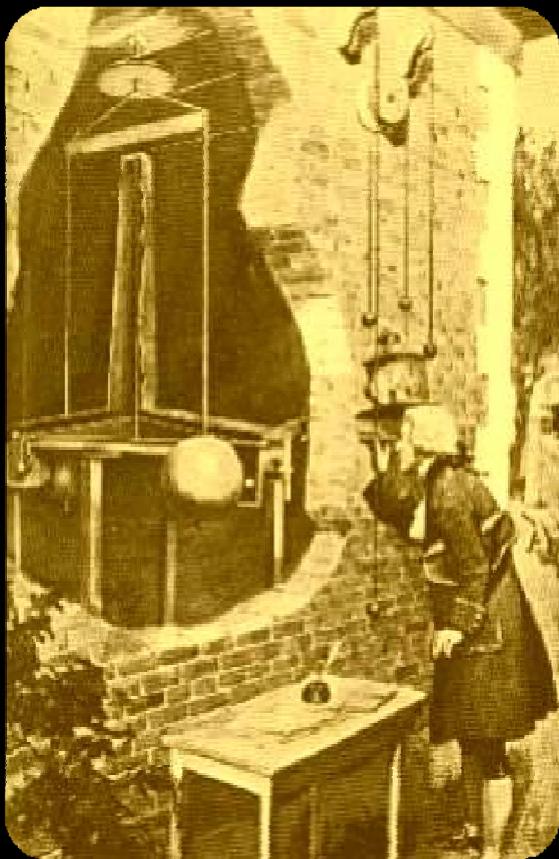
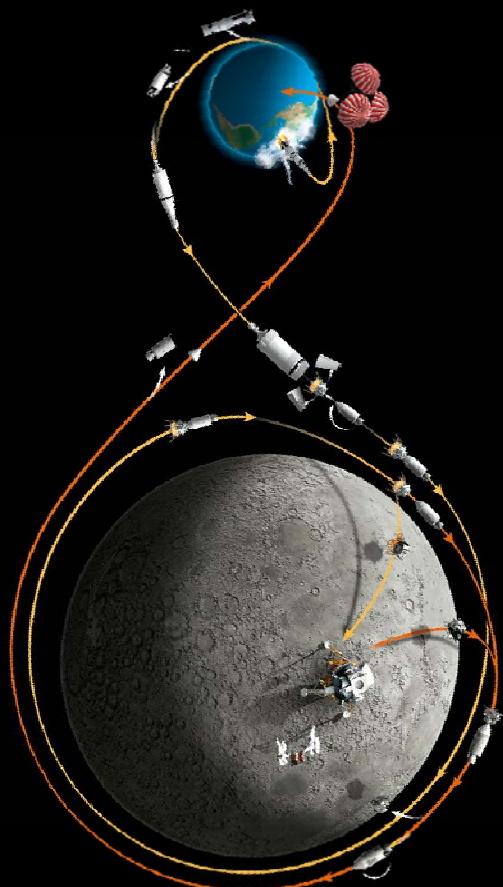
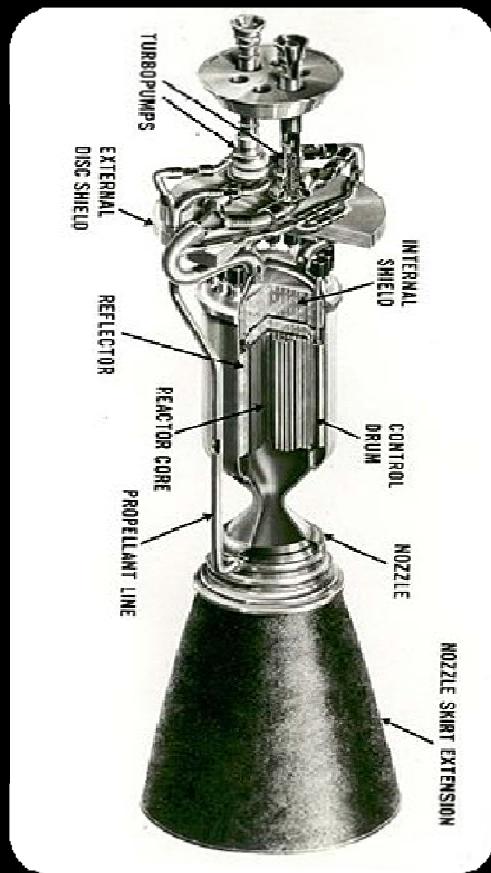


Apollo 11:

Tre tappe scientifiche che hanno condotto l'uomo sulla Luna





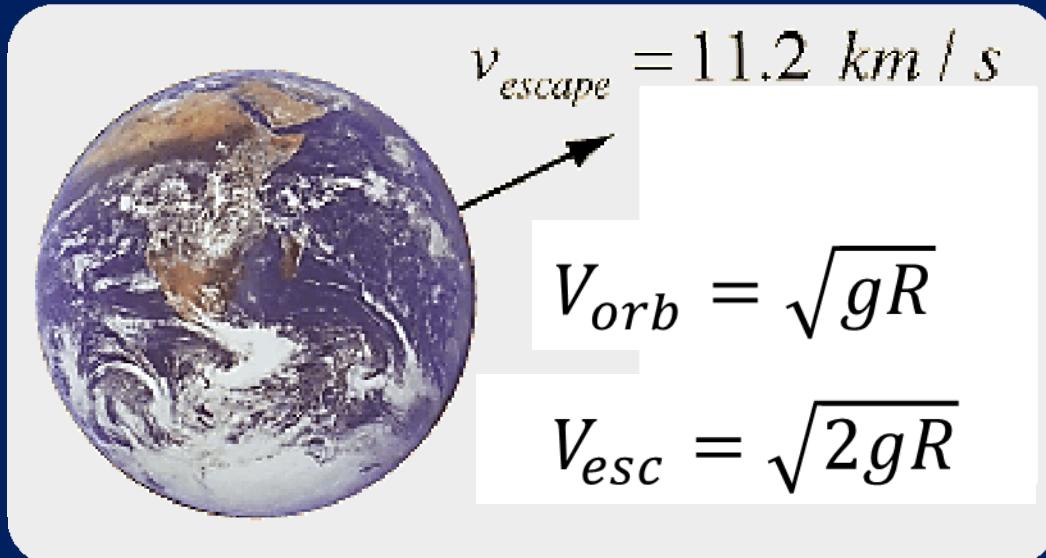
$$v_{escape} = 11.2 \text{ km/s}$$

$$V_{orb} = \sqrt{gR}$$

$$V_{esc} = \sqrt{2gR}$$

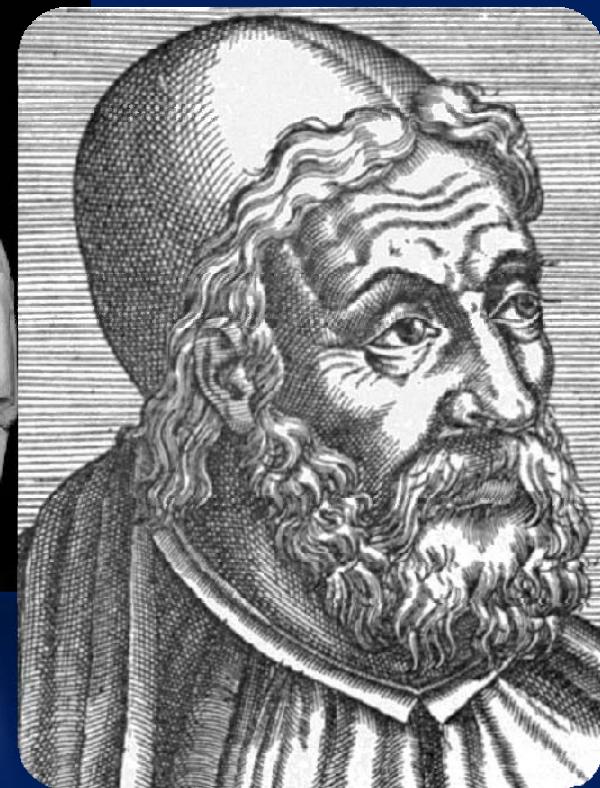
- Concetto di Velocità V
- Misura Raggio della Terra R
- Concetto di accelerazione di Gravità g
- Numeri irrazionali $\sqrt{2}$

Tre passi fondamentali

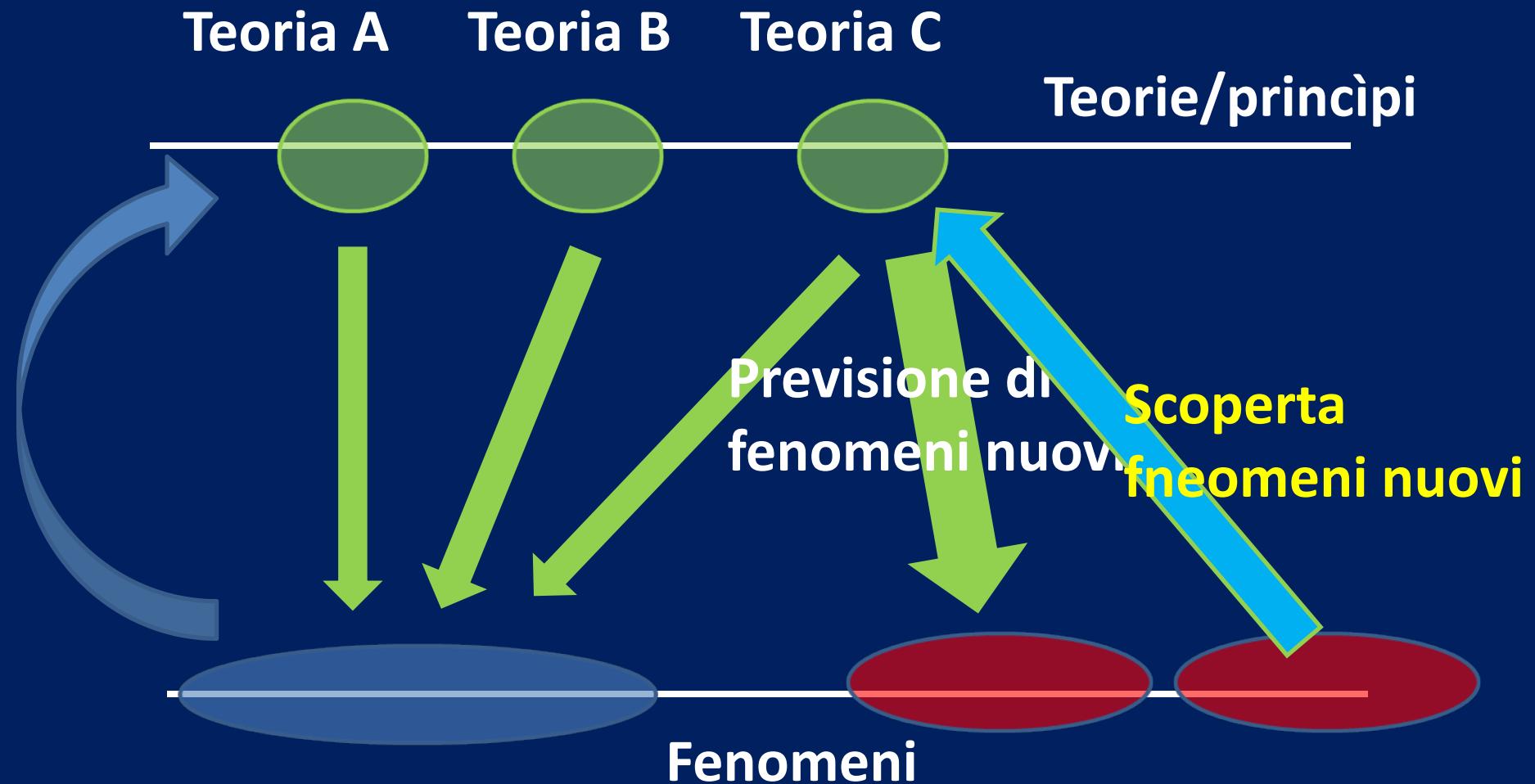


- Modellizzare il mondo con la matematica
- La scoperta della accelerazione
- La scoperta della caduta della Luna

