

L'esperienza di Millikan

L. Martina
5/02/2018

*Dipartimento di Matematica e Fisica
Università del Salento
Sezione INFN - Lecce*

Cenni storici

- Nel 1909 Robert Millikan fu il primo a misurare la carica dell'elettrone, eseguendo l'esperimento della “goccia d'olio”.
- L'articolo definitivo (1913) gli valse, 10 anni più tardi, il riconoscimento del premio Nobel.
- Il valore attualmente noto della carica dell'elettrone è

The NIST Reference on
Constants, Units, and Uncertainty

$$e = 1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19} \text{ C}$$

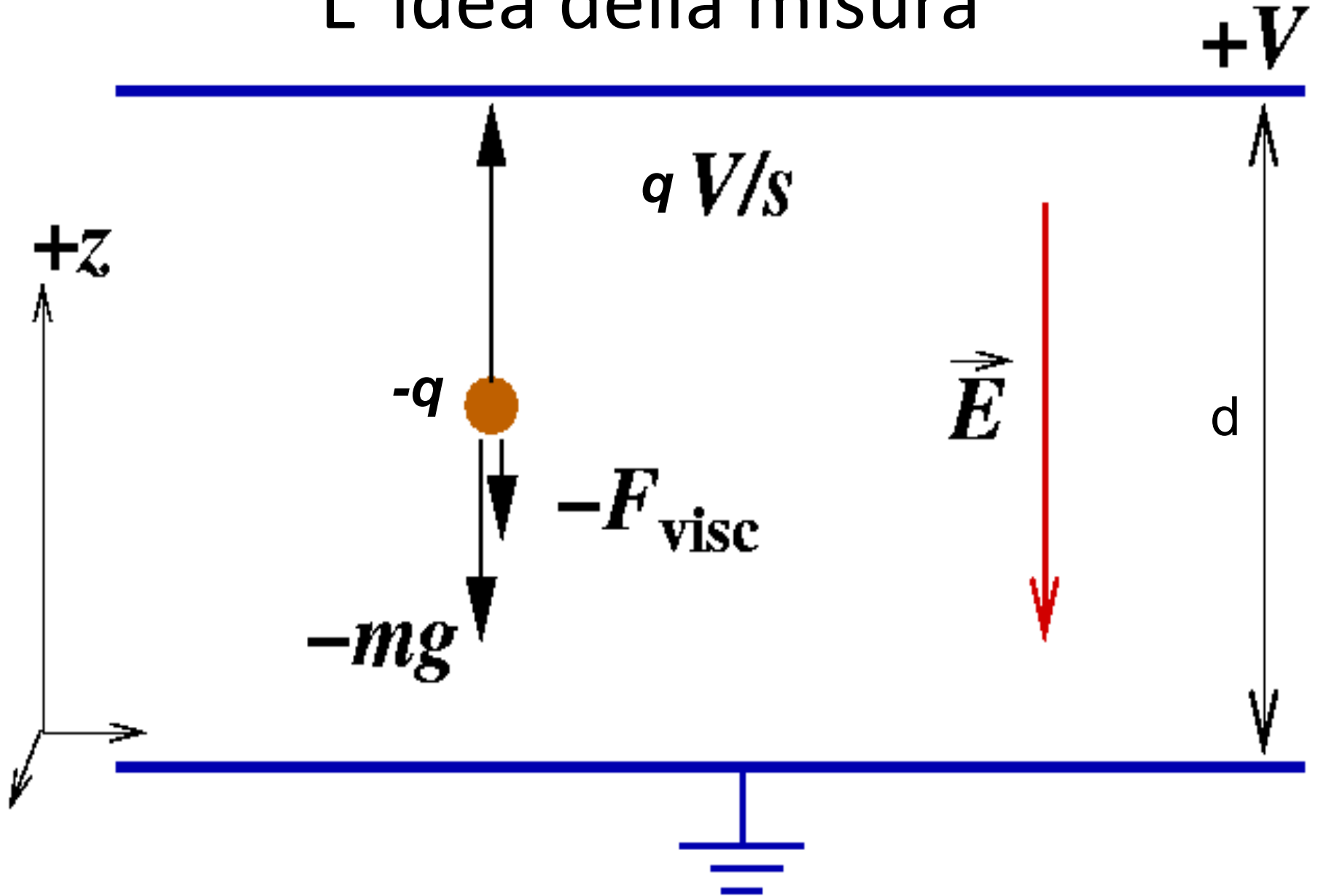
Fundamental Physical Constants

<http://pdg.lbl.gov/2014/reviews/rpp2014-rev-phys-constants.pdf>

Scopo dell'esperienza

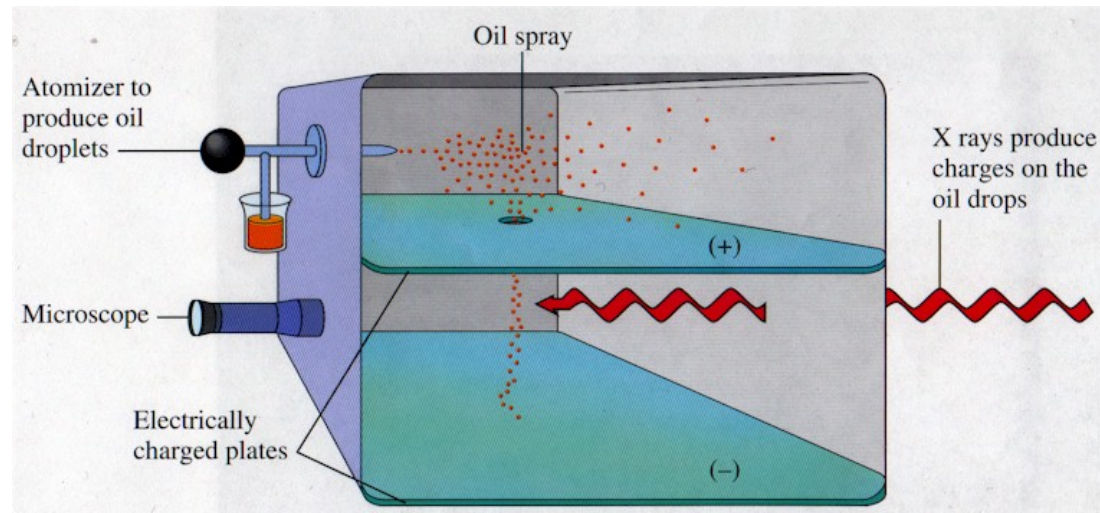
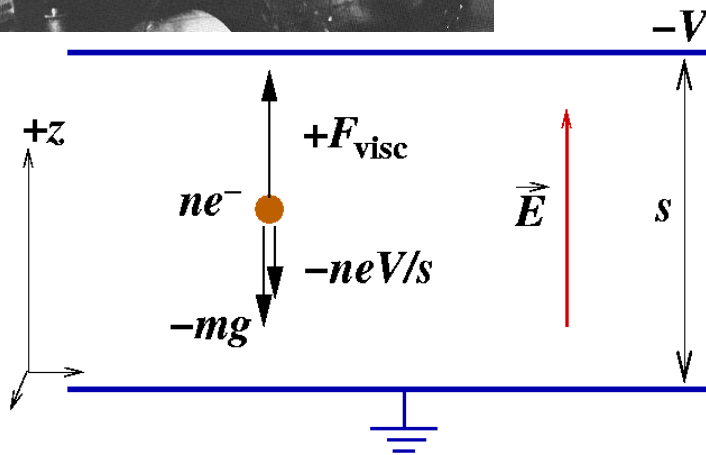
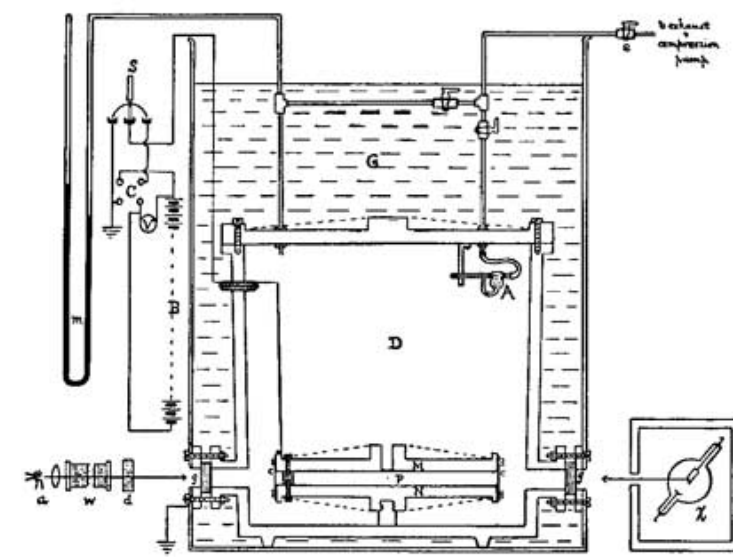
- Misurare la carica elettrica di goccioline d'olio accelerate da un campo elettrico uniforme
- Verificare l'esistenza di una carica elettrica fondamentale e , della quale tutte le altre cariche sono multiple intere.

