
buono ↔ good
ora ↔ ora
tavolo ↔ tavolo

...
 È una simmetria di un testo che ne mantiene il significato

Lo scambio
E ↔ **B**
B ↔ **-E**
 Mantiene inalterato il sistema

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j}$$

STRANAMENTE CE NE SIAMO ACCORTI SOLAMENTE NEL 1918! (Noether)

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

SE AGGIUNGIAMO UNA COSTANTE AL POTENZIALE ELETTRICO IN TUTTI I PUNTI DELLO SPAZIO NESSUNA DESCRIZIONE FISICA CAMBIA QUESTA E' UNA SIMMETRIA «PER TRASLAZIONE»

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La scala del potenziale è arbitraria 
la conservazione dell'energia implica la conservazione della carica

Supponiamo che la carica non si conservi. Creiamo quindi una carica Q in un certo punto che ha potenziale scalare V



*Per questo dovremo fare un lavoro W che, **se la fisica è indipendente dal valore assoluto del potenziale, ma dipende solo dalle differenze di potenziale, non dipenderà dal valore V***

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La scala del potenziale è arbitraria \longrightarrow
la conservazione dell'energia implica la conservazione della carica

Supponiamo che la carica non si conservi. Creiamo quindi una carica Q in un certo punto che ha potenziale scalare V



Se ora muoviamo la carica fino al potenziale V' ci sarà una variazione di energia $Q(V-V')$

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La scala del potenziale è arbitraria 
la conservazione dell'energia implica la conservazione della carica

Supponiamo che la carica non si conservi. Creiamo quindi una carica Q in un certo punto che ha potenziale scalare V

V

V'

*Ora distruggiamo la carica facendo il lavoro $-W$, che per Hp non dipenderà da V'
Avremo guadagnato dal nulla l'energia $Q(V-V')$*

Perciò se l'energia si conserva, ciò implica che non si può creare o distruggere una carica se la scala del potenziale si può scegliere a piacere

(Wigner 1945)

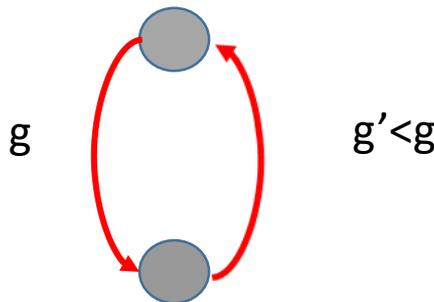
SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Invarianza per

- traslazione temporale \longrightarrow conservazione energia
- traslazione spaziale \longrightarrow conservazione quantità di moto
- rotazione \longrightarrow conservazione momento angolare

Esempio:

Supponiamo che g vari nel tempo (per es. diminuisca)



Alla fine abbiamo ottenuto un lavoro netto $L=m(g-g')h$
L'energia non si è conservata

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

OMOGENITA' E ISOTROPIA DI SPAZIO E TEMPO

Direzione di
caduta dei corpi



Rinunciamo alla
simmetria?

NO! Inventiamo la
forza di gravità

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La forza di gravità e le forze elettriche riusciamo a studiarle direttamente

le simmetrie si determinano dopo le forze

Con lo studio del mondo microscopico, le cose sono molto più complicate.

Le interazioni deboli e quelle forti agiscono soltanto su distanze infinitesime: per studiarle dobbiamo effettuare esperimenti con gli acceleratori di particelle.

L'urto avviene in un intervallo di tempo piccolissimo e l'unica cosa che possiamo misurare sono grandezze fisiche legate alle particelle prima dell'urto e alle particelle diffuse in tutte le direzioni (dopo l'urto). Allora, è necessario ribaltare il punto di vista

le simmetrie si determinano prima delle forze!

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Si cercano grandezze conservate

Si induce la simmetria che le implica

Si scrivono equazioni con quella simmetria

La simmetria detta le interazioni

Chen Ning Yang



SIMMETRIE: COME E PERCHE'

F=ma vale solamente nei riferimenti inerziali

Ma noi per questo evitiamo di fare fisica in altri sistemi di riferimento?

Per l'invarianza sotto trasformazioni di Galileo è necessario costruire riferimenti cartesiani infinitamente estesi nello spazio e nel tempo.

Per costruirli dovremmo concretamente spostarci o comunicare con qualcuno. L'esistenza di una velocità limite impedisce questo modo di operare

Le trasformazioni di Galileo possono essere controllate (e ritenute valide) soltanto localmente

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La necessità di invarianza locale ci fa considerare trasformazioni di coordinate più generali.