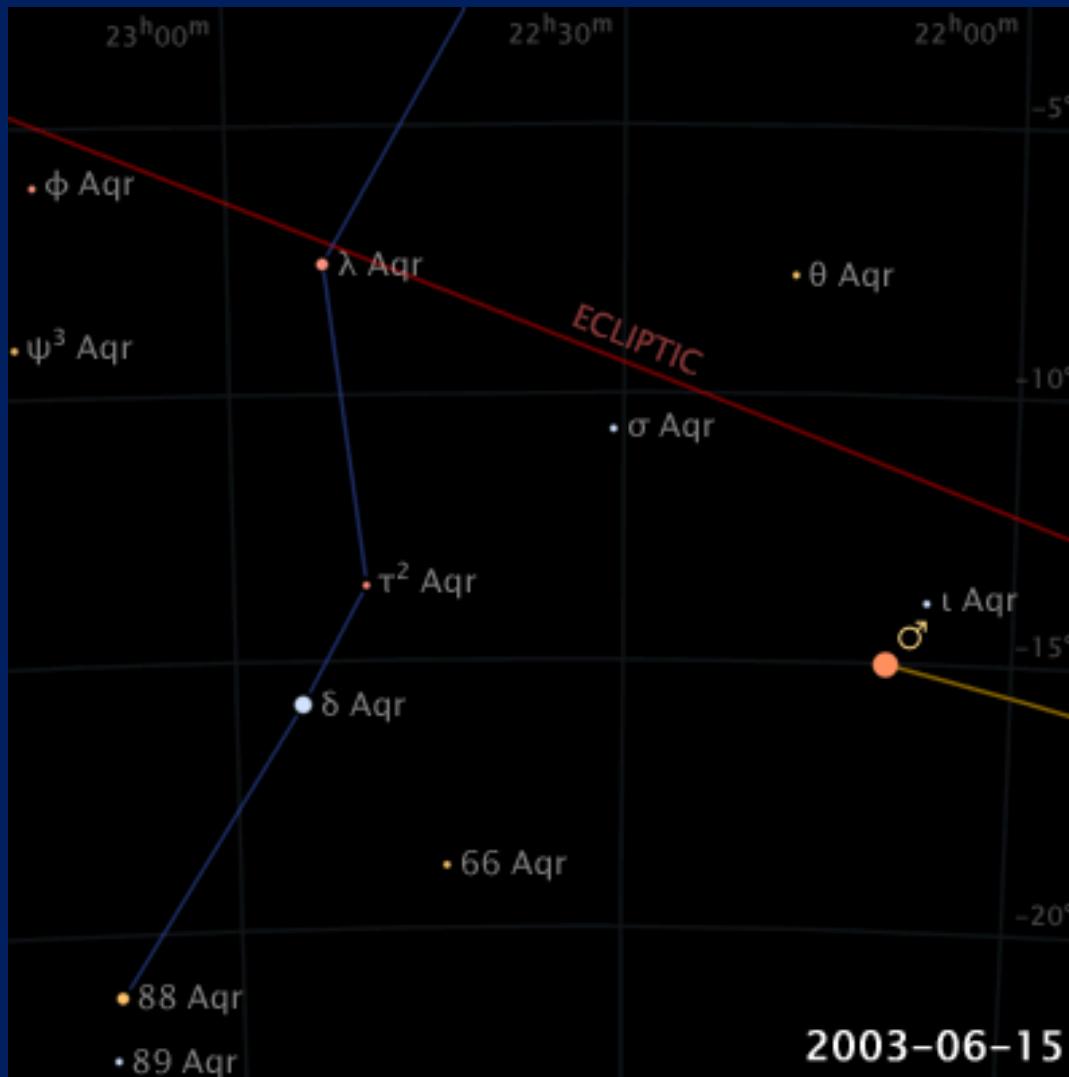
I PASSO: Modellizzare il mondo con la matematica



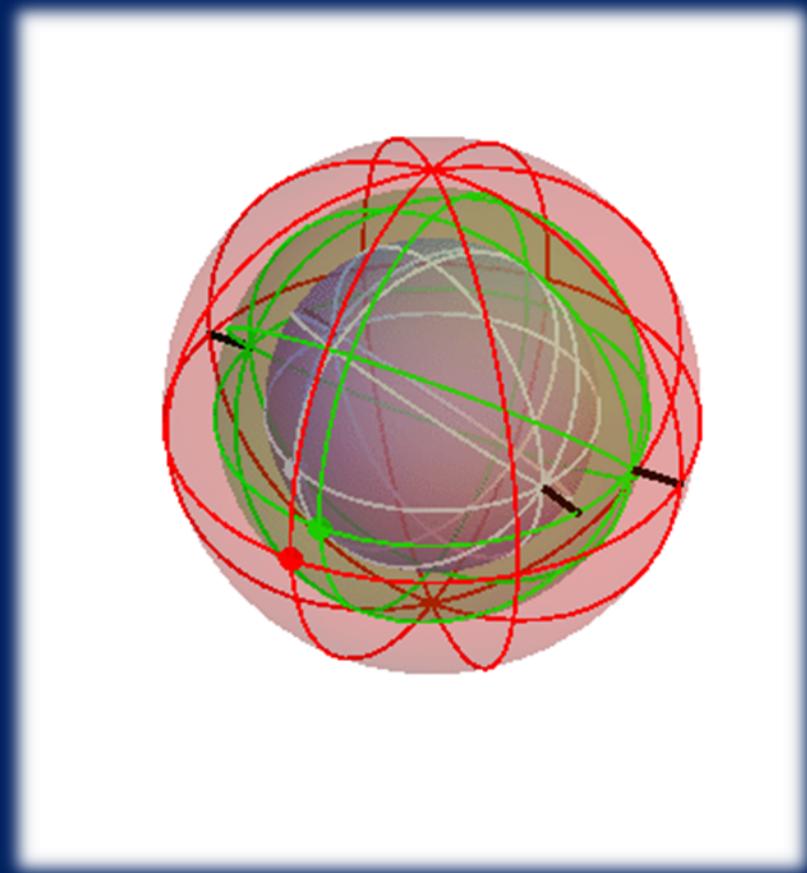
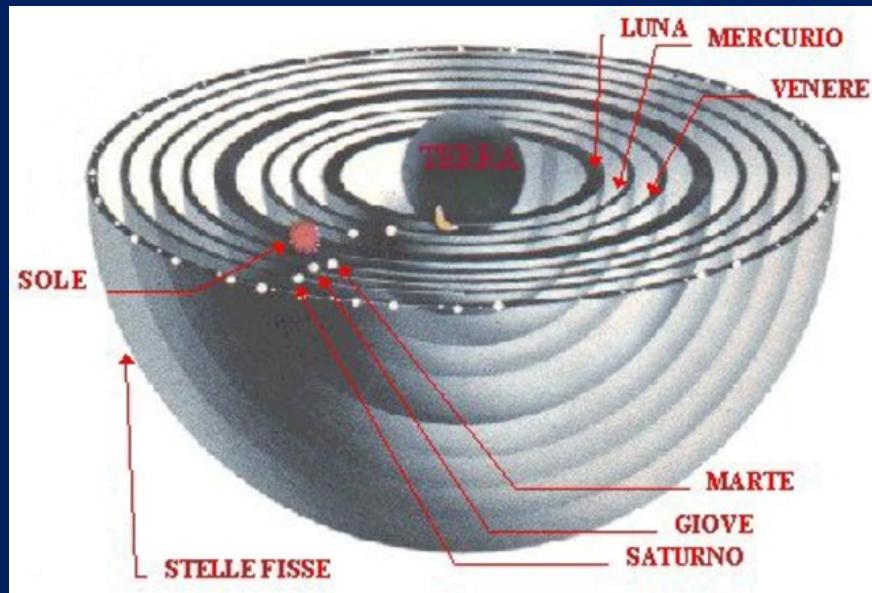
Le teorie devono salvare i fenomeni



Fenomeni: retrogradazioni planetarie; cambiamento luminosità pianeti

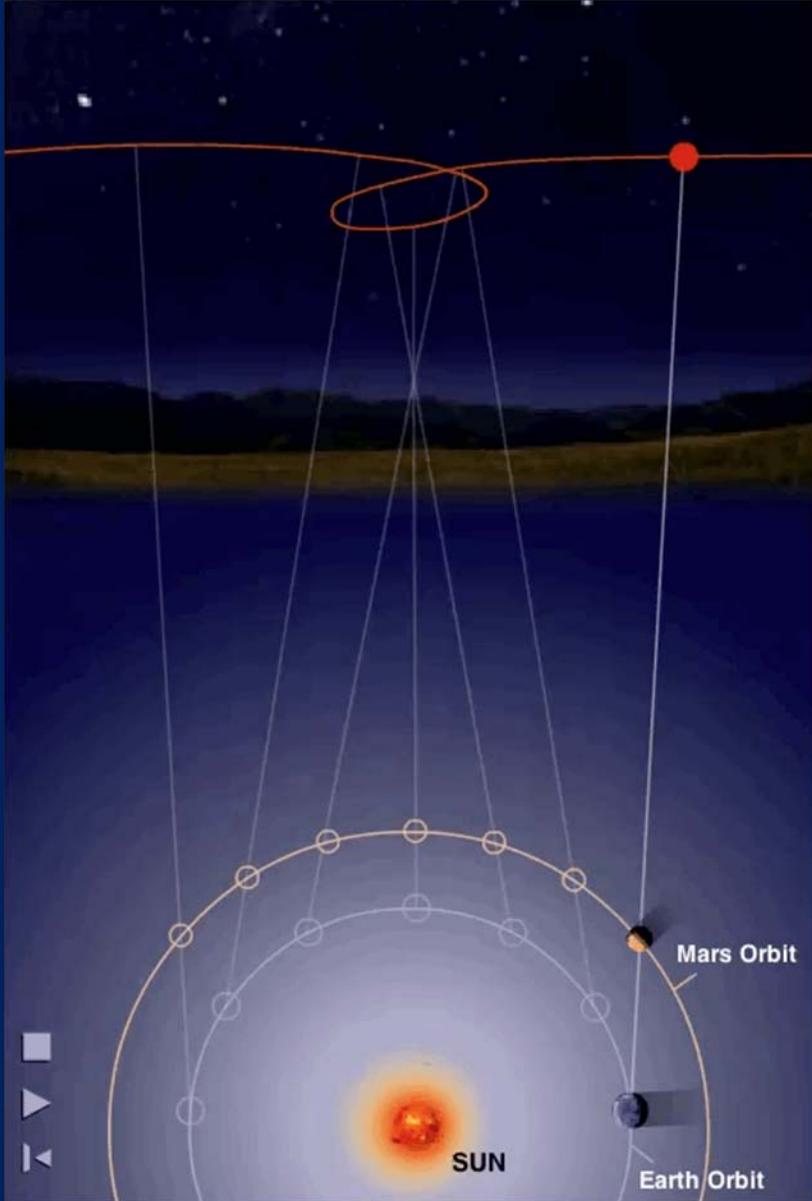


Le sfere omocentriche di Eudosso di Cnido (-IV)