L' idea della misura





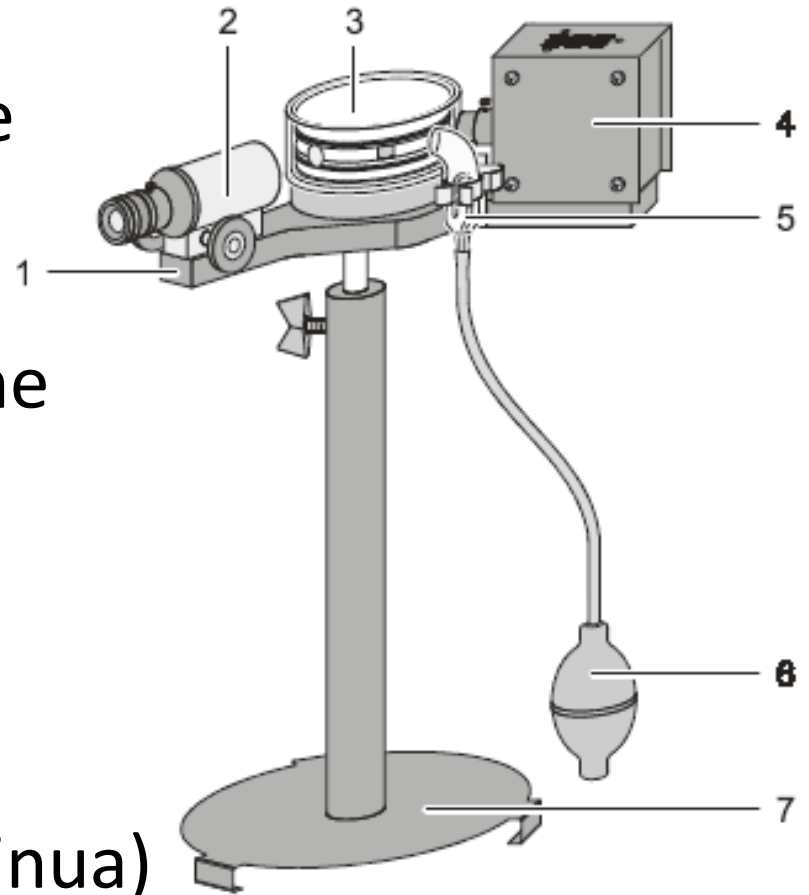
L'esperienza di Millikan



<http://www.aip.org/history/gap/Millikan/Millikan.html>

Apparato strumentale

- 1) Piano di base
- 2) Microscopio con oculare e micrometro
- 3) Condensatore piano
- 4) Dispositivo di illuminazione
- 5) Nebulizzatore d'olio
- 6) Pompetta di gomma
- 7) Base d'appoggio
- Olio (di densità nota ρ)
- Alimentatore (corrente continua)