Per esempio, nei sistemi rotanti \boldsymbol{v} dipende da \boldsymbol{x}

Noi ci chiediamo che forma abbiano le leggi del moto perchè siano invarianti per queste trasformazioni più generali

$$\boldsymbol{F} \rightarrow \boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{\text{apparenti}}$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}} \rightarrow \ddot{\boldsymbol{x}}' = \ddot{\boldsymbol{x}} + \ddot{\boldsymbol{a}}_{\text{apparente}}$$

Nascono così le forze:

$$m \rightarrow m' = m$$

centrifuga, di Coriolis, ecc.

che **sono forze a lungo range** perché si percepiscono a qualsiasi distanza

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Partiamo dall'equazione di Schrödinger per una particella libera

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi = \frac{1}{2m} (-i \nabla)^2 \psi$$

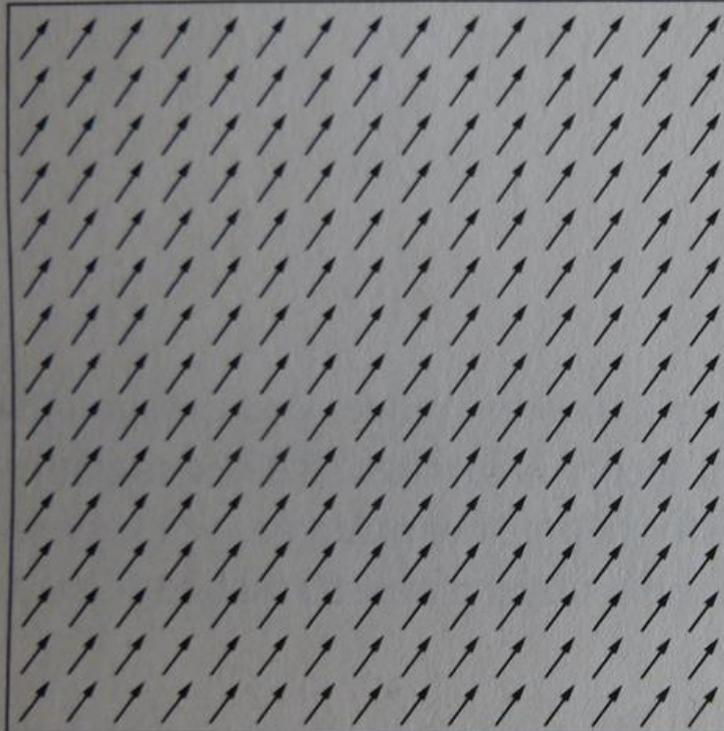
se ψ è soluzione allora anche $\psi(\bar{x}, t) \rightarrow e^{i\theta} \psi(\bar{x}, t)$ è soluzione
simmetria globale dell'equazione

In effetti, quando scriviamo una soluzione, una fase la dobbiamo scegliere e questa scelta convenzionale deve essere fatta simultaneamente in tutti i punti dell'universo!

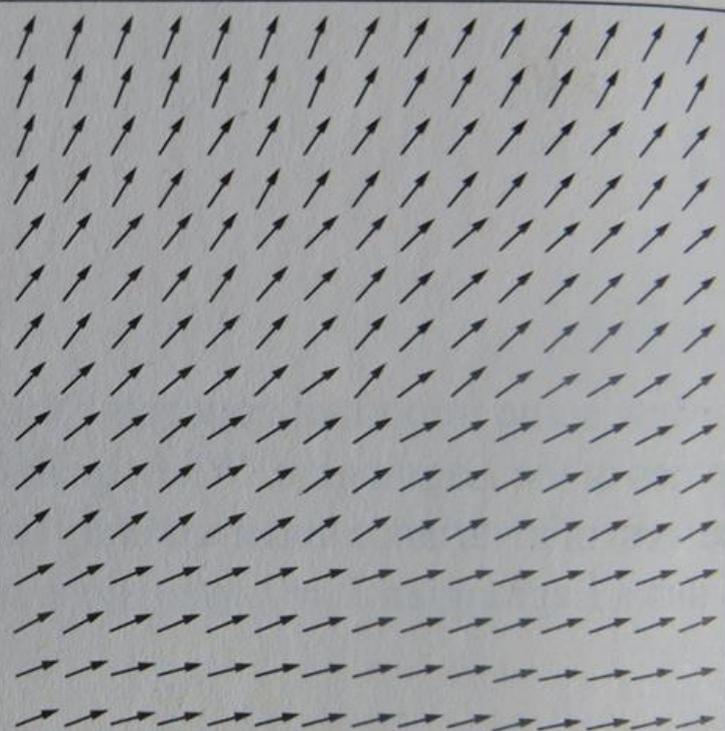
Sembrerebbe più logico fare una convenzione sulla fase che sia locale, cioè ritenere che la simmetria giusta del sistema sia

$$\psi(\bar{x}, t) \rightarrow e^{i\theta(\bar{x}, t)} \psi(\bar{x}, t)$$

SIMMETRIE: COME E PERCHE'



A global transformation: The value of $e^{i\theta}$ is the same everywhere.