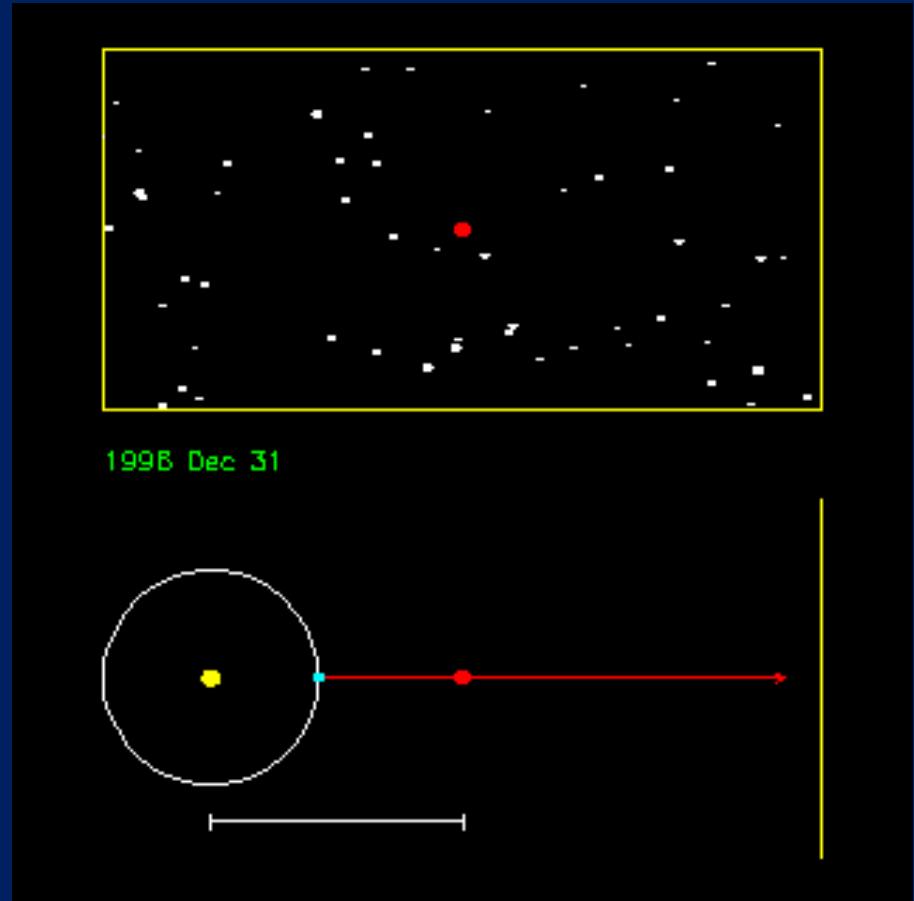
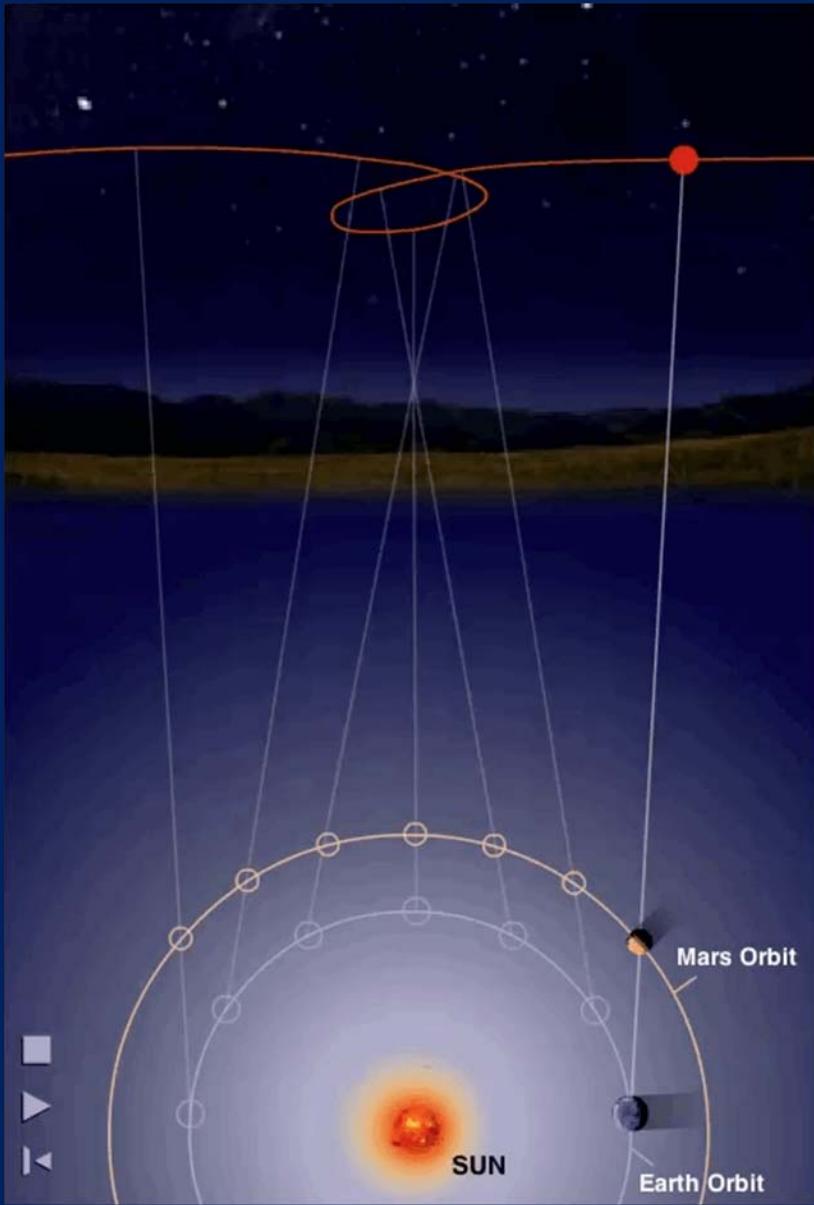
**Questo modello non spiegava la diversa
luminosità dei pianeti nel tempo**

Eliocentrismo



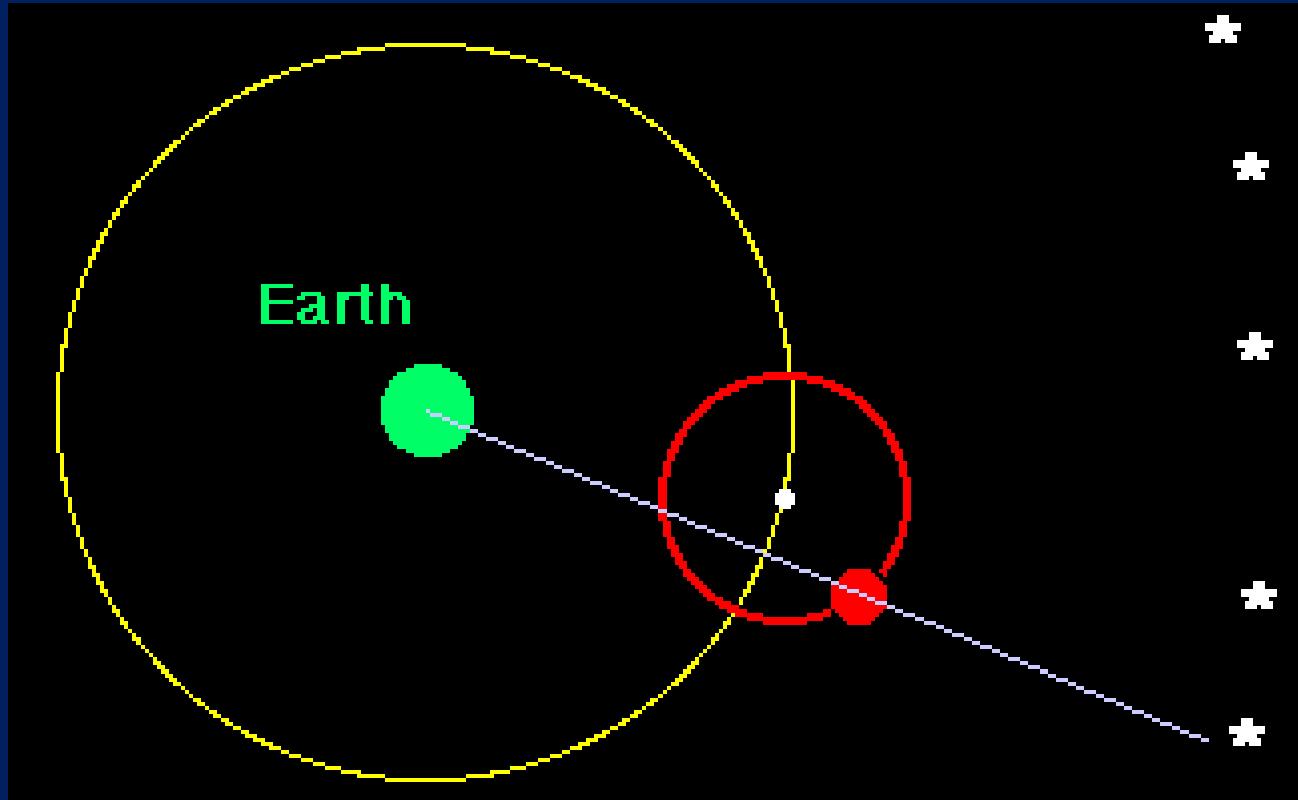
- 1) Spiega le retrogradazioni
- 2) Spiega la diversa luminosità nel tempo
- 3) Spiega perché i cappi sono più piccoli per pianeti più lontani

Eliocentrismo



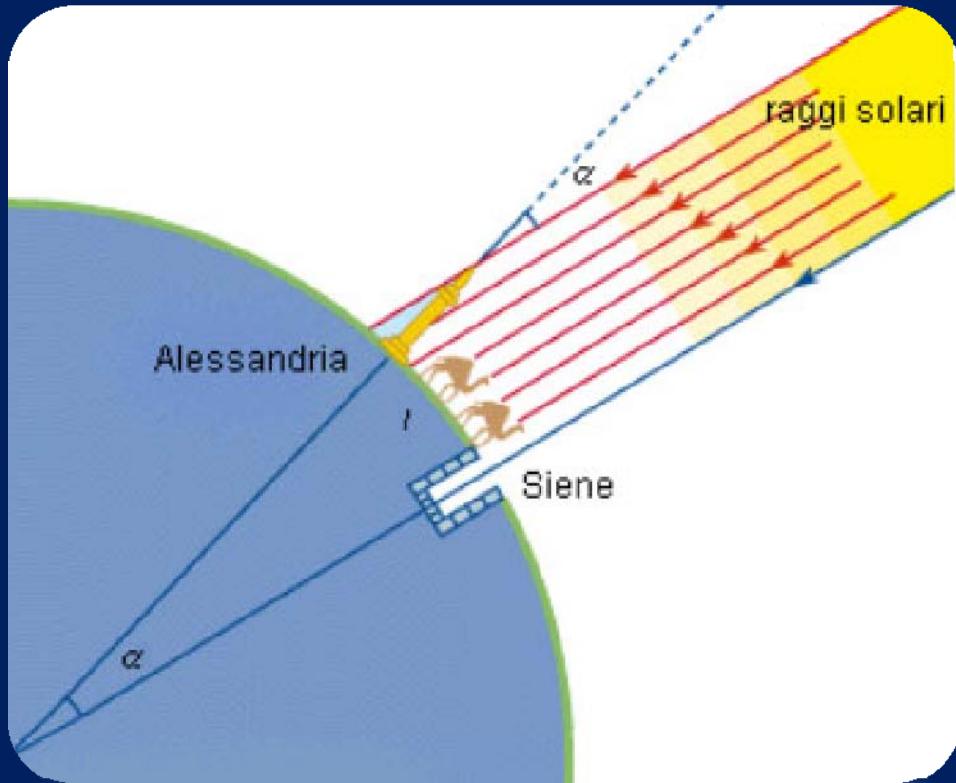
**Perché la terra che è un mondo
si comporta come un pianeta?
Perché non percepiamo il moto
della Terra?**

Epicicli e deferenti



Non spiega perché gli epicicli hanno quelle dimensioni e non altre

Eratostene (276 a.C. –194 a.C.) misura la circonferenza terrestre!