Dati tecnici

- Distanza tra le armature del condensatore:
 $d = 6.00 \pm 0.05 \text{ mm}$
- Densità dell'olio impiegato
 - $\rho = 0.877 \text{ g/cm}^3$ (a 15°C)
 - $\rho = 0.871 \text{ g/cm}^3$ (a 25°C)
- Ingrandimento dell'oculare: 10
- Ingrandimento dell'obiettivo: 2
- Scala del micrometro: 10 mm
- Graduazione della scala: 0.1 mm
- Intervallo di tensione dell'alimentatore: 0-600 V

Modellizzazione

Forza di attrito viscoso

$$F_{visc} = 6\pi r \eta v$$

Equilibrio tra
forza Peso e
Attrito Viscoso

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi r \eta v$$

Velocità di deriva

$$v_d = \frac{mg}{6\pi\eta_{aria}r}$$

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2g\rho}} \quad \text{raggio}$$

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

Massa della
gocciolina

Equilibrio tra
Forza Peso e
Forza di Coulomb

$$qE = mg \quad E = \frac{V}{d}$$

Campo elettrico
in un condensatore
piano

Carica
della gocciolina

$$q = \frac{18\pi d}{V} \sqrt{\frac{\eta^3 v^3}{2\rho g}}$$

Procedura sperimentale - 1

- Agendo sulla pompetta si immettono delle goccioline d'olio tra le armature del condensatore piano, contenuto all'interno di una scatola chiusa, sulla quale sono presenti due appositi forellini.
- Alcune goccioline si caricano elettricamente per strofinio con l'aria (con carica $-q$).
- Le forze che agiscono verticalmente sulla goccia sono:
 1. la forza peso (mg),
 2. la spinta di Archimede,
 3. L'attrito viscoso (F_{visc})
 4. la forza coulombiana ($q E$)

Procedura sperimentale -2

- Il campo elettrico è dato da $|\mathbf{E}| = V/d$
- La spinta di Archimede è trascurabile rispetto alla forza peso ($\rho_{\text{aria}} \approx 10^{-3} \text{ g/cm}^3 \ll \rho_{\text{olio}}$)
- Viscosità dell'aria $\eta_{\text{aria}} = 1.82 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ (20 °C)
 $\eta_{\text{aria}} = 1.92 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ (40 °C)
- Dobbiamo misurare :
 - D.d.p. V ,
 - v_d velocità di deriva e quindi
 - un intervallo spaziale s
 - il tempo t necessario per percorrerlo

Procedura Sperimentale - 3

I. Misura della d.d.p. V

1. Portare la tensione a fondo scala e “scegliere” una gocciolina che “sale”.
2. Abbassare la tensione V fino a che la gocciolina non si fermi.
3. Leggere la tensione di arresto.

II. Misura della velocità di deriva

1. Individuare la posizione di partenza della goccia,
2. azzerare il potenziale, facendo partire il cronometro,
3. Bloccare il cronometro al passaggio della goccia un traguardo prefissato a distanza s dalla partenza
4. Leggere il tempo t misurato dal cronometro

Elaborazione dei Dati

- Preparare una tabella con i dati misurati

V, t, s

- Calcolare $v_d = s/t$
- e quindi

$$q = \frac{18\pi d}{V} \sqrt{\frac{\eta^3 v_d^3}{2\rho g}}$$

- Formula nella quale sono stati utilizzati i valori dei parametri fisici (a 20 °C) (si provi a modificare η e ρ)

$$q = \frac{2.018 \times 10^{-10}}{V} \sqrt{v^3}$$

- Altre quantità che può interessare calcolare: r, m

Errori sulle misure dirette (sensibilità dello strumento):

$$\Delta V = \pm 1 \text{ V}$$

$$\Delta s = \pm 0,1 \text{ mm}$$

$$\Delta t = \pm 0,01 \text{ sec}$$

Queste incertezze vanno adottate dopo una analisi critica delle fonti di errore. Ad esempio è irrealistico assumere l'incertezza strumentale del cronometro come incertezza delle misure di tempo, in quanto il cronometro è avviato/fermato manualmente e i tempi di reazione umana sono dell'ordine di 0,1 sec, che sembra essere un valore più prossimo al vero.