A local transformation: The value of $e^{i\theta}$ depends upon the space-time location.

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

La nuova ψ non è più, però soluzione dell'equazione di Schrödinger per una particella libera, ma di un'altra equazione

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - qV\right) \psi = \frac{1}{2m} (-i\nabla - q\underline{A})^2 \psi$$

Dove \underline{A} è un campo e q un numero (la carica elettrica)
Allora, la trasformazione seguente sulla ψ e sui campi è una simmetria delle equazioni del moto

$$\begin{aligned}\psi &\rightarrow e^{i\theta(\underline{x},t)} \psi \\ \underline{A} &\rightarrow \underline{A}' = \underline{A} + \frac{1}{q} \nabla \theta \\ V &\rightarrow V' = V - \frac{1}{q} \frac{\partial \theta}{\partial t}\end{aligned}$$

SIMMETRIE: COME E PERCHÉ

La nuova ψ non è più, però soluzione dell'equazione di Schrödinger per una particella libera, ma di un'altra equazione

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - qV\right) \psi = \frac{1}{2m} (-i\nabla - q\underline{A})^2 \psi$$

LE INTERAZIONI ELETTROMAGNETICHE ESISTONO AFFINCHÈ LA SIMMETRIA PER ROTAZIONE IN UNO SPAZIO INTERNO VENGA PRESERVATA ANCHE QUALORA DIVENTI LOCALE!

$$\begin{aligned}\psi &\rightarrow e^{i\theta(\underline{x},t)} \psi \\ \underline{A} &\rightarrow \underline{A}' = \underline{A} + \frac{1}{q} \nabla \theta \\ V &\rightarrow V' = V - \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial t} \theta\end{aligned}$$

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Collisione protone antiprotone – i quadratini sono
I dati di Geiger e Marsden riscaldati