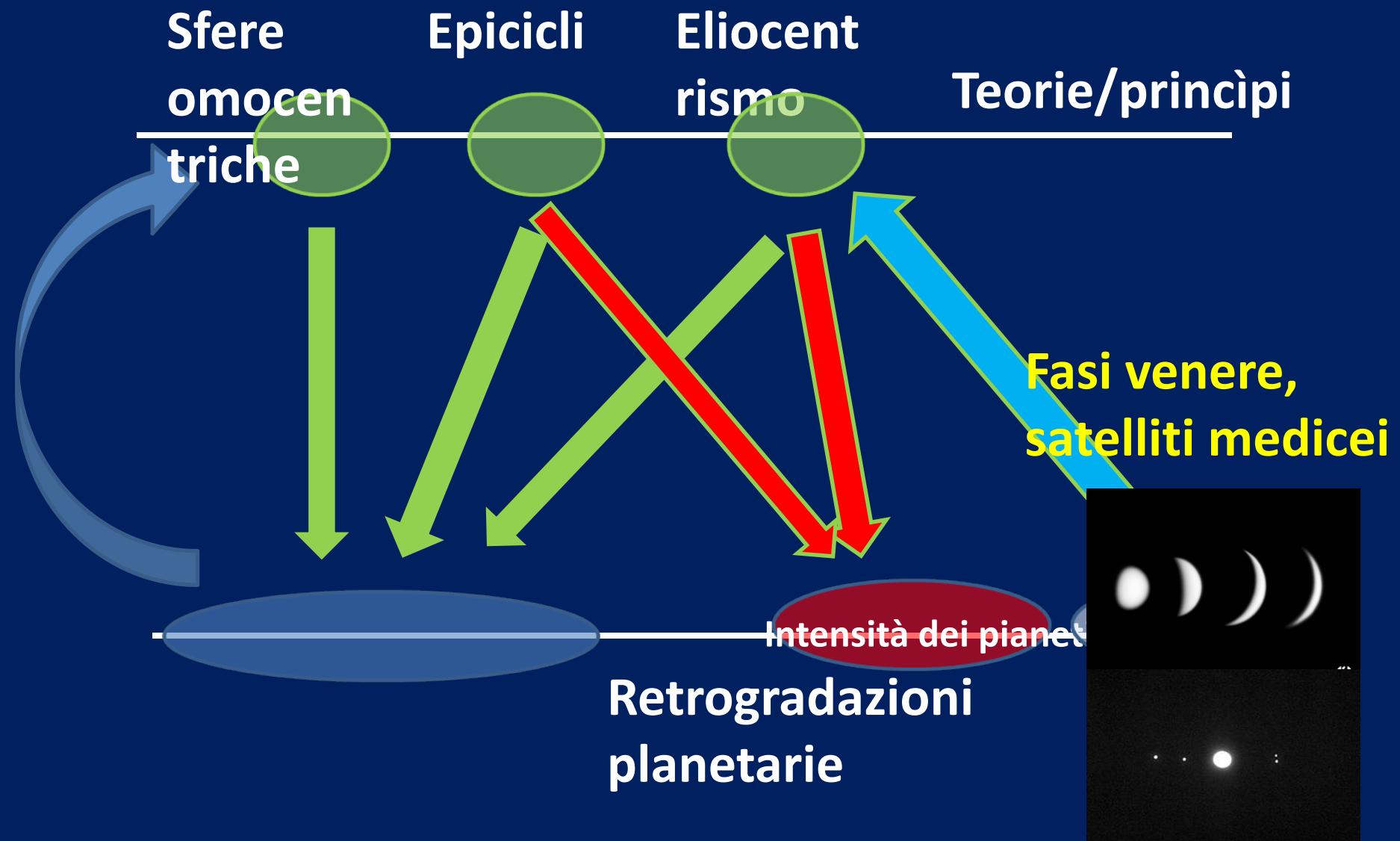
$$X \text{ stadi: } 5000 \text{ stadi} = 360^\circ : 7^\circ$$

$$X = 5000 \times 360 / 7 = 257.000 \text{ stadi}$$

Ipparco ricava la
distanza della Luna
in 60 diametri
terrestri

L'Universo ha così una dimensione in
stadi già nel III secolo a.C.!

Le teorie devono salvare i fenomeni



II PASSO: La scoperta della accelerazione



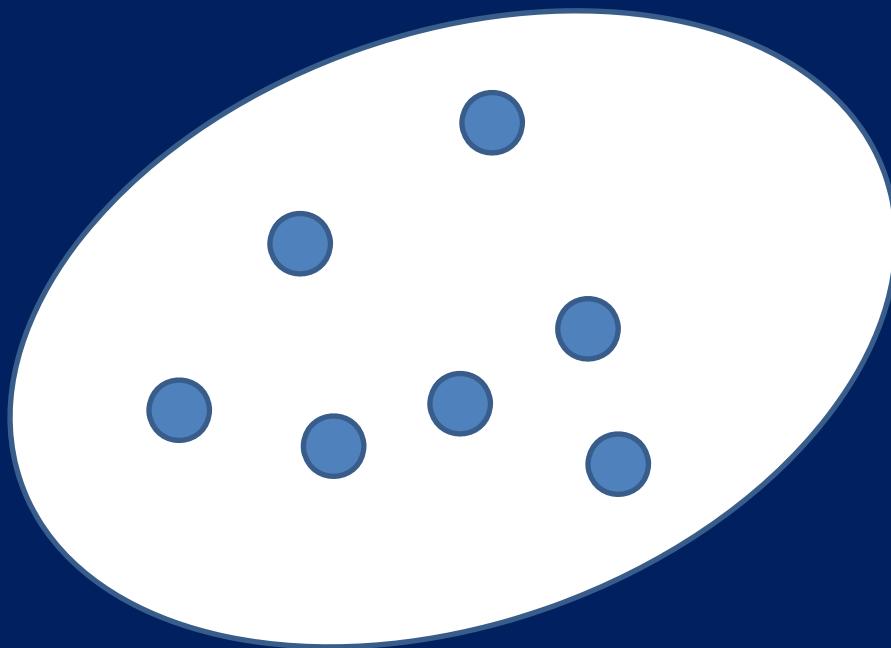
Il problema del rapporto tra grandezze

$$V = \frac{S}{T}$$

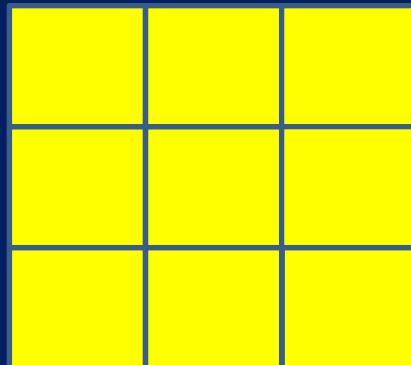
Definire V in quel modo implica

- a) definire cosa vuol dire misurare una grandezza;
- b) stabilire che significa rapporto tra due grandezze a e b

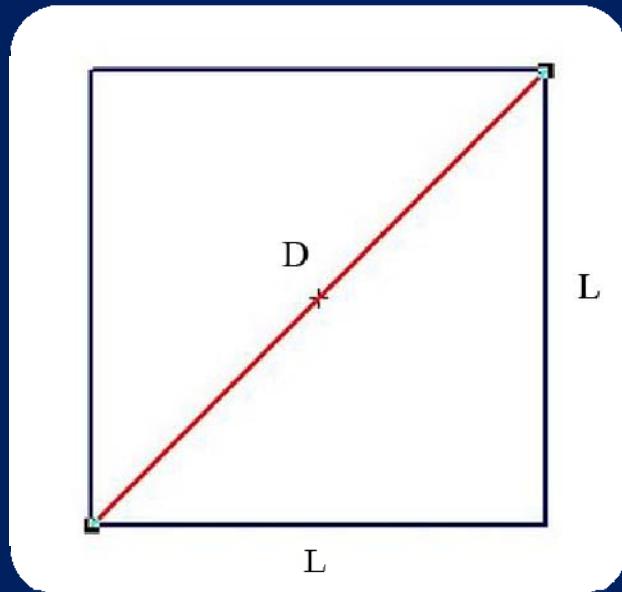
* Αριθμός δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.
Numero è una pluralità composta da unità⁸.



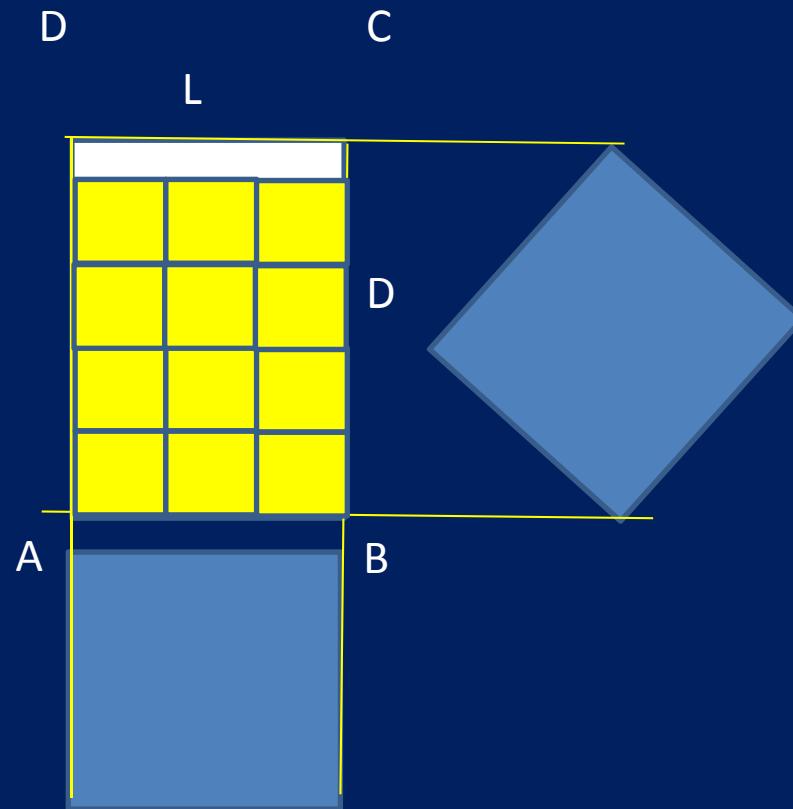
Misurare per i Pitagorici significa contare quante volte una unità scelta entra in una grandezza ad essa omogenea: rapporto tra grandezze



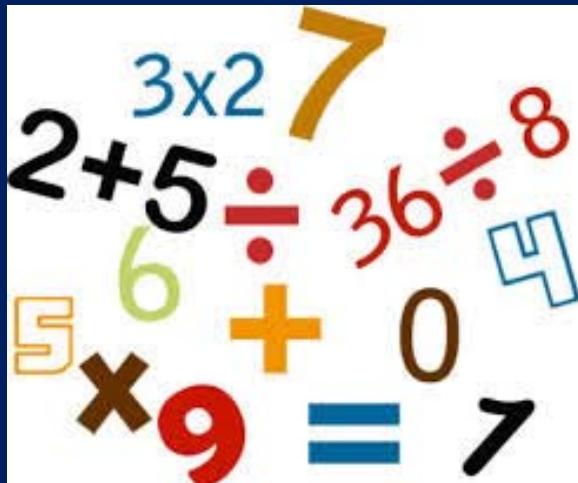
- Pitagorici: due grandezze a e b hanno rapporto SSE esiste una grandezza omogenea che entra un numero intero di volte nell'una (m) e nell'altra (n)
- Ma esistono grandezze incommensurabili, ovvero che non hanno rapporto nel senso suddetto pur potendo dall'uno sottrarre l'altro.