Errori sulle misure indirette

Dalla teoria sulla propagazione degli errori ricaviamo le seguenti formule:

$$\Delta v = \left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t}{t} \right) v \qquad \Delta q = \left(\delta_C + \frac{\Delta V}{V} + \frac{3}{2} \frac{\Delta v}{v} \right) q$$

dove δ_C è l'ncertezza relativa sui vari parametri che compaiono nella formula della carica, addebitabili soprattutto alle variazioni di temperatura. Tipicamente si potrebbe assumere $\delta_C = 1\%$.

Esempio - 2015

ddp (V)	De(V)	t (s)	de(t)	s (mm)	de(s)	v (m/s)	de(v)	q (C)	de(q)	De(q)
303	3,03	36,91	0,003	3	0,07	8,13E-05	0,07	4,88E-19	0,11	5,57E-20
128	1,28	49,04	0,002	2,5	0,08	5,10E-05	0,08	5,74E-19	0,13	7,64E-20
458	4,58	10,9	0,009	2	0,10	1,83E-04	0,11	1,10E-18	0,17	1,90E-19
217	2,17	31,8	0,003	2,5	0,08	7,86E-05	0,08	6,48E-19	0,13	8,73E-20
321	3,21	29,14	0,003	2,5	0,08	8,58E-05	0,08	5,00E-19	0,14	6,75E-20
202	2,02	17,2	0,006	1,5	0,13	8,72E-05	0,14	8,14E-19	0,22	1,78E-19
311	3,11	12,47	0,008	2	0,10	1,60E-04	0,11	1,32E-18	0,17	2,27E-19
238	2,38	21,23	0,005	1,5	0,13	7,07E-05	0,14	5,04E-19	0,22	1,09E-19
182	1,82	19,41	0,005	2,5	0,08	1,29E-04	0,09	1,62E-18	0,14	2,23E-19
254	2,54	35,99	0,003	2	0,10	5,56E-05	0,10	3,29E-19	0,16	5,40E-20
169	1,69	31,65	0,003	2	0,10	6,32E-05	0,10	6,00E-19	0,16	9,88E-20
333	3,33	21,12	0,005	2	0,10	9,47E-05	0,10	5,58E-19	0,17	9,33E-20
245	2,45	31,7	0,003	2	0,10	6,31E-05	0,10	4,13E-19	0,16	6,80E-20
153	1,53	49,08	0,002	2	0,10	4,07E-05	0,10	3,43E-19	0,16	5,59E-20
278	2,78	15,28	0,007	2	0,10	1,31E-04	0,11	1,09E-18	0,17	1,85E-19
194	1,94	38,57	0,003	5	0,04	1,30E-04	0,04	1,54E-18	0,07	1,13E-19
293	2,93	23,29	0,004	2	0,10	8,59E-05	0,10	5,48E-19	0,17	9,12E-20
228	2,28	48,68	0,002	3,5	0,06	7,19E-05	0,06	5,40E-19	0,10	5,33E-20
362	3,62	28,53	0,004	2,2	0,09	7,71E-05	0,09	3,77E-19	0,15	5,72E-20
188	1,88	56	0,002	3	0,07	5,36E-05	0,07	4,21E-19	0,11	4,74E-20
290	2,9	31,4	0,003	2,3	0,09	7,32E-05	0,09	4,36E-19	0,15	6,33E-20