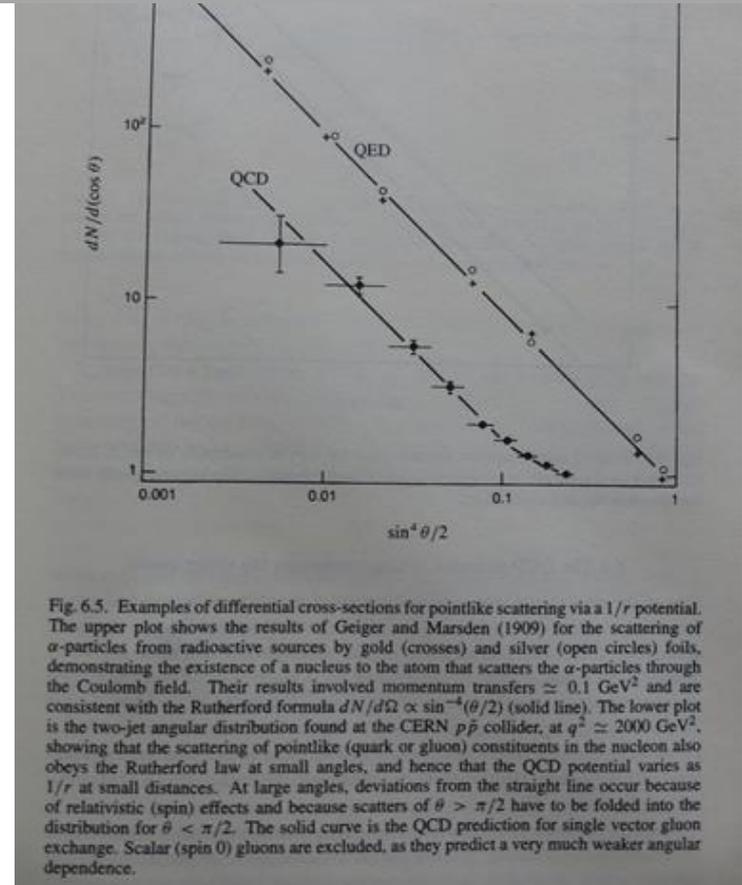
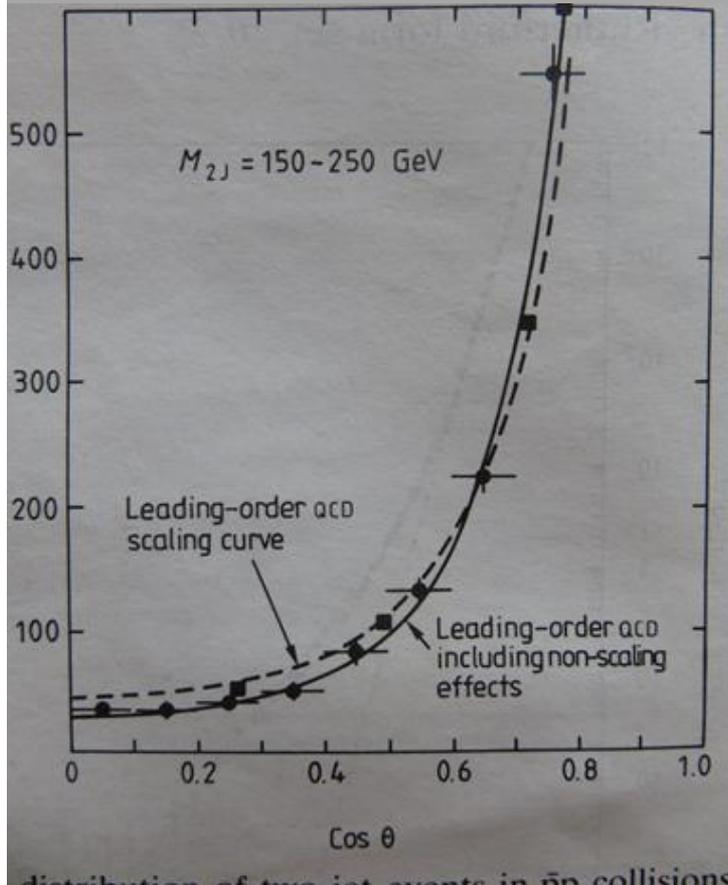
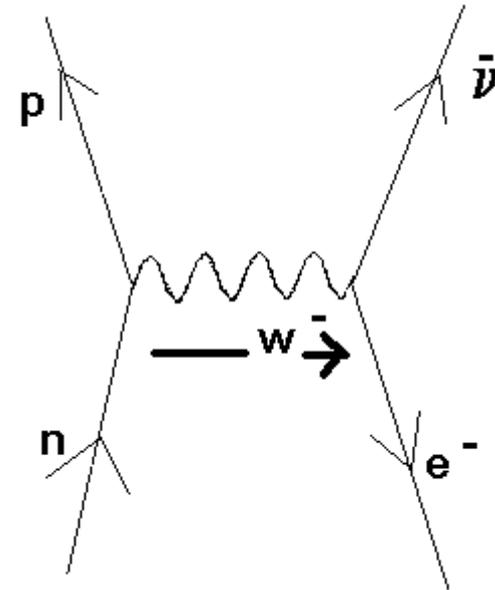
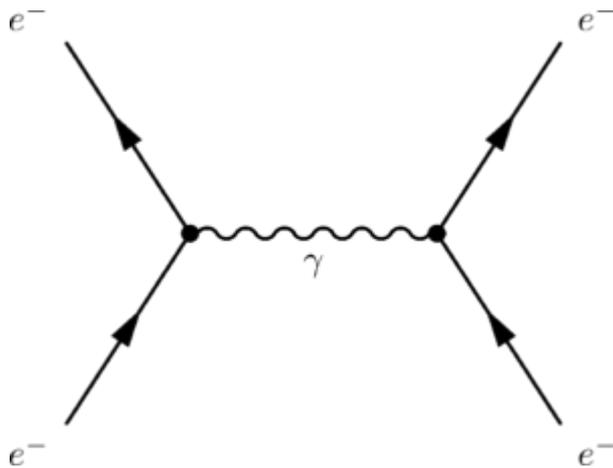


Fig. 6.5. Examples of differential cross-sections for pointlike scattering via a $1/r$ potential. The upper plot shows the results of Geiger and Marsden (1909) for the scattering of α -particles from radioactive sources by gold (crosses) and silver (open circles) foils, demonstrating the existence of a nucleus to the atom that scatters the α -particles through the Coulomb field. Their results involved momentum transfers $\approx 0.1 \text{ GeV}^2$ and are consistent with the Rutherford formula $dN/d\Omega \propto \sin^{-4}(\theta/2)$ (solid line). The lower plot is the two-jet angular distribution found at the CERN $p\bar{p}$ collider, at $q^2 \approx 2000 \text{ GeV}^2$, showing that the scattering of pointlike (quark or gluon) constituents in the nucleon also obeys the Rutherford law at small angles, and hence that the QCD potential varies as $1/r$ at small distances. At large angles, deviations from the straight line occur because of relativistic (spin) effects and because scatters of $\theta > \pi/2$ have to be folded into the distribution for $\theta < \pi/2$. The solid curve is the QCD prediction for single vector gluon exchange. Scalar (spin 0) gluons are excluded, as they predict a very much weaker angular dependence.