Impossibilità di misurare aree



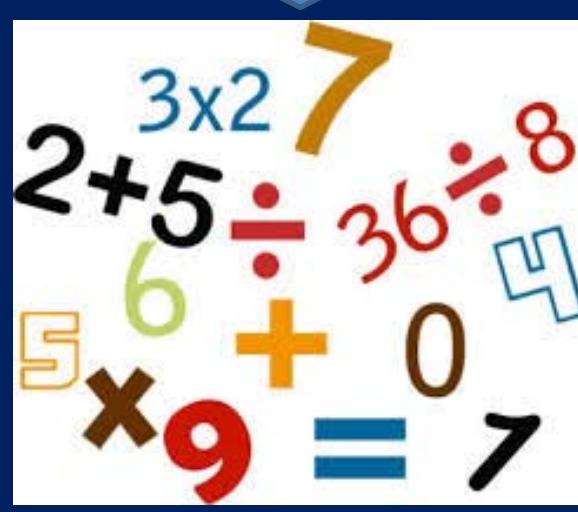
Prima (Pitagorici)


$$\begin{array}{r} 3 \times 2 \\ 2 + 5 \div 36 \div 8 \\ 5 \times 9 + 0 = 7 \end{array}$$

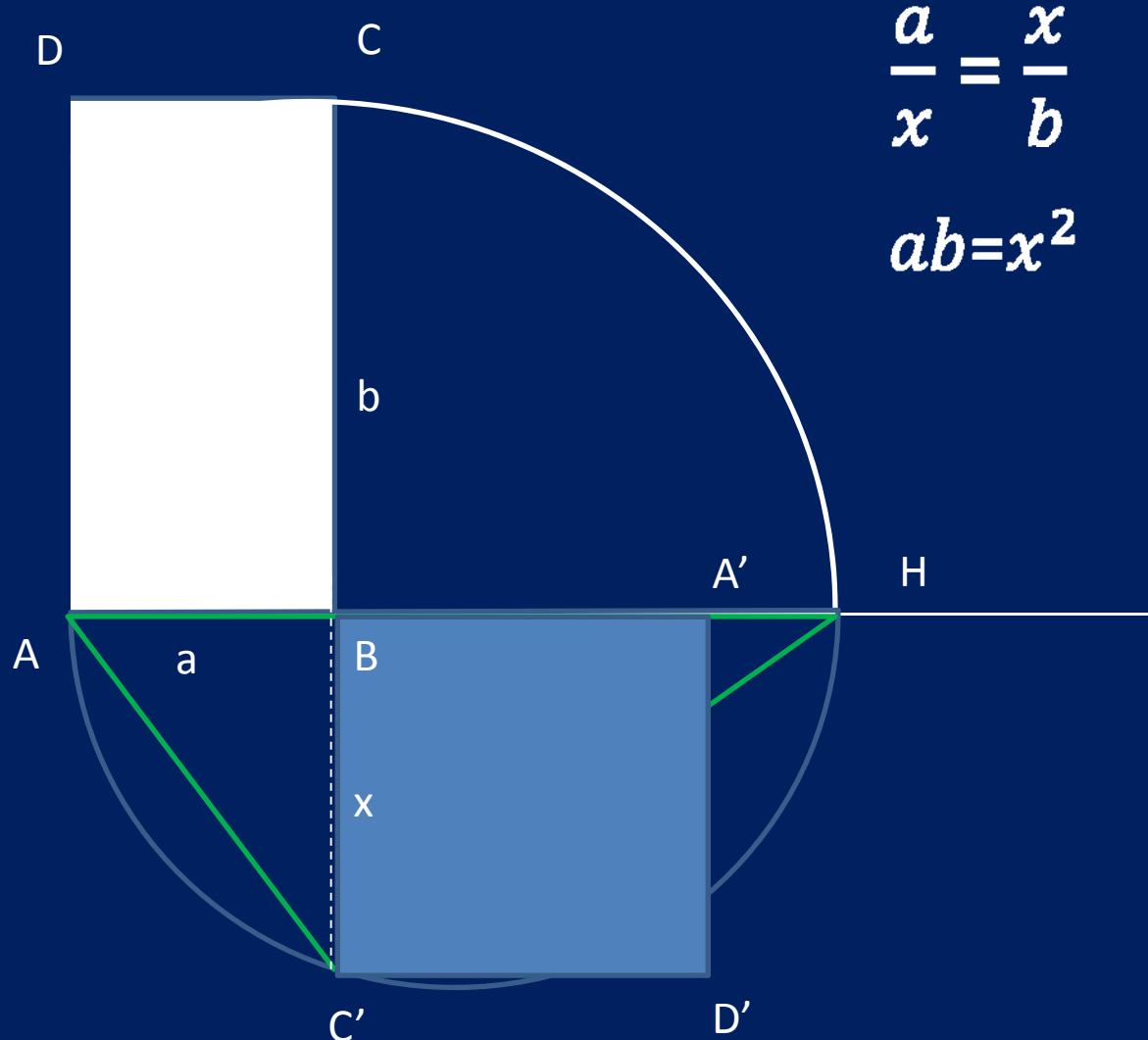


Dopo (Eudosso)




$$\begin{array}{r} 3 \times 2 \\ 2 + 5 \div 36 \div 8 \\ 5 \times 9 + 0 = 7 \end{array}$$

Come misurano i greci dopo Ippaso? Misurare vuol dire trovare una costruzione geometrica equivalente (Algebra Geometrica)



Il Rapporto dopo Ippaso (V libro di Euclide)

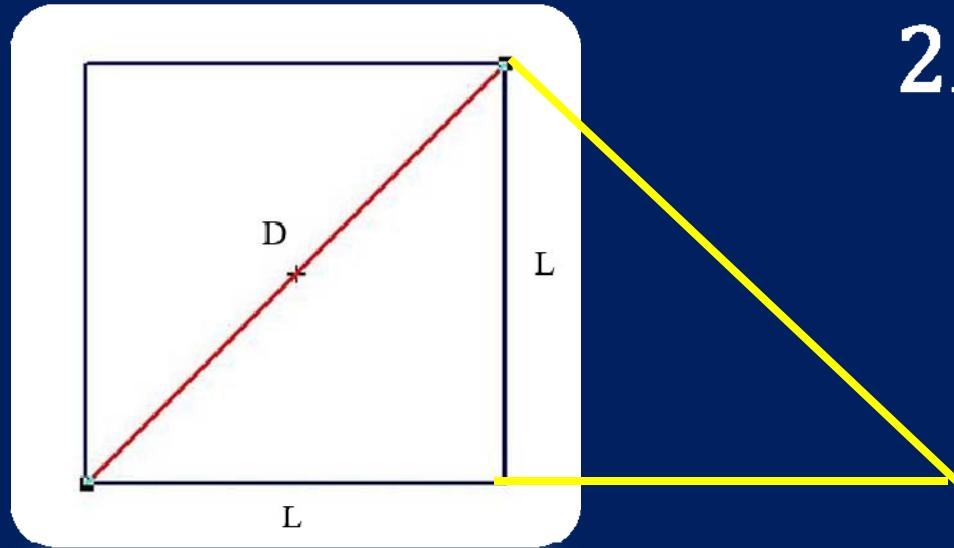
Λόγος ἔστι δύο μεγεθῶν διογενῶν τῇ κατὰ πηλικότητα πολὺ¹⁶⁷ σχέσις.

Il rapporto è una certa relazione secondo la quantità di due grandezze omogenee.

- Ha senso perché per i greci occorre trovare un attributo che li metta in relazione, per cui posso fare rapporti solo tra grandezze omogenee di modo da dire quale sia la maggiore, la minore o se sono uguali.
- Quindi **spazio e tempo** non c'entrano nulla tra loro.
- Logos si usa anche per grandezze «alogoi»

Il Rapporto dopo Ippaso

Λόγοι ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἢ ὅταν
πολλαπλασιαζόμενα ἄλλήλων ὑπερέχειν. (Eucl. *Elem.*, V, Def. 4)
Si dice che grandezze hanno tra loro un rapporto se, moltiplicate,
possono superarsi reciprocamente.

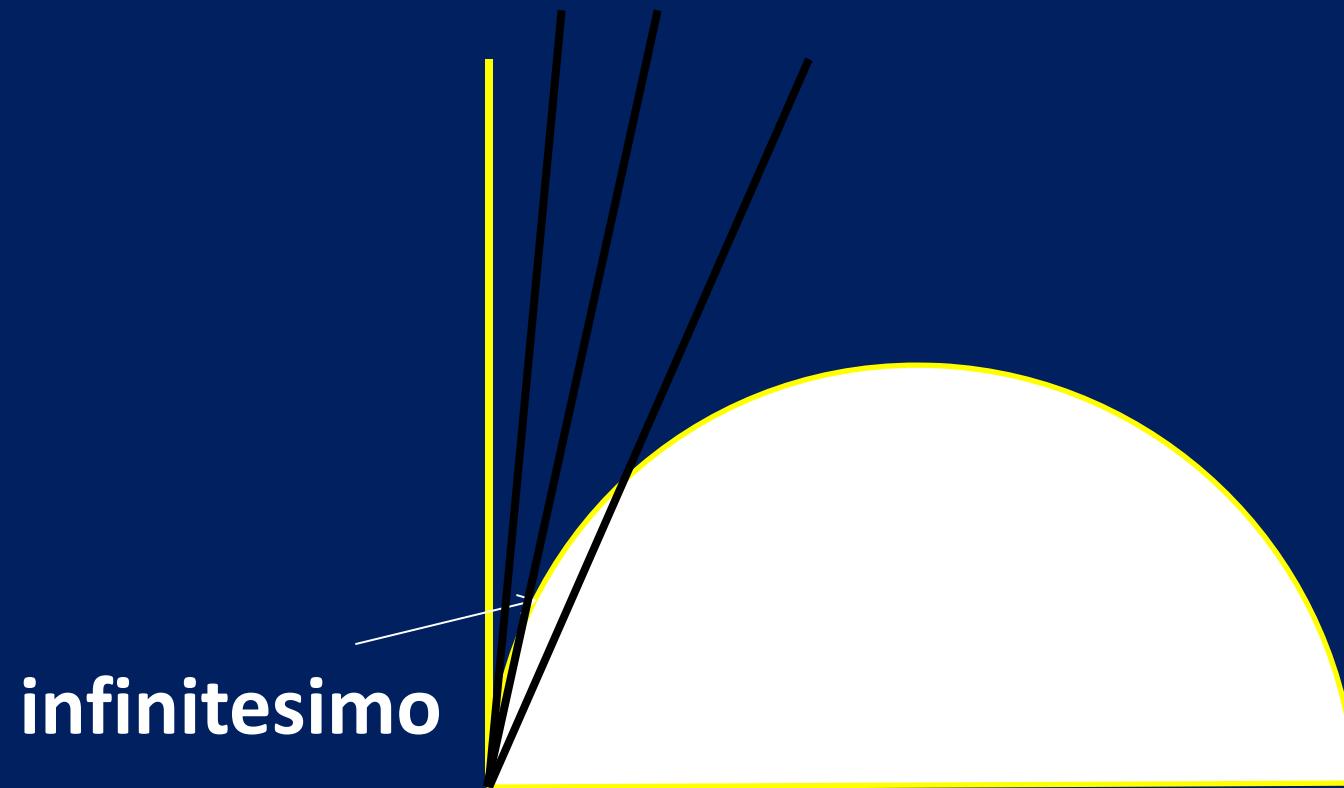


$$2L > D$$

$$2 \times L$$

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἢ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἄλληλων ὑπερέχειν. (Eucl. *Elem.*, V, Def. 4)
Si dice che grandezze hanno tra loro un rapporto se, moltiplicate, possono superarsi reciprocamente.