NB Err = 1% Val letto

De(t) = 0,1 De(s)=0,2

Elaborazione – Dati 2015

q x 10 ¹⁹	q >	De(q) >	q-De(q)	q - De(q)	<q>	sigma	qi-q1	n1	(qi-q1)/n1	De1
4,88	3,29	0,54	2,75	3,83	3,77	0,41	1,05	1,00	1,05	0,72
5,74	3,43	0,56	2,87	3,99						
10,95	3,77	0,57	3,20	4,35						
6,48	4,13	0,68	3,45	4,81						
5,00	4,21	0,47	3,73	4,68						
8,14	4,36	0,63	3,73	5,00	4,82	0,31				
13,18	4,88	0,56	4,32	5,44						
5,04	5,00	0,68	4,32	5,67						
16,21	5,04	1,09	3,94	6,13	5,78	0,40	2,01	1,00	2,01	0,72
3,29	5,40	0,53	4,86	5,93						
6,00	5,48	0,91	4,57	6,39						
5,58	5,58	0,93	4,65	6,52						
4,13	5,74	0,76	4,97	6,50						
3,43	6,00	0,99	5,01	6,99			6,22	4,00	1,55	0,10
10,87	6,48	0,87	5,61	7,36						
15,35	8,14	1,78	6,36	9,92						
5,48	10,87	1,85	9,02	12,72	9,99	1,60	11,15	6,00	1,86	0,53
5,40	10,95	1,90	9,05	12,85						
3,77	13,18	2,27	10,91	15,45	14,91	1,56	Stima intero			
4,21	15,35	1,13	14,22	16,49						
4,36	16,21	2,23	13,98	18,44						

Stima carica fond. /errore

e De

q in ordine
crescente

Intervalli di valori
per le q

Valori medi
nelle classi

Differenze
con la classe 1

Individuazione delle classi

1,60 0,23
Valori medi Errore
delle stime sulla media

Dati sperimentali

V (V)	t (s)	s (m)	v (m/s)	q (C)	e_r
199 ± 1	$8,37 \pm 0,01$	$(0,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(7,2 \pm 1,2) \cdot 10^{-5}$	$(6,2 \pm 1,6) \cdot 10^{-19}$	26%
228 ± 1	$16,82 \pm 0,01$	$(1,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(8,3 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$	$(6,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-19}$	12%
318 ± 1	$29,68 \pm 0,01$	$(3,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(11 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$	$(7,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-19}$	5%
254 ± 1	$59,00 \pm 0,01$	$(4,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(7,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$(5,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-19}$	6%
243 ± 1	$15,82 \pm 0,01$	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(7,0 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$	$(4,9 \pm 0,7) \cdot 10^{-19}$	14%
89 ± 1	$38,53 \pm 0,01$	$(2,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(7,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$	$(15 \pm 1,2) \cdot 10^{-19}$	8%
279 ± 1	$17,94 \pm 0,01$	$(1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(8,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$	$(5,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-19}$	13%
276 ± 1	$24,06 \pm 0,01$	$(2,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(8,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$	$(5,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-19}$	8%
118 ± 1	$52,00 \pm 0,01$	$(3,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(6,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$(8,3 \pm 0,6) \cdot 10^{-19}$	7%
407 ± 1	$33,00 \pm 0,01$	$(4,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(12 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$	$(6,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-19}$	5%
191 ± 1	$41,00 \pm 0,01$	$(2,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(7,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$(6,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-19}$	6%
179 ± 1	$33,00 \pm 0,01$	$(2,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(6,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$	$(5,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-19}$	9%

Stima della carica elementare

CLASSE 1	
q (C)	VALORE MEDIO
$4,9 \cdot 10^{-19}$	$5,4 \cdot 10^{-19}$
$5,3 \cdot 10^{-19}$	
$5,4 \cdot 10^{-19}$	
$5,6 \cdot 10^{-19}$	
$5,9 \cdot 10^{-19}$	

CLASSE 2	
q (C)	VALORE MEDIO
$6,3 \cdot 10^{-19}$	$6,7 \cdot 10^{-19}$
$6,5 \cdot 10^{-19}$	
$6,7 \cdot 10^{-19}$	
$7,3 \cdot 10^{-19}$	

CLASSE 3	
q (C)	VALORE MEDIO
$8,3 \cdot 10^{-19}$	$8,3 \cdot 10^{-19}$

Operando differenze successive tra i valori medi delle tre classi:

$$(8,3 - 5,4) \cdot 10^{-19} = 2,9 \cdot 10^{-19}$$

$$\rightarrow (2,9 - 1,3) \cdot 10^{-19} = 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$(6,7 - 5,4) \cdot 10^{-19} = 1,3 \cdot 10^{-19}$$

otteniamo una stima della carica dell'elettrone