**Le interazioni forti somigliano a quelle elettromagnetiche!
Ma con un *range* molto più piccolo**

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

In teoria dei campi le interazioni sono mediate da particelle



Le correnti «eccitano» i campi
che poi interagiscono tramite quanti di massa

$$m = \frac{\hbar}{rc}$$

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Le interazioni **EM** sono a *range infinito*

La struttura matematica delle **WI** è molto simile a quella delle interazioni EM
allora anche le **WI** saranno a *range infinito*

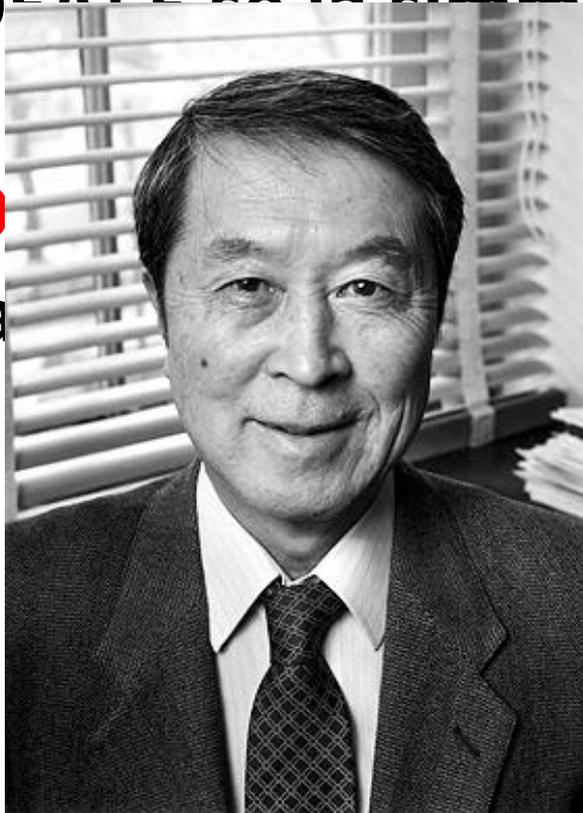
Invece NO! hanno un *range di 10^{-16} m*
(e sono mediate da particelle con una massa di circa 90 protoni)!

CARTESIO

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

IDEAL. E se la simmetria fosse necessariamente rotta?

O
la

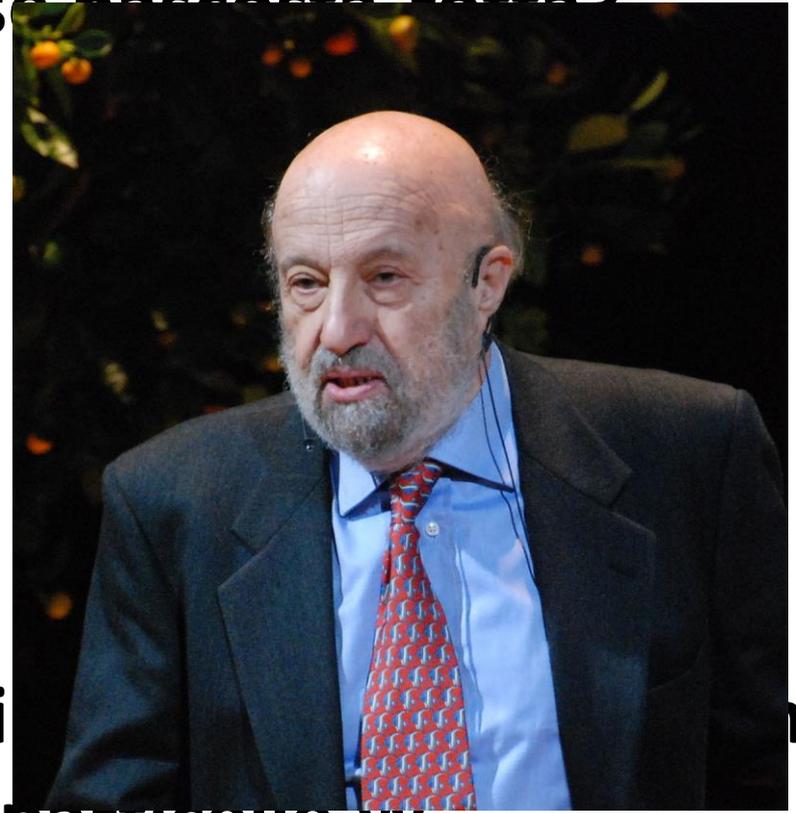


$$m_p =$$

è

quella di

a una zanzara rispetto alle particelle w



nto

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Possiamo considerare la massa delle W come «quasi nulla»?