$$a < b \quad \rightarrow \quad na > b \quad \leftrightarrow \quad \frac{b}{n} < a$$



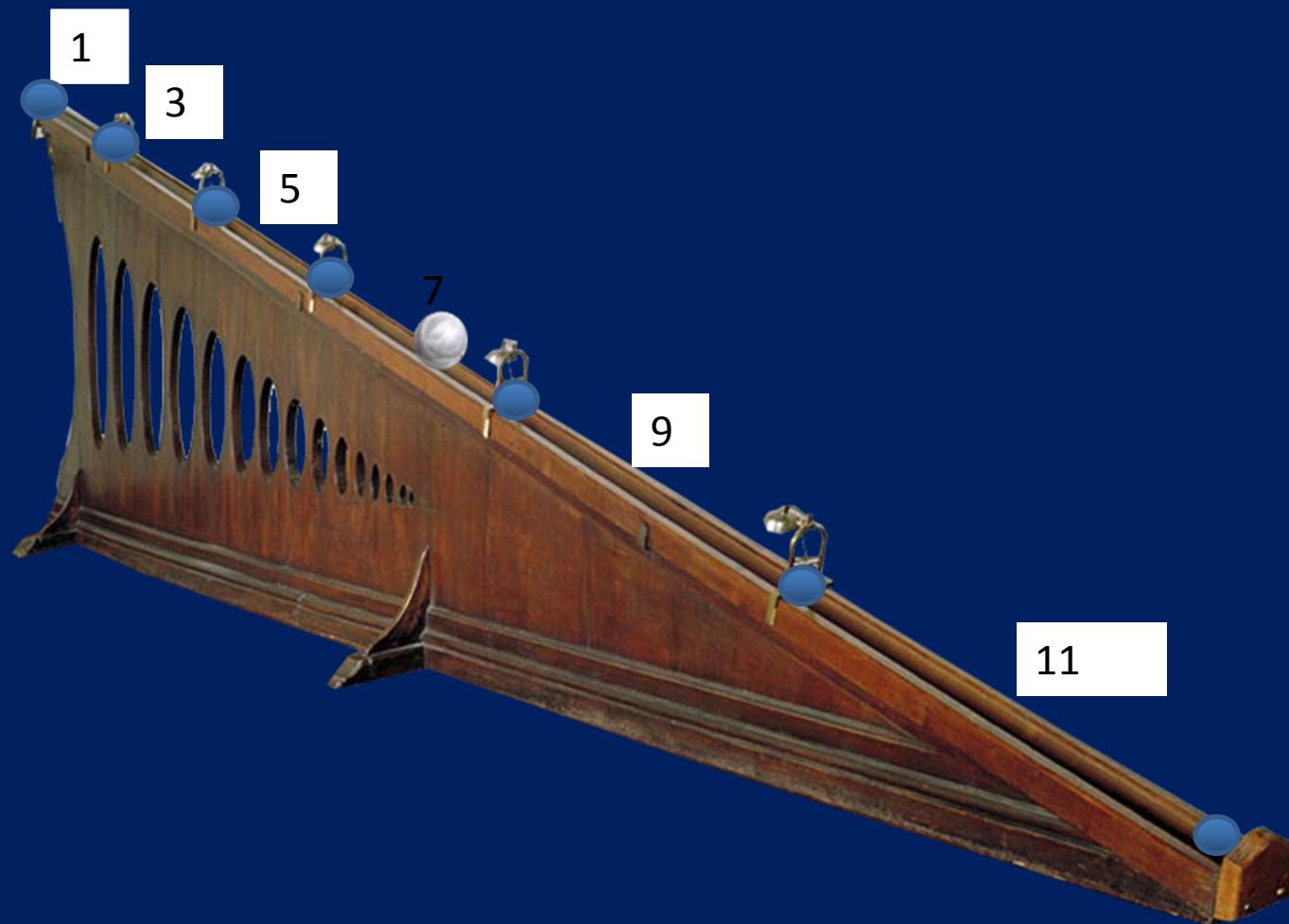
- Non posso definire rapporti tra grandezze disomogenee come S/T
- Non posso definire rapporti tra infinitesimi come dS/dT

I greci non sviluppano la cinematica

Se non sono ammessi rapporti inomogenei
come trattare la velocità non uniforme?

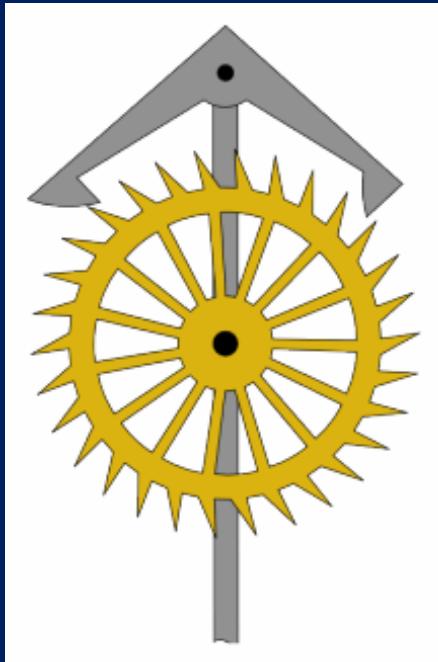
- Fissato T \rightarrow V è misurato da D (ad esso proporzionale)
- Fissato D \rightarrow V è misurato dall'inverso di T



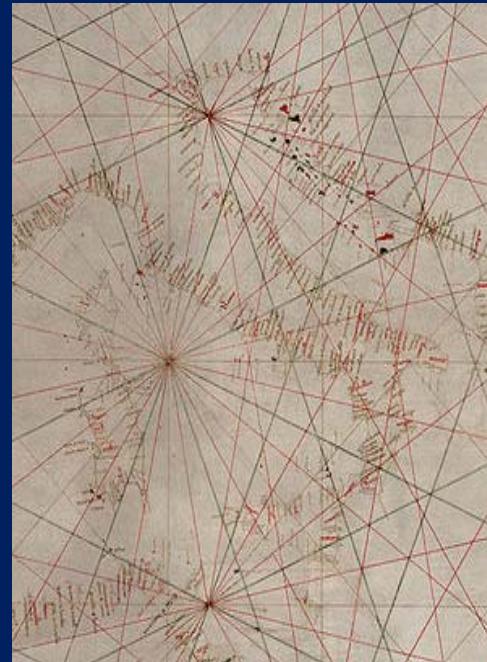


Un passo indietro: XIV secolo

Orologi a scappamento (il tempo si quantifica e misura)



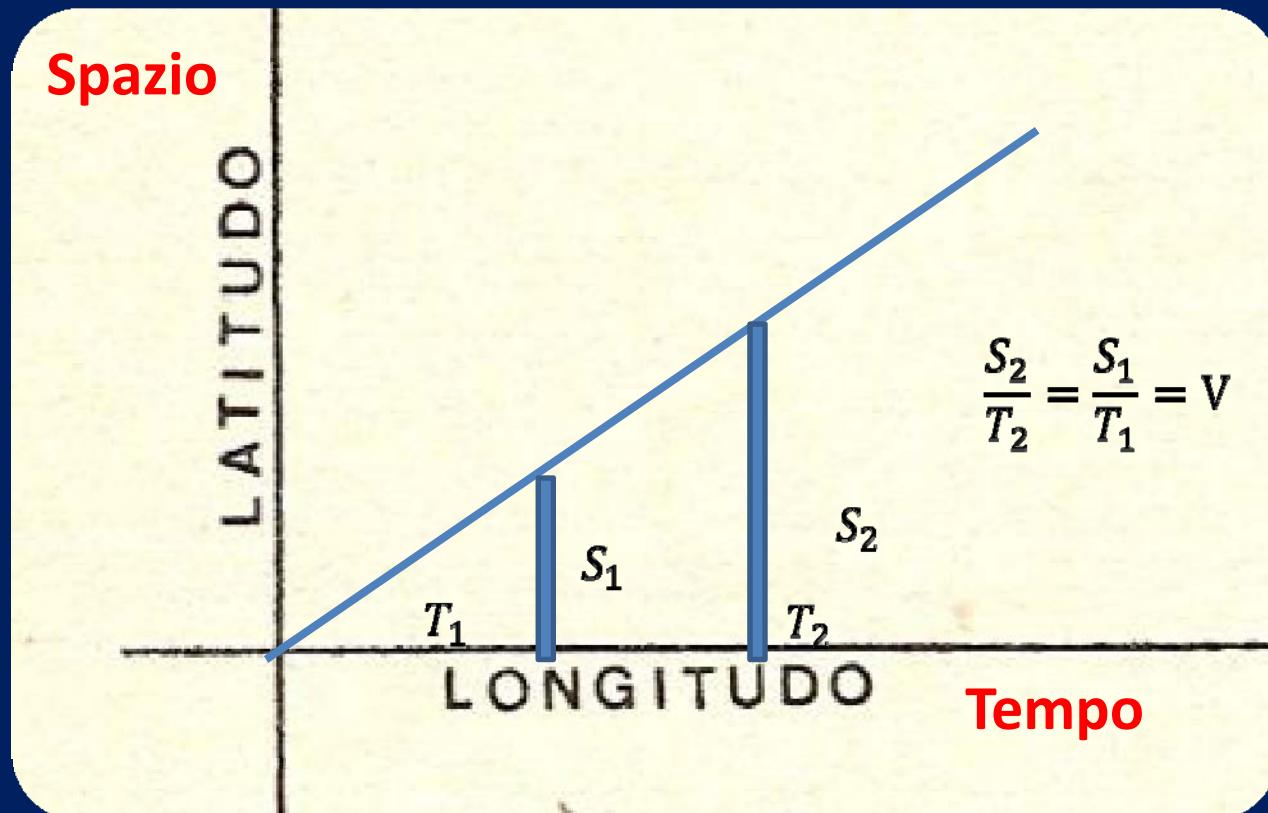
Carte geografiche portolane con coordinate polari multiple