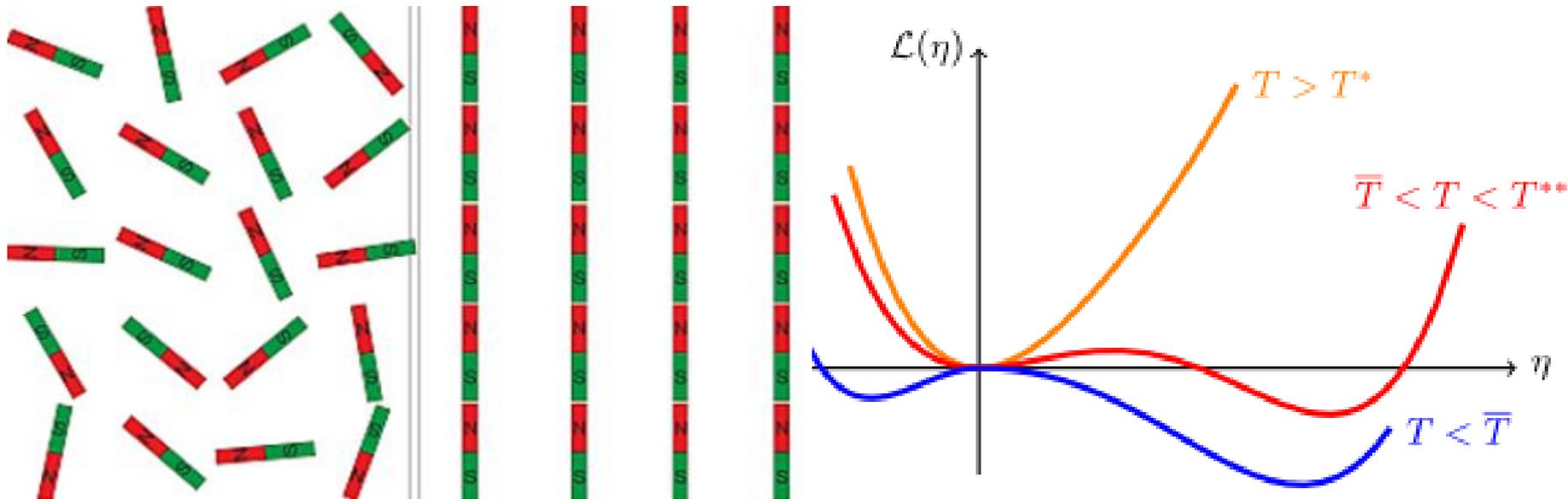
Se fosse così, la W sarebbe praticamente uguale a quella EM

Ma chi/cosa avrebbe nascosto la simmetria?

Spesso la simmetria si «rompe» nelle trasformazioni di fase

LUCREZIO

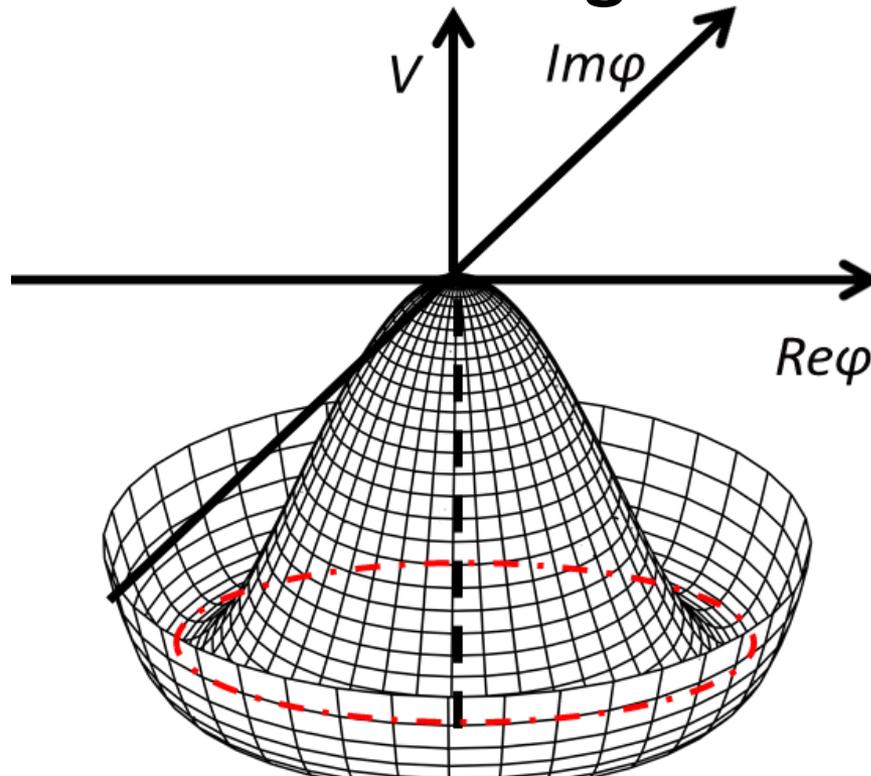
SIMMETRIE: COME E PERCHE'



Transizione da para a ferromagnetico

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

Ci potrebbe essere stata una transizione di fase che ha rotto la simmetria originale dell'universo



E' da qui che parte l'idea di P. Higgs...

SIMMETRIE: COME E PERCHE'

BROKEN SYMMETRIES AND THE MASSES OF GAUGE BOSONS

Peter W. Higgs

Tait Institute of Mathematical Physics, University of Edinburgh, Edinburgh, Scotland
(Received 31 August 1964)

In a recent note¹ it was shown that the Goldstone theorem,² that Lorentz-covariant field theories in which spontaneous breakdown of symmetry under an internal Lie group occurs contain zero-mass particles, fails if and only if the conserved currents associated with the internal group are coupled to gauge fields. The purpose of the present note is to report that, as a consequence of this coupling, the spin-one quanta of some of the gauge fields acquire mass; the longitudinal degrees of freedom of these particles (which would be absent if their mass were zero) go over into the Goldstone bosons when the coupling tends to zero. This phenomenon is just the relativistic analog of the plasmon phenomenon to which Anderson³ has drawn attention: that the scalar zero-mass excitations of a superconducting neutral Fermi gas become longitudinal plasmon modes of finite mass when the gas is charged.

The simplest theory which exhibits this behavior is a gauge-invariant version of a model used by Goldstone² himself: Two real⁴ scalar fields φ_1, φ_2 and a real vector field A_μ interact through the Lagrangian density

$$L = -\frac{1}{2}(\nabla\varphi_1)^2 - \frac{1}{2}(\nabla\varphi_2)^2 - V(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) - \frac{1}{2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1)$$

where

$$\nabla_\mu \varphi_1 = \partial_\mu \varphi_1 - eA_\mu \varphi_2,$$

$$\nabla_\mu \varphi_2 = \partial_\mu \varphi_2 + eA_\mu \varphi_1,$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

e is a dimensionless coupling constant, and the metric is taken as $-\dots+$. L is invariant under simultaneous gauge transformations of the first kind on $\varphi_1 \pm i\varphi_2$ and of the second kind on A_μ . Let us suppose that $V'(\varphi_0^2) = 0$, $V''(\varphi_0^2) > 0$; then spontaneous breakdown of U(1) symmetry occurs. Consider the equations [derived from (1) by treating $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$, and A_μ as small quantities] governing the propagation of small oscillations

about the "vacuum" solution $\varphi_1(x) = 0, \varphi_2(x) = \varphi_0$:

$$\partial^\mu \{ \partial_\mu (\Delta\varphi_1) - e\varphi_0 A_\mu \} = 0, \quad (2a)$$

$$\{ \partial^2 - 4e\varphi_0^2 V''(\varphi_0^2) \} (\Delta\varphi_2) = 0, \quad (2b)$$

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = e\varphi_0 \{ \partial^\mu (\Delta\varphi_1) - e\varphi_0 A_\mu \}. \quad (2c)$$

Equation (2b) describes waves whose quanta have (bare) mass $2\varphi_0 \{ V''(\varphi_0^2) \}^{1/2}$; Eqs. (2a) and (2c) may be transformed, by the introduction of new variables

$$\begin{aligned} B_\mu &= A_\mu - (e\varphi_0)^{-1} \partial_\mu (\Delta\varphi_1), \\ G_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu = F_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3)$$

into the form

$$\partial_\mu B^\mu = 0, \quad \partial_\nu G^{\mu\nu} + e^2 \varphi_0^2 B^\mu = 0. \quad (4)$$

Equation (4) describes vector waves whose quanta have (bare) mass $e\varphi_0$. In the absence of the gauge field coupling ($e = 0$) the situation is quite different: Equations (2a) and (2c) describe zero-mass scalar and vector bosons, respectively. In passing, we note that the right-hand side of (2c) is just the linear approximation to the conserved current: It is linear in the vector potential, gauge invariance being maintained by the presence of the gradient term.⁵