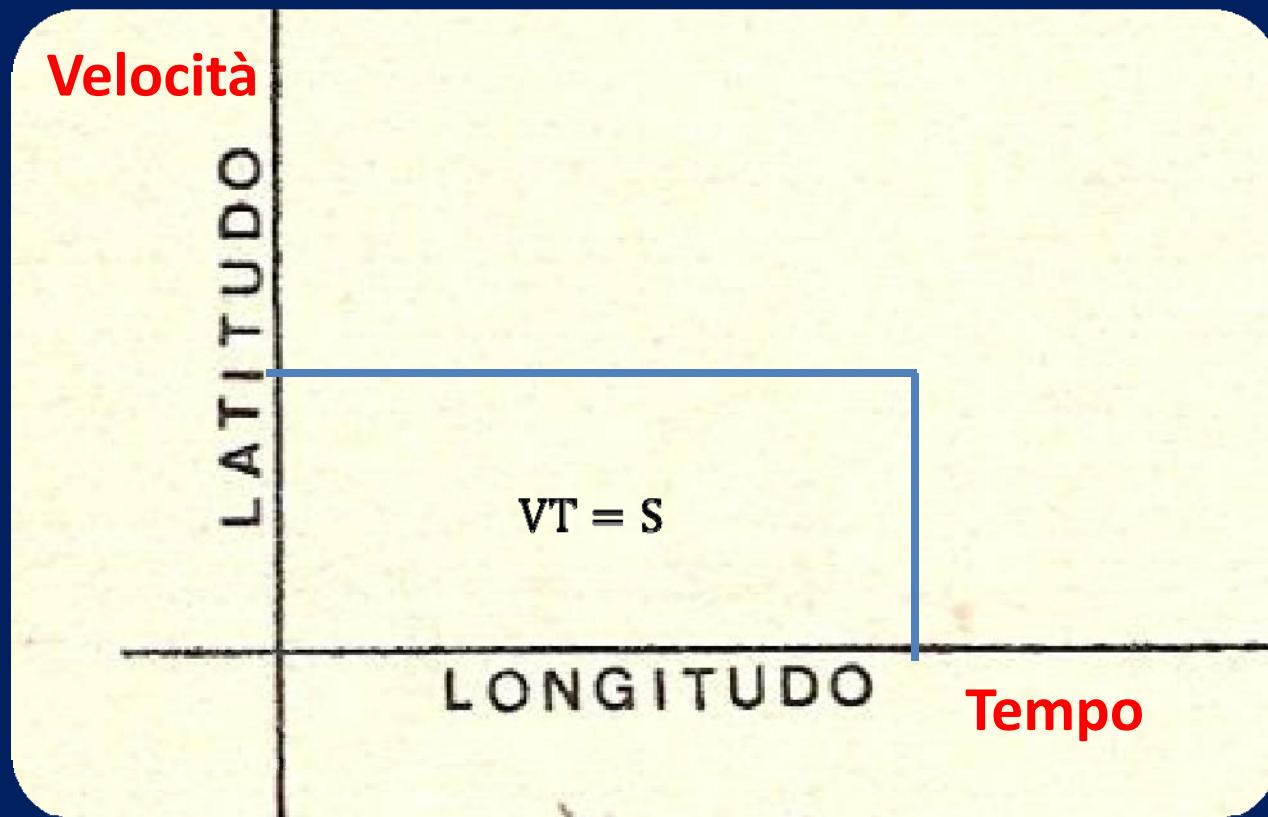
Partita doppia (Pacioli)



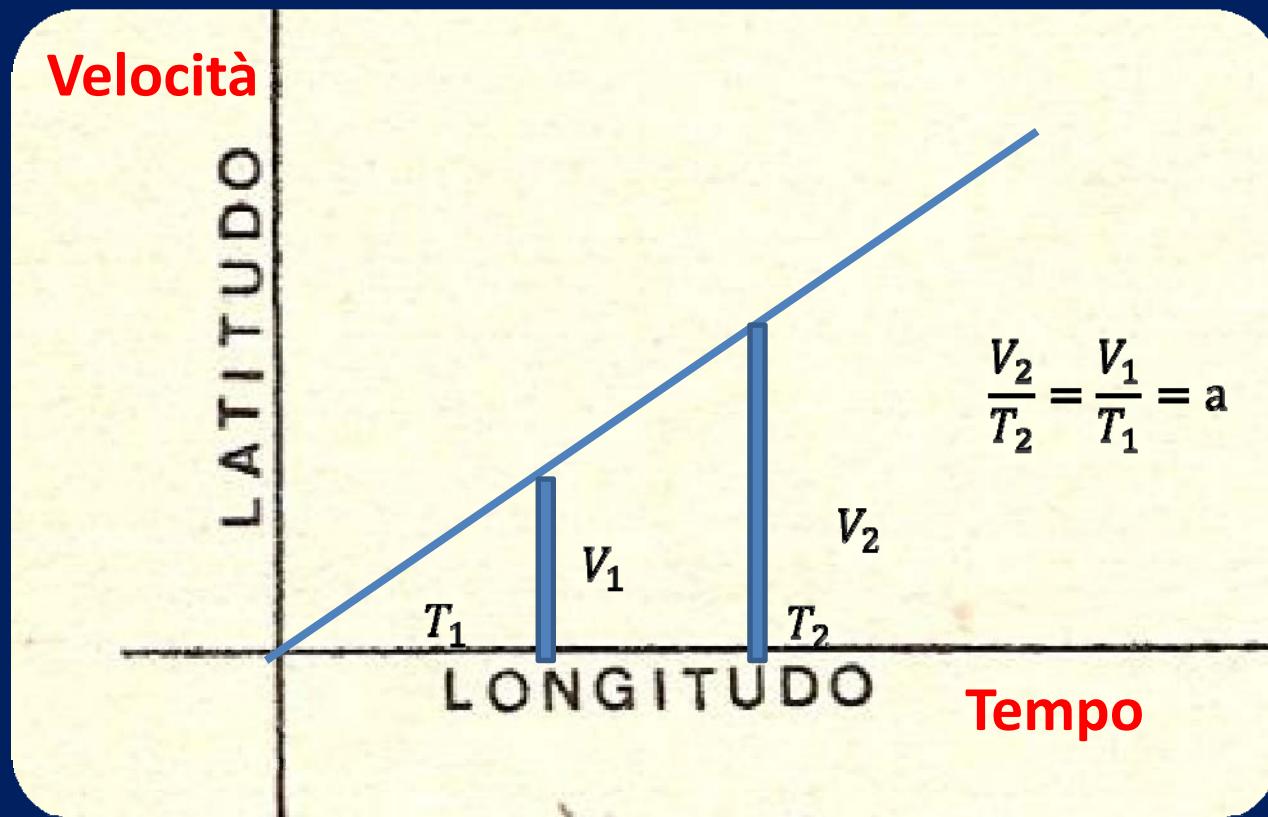
Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



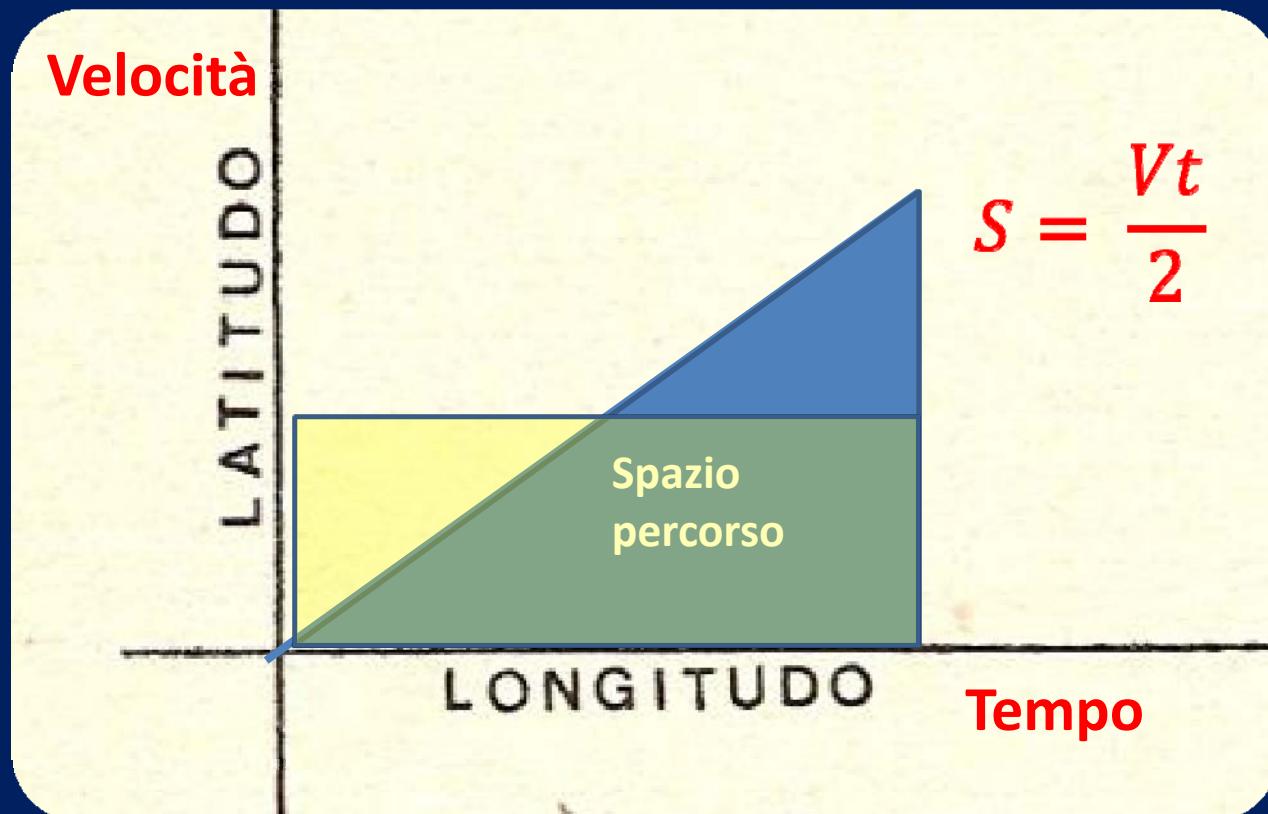
Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



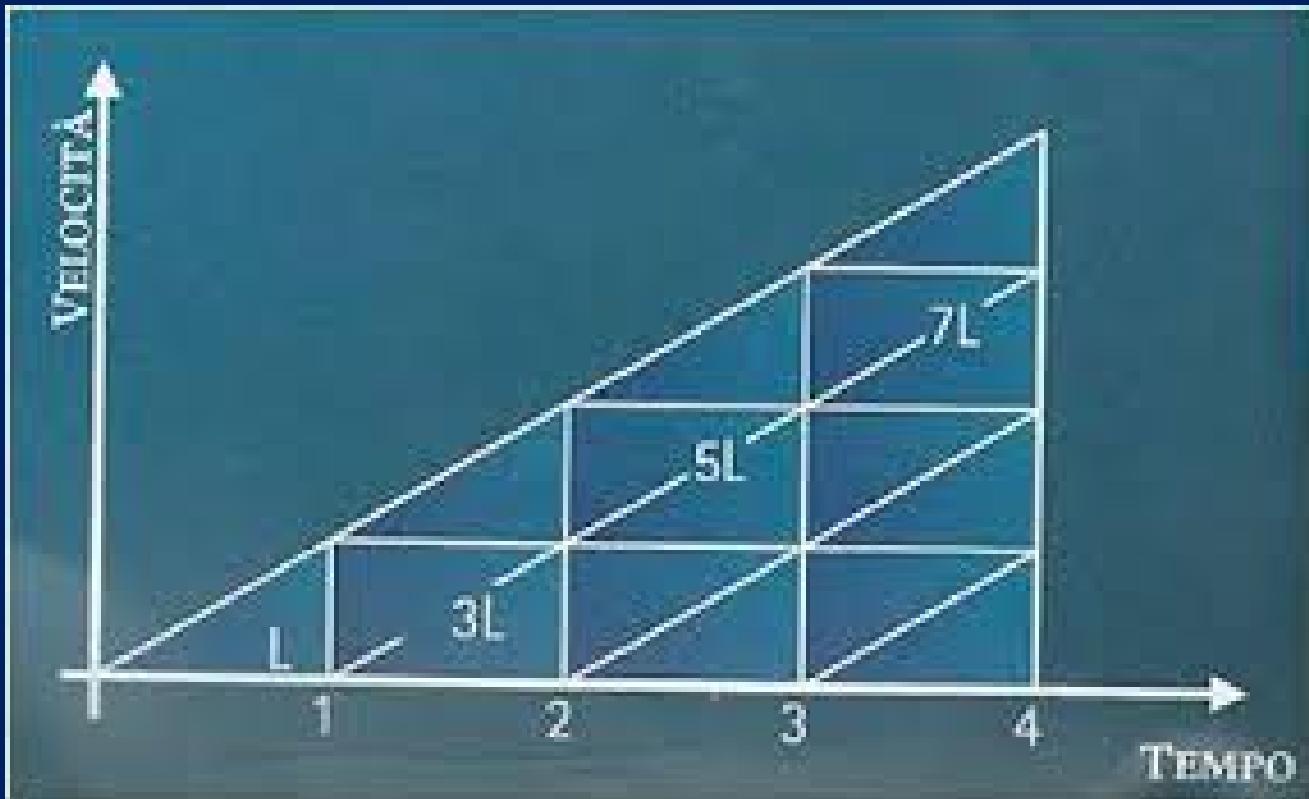
Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»



Nicola Oresme: orologi + carte = assi «cartesiani»

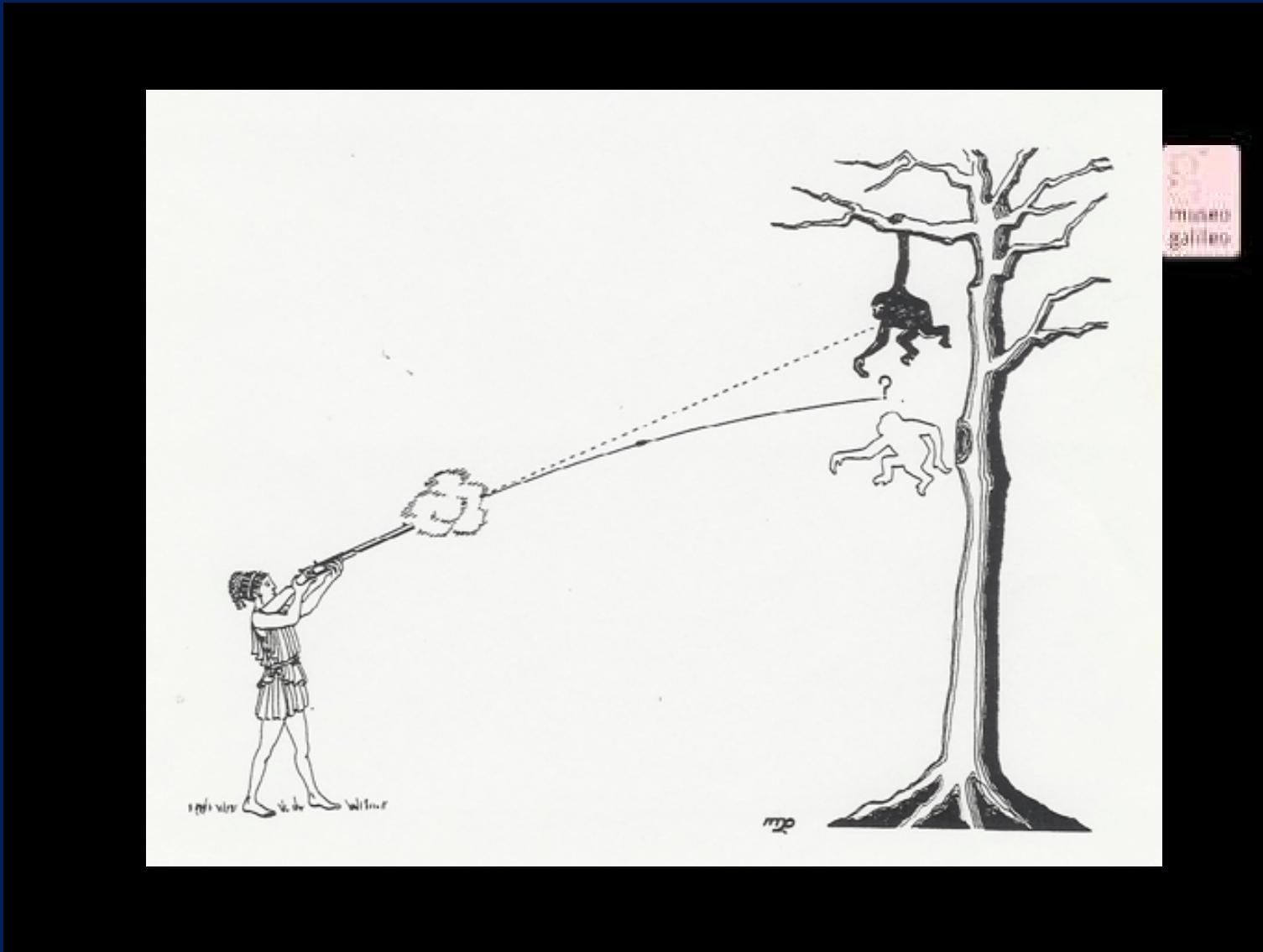


Torniamo a Galileo

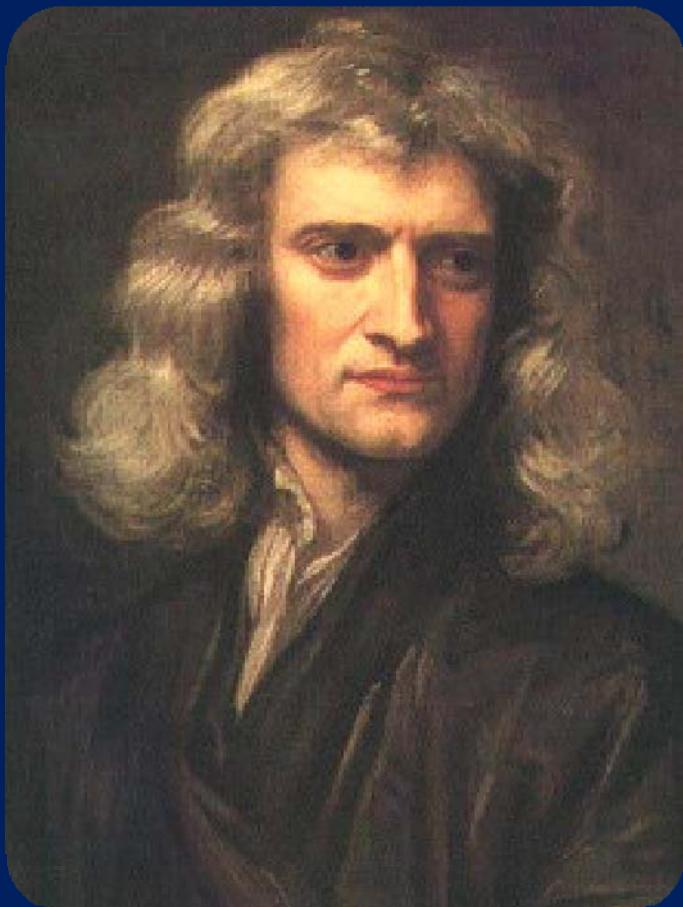


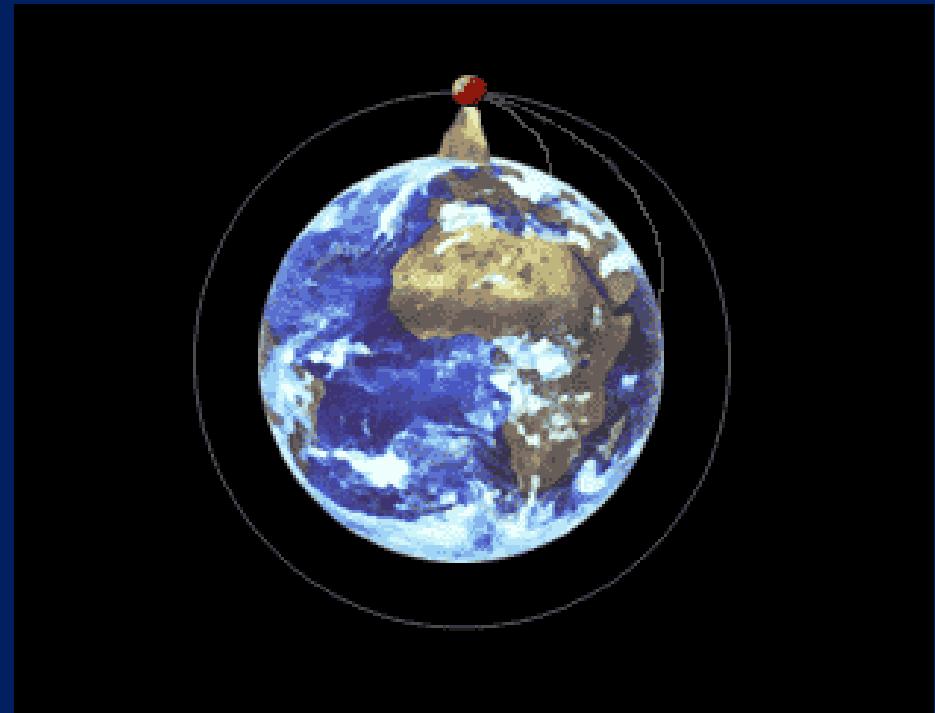
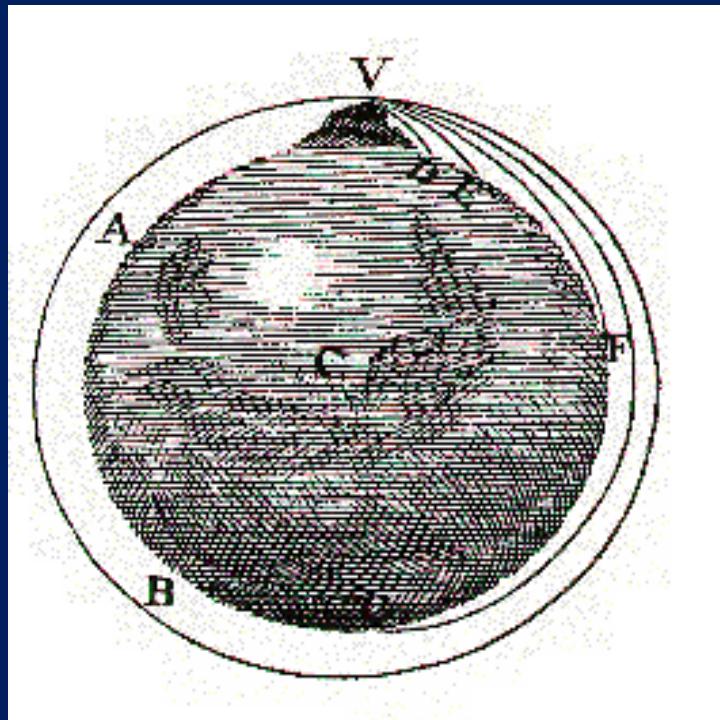
$$S = \frac{Vt}{2} = \frac{1}{2}at^2$$

Moto parabolico: combinazione moti