When one considers theoretical models in which spontaneous breakdown of symmetry under a semisimple group occurs, one encounters a variety of possible situations corresponding to the various distinct irreducible representations to which the scalar fields may belong; the gauge field always belongs to the adjoint representation.⁶ The model of the most immediate interest is that in which the scalar fields form an octet under SU(3): Here one finds the possibility of two nonvanishing vacuum expectation values, which may be chosen to be the two $Y = 0, I_3 = 0$ members of the octet.⁷ There are two massive scalar bosons with just these quantum numbers; the remaining six components of the scalar octet combine with the corresponding components of the gauge-field octet to describe

massive vector bosons. There are two $I = \frac{1}{2}$ vector doublets, degenerate in mass between $Y = \pm 1$ but with an electromagnetic mass splitting between $I_3 = \pm \frac{1}{2}$, and the $I_3 = \pm 1$ components of a $Y = 0, I = 1$ triplet whose mass is entirely electromagnetic. The two $Y = 0, I = 0$ gauge fields remain massless: This is associated with the residual unbroken symmetry under the Abelian group generated by Y and I_3 . It may be expected that when a further mechanism (presumably related to the weak interactions) is introduced in order to break Y conservation, one of these gauge fields will acquire mass, leaving the photon as the only massless vector particle. A detailed discussion of these questions will be presented elsewhere.

It is worth noting that an essential feature of the type of theory which has been described in this note is the prediction of incomplete multiplets of scalar and vector bosons.⁸ It is to be expected that this feature will appear also in theories in which the symmetry-breaking scalar fields are not elementary dynamic variables but bilinear combinations of Fermi fields.⁹

¹P. W. Higgs, to be published.

²J. Goldstone, *Nuovo Cimento* **19**, 154 (1961);

J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, *Phys. Rev.* **127**, 965 (1962).

³P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **130**, 439 (1963).

⁴In the present note the model is discussed mainly in classical terms; nothing is proved about the quantized theory. It should be understood, therefore, that the conclusions which are presented concerning the masses of particles are conjectures based on the quantization of linearized classical field equations. However, essentially the same conclusions have been reached independently by F. Englert and R. Brout, *Phys. Rev. Letters* **13**, 321 (1964). These authors discuss the same model quantum mechanically in lowest order perturbation theory about the self-consistent vacuum.

⁵In the theory of superconductivity such a term arises from collective excitations of the Fermi gas.

⁶See, for example, S. L. Glashow and M. Gell-Mann, *Ann. Phys. (N.Y.)* **15**, 437 (1961).

⁷These are just the parameters which, if the scalar octet interacts with baryons and mesons, lead to the Gell-Mann-Okubo and electromagnetic mass splittings: See S. Coleman and S. L. Glashow, *Phys. Rev.* **134**, B671 (1964).

⁸Tentative proposals that incomplete SU(3) octets of scalar particles exist have been made by a number of people. Such a rôle, as an isolated $Y = \pm 1, I = \frac{1}{2}$ state, was proposed for the κ meson (725 MeV) by Y. Nambu and J. J. Sakurai, *Phys. Rev. Letters* **11**, 42 (1963). More recently the possibility that the σ meson (385 MeV) may be the $Y = I = 0$ member of an incomplete octet has been considered by L. M. Brown, *Phys. Rev. Letters* **13**, 42 (1964).

⁹In the theory of superconductivity the scalar fields are associated with fermion pairs; the doubly charged excitation responsible for the quantization of magnetic flux is then the surviving member of a U(1) doublet.

SPLITTING OF THE 70-PLET OF SU(6)

Mirza A. Baqi Bég

The Rockefeller Institute, New York, New York

and

Virendra Singh*

Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey

(Received 18 September 1964)

1. In a previous note,¹ hereafter called I, we proposed an expression for the mass operator responsible for lifting the degeneracies of spin-unitary spin supermultiplets [Eq. (31)-I]. The purpose of the present note is to apply this expression to the 70-dimensional representation of SU(6).

The importance of the 70-dimensional representation has already been underlined by Pais.² Since

$$35 \oplus 56 = 56 \oplus 70 \oplus 700 \oplus 1134, \quad (1)$$

it follows that 70 is the natural candidate for accommodating the higher meson-baryon reso-

nances. Furthermore, since the SU(3) ⊗ SU(2) content is

$$70 = (1, 2) + (8, 2) + (10, 2) + (8, 4), \quad (2)$$

we may assume that partial occupancy of the 70 representation has already been established through the so-called γ octet³ ($\frac{1}{2}$). Recent experiments appear to indicate that some ($\frac{1}{2}$) states may also be at hand.³ With six masses at one's disposal, our formulas can predict the masses of all the other occupants of 70 and also provide a consistency check on the input. Our discussion of the 70 representation thus appears to be of immediate physical interest.

**GRAZIE PER
L'ATTENZIONE**

marco.giliberti@unimi.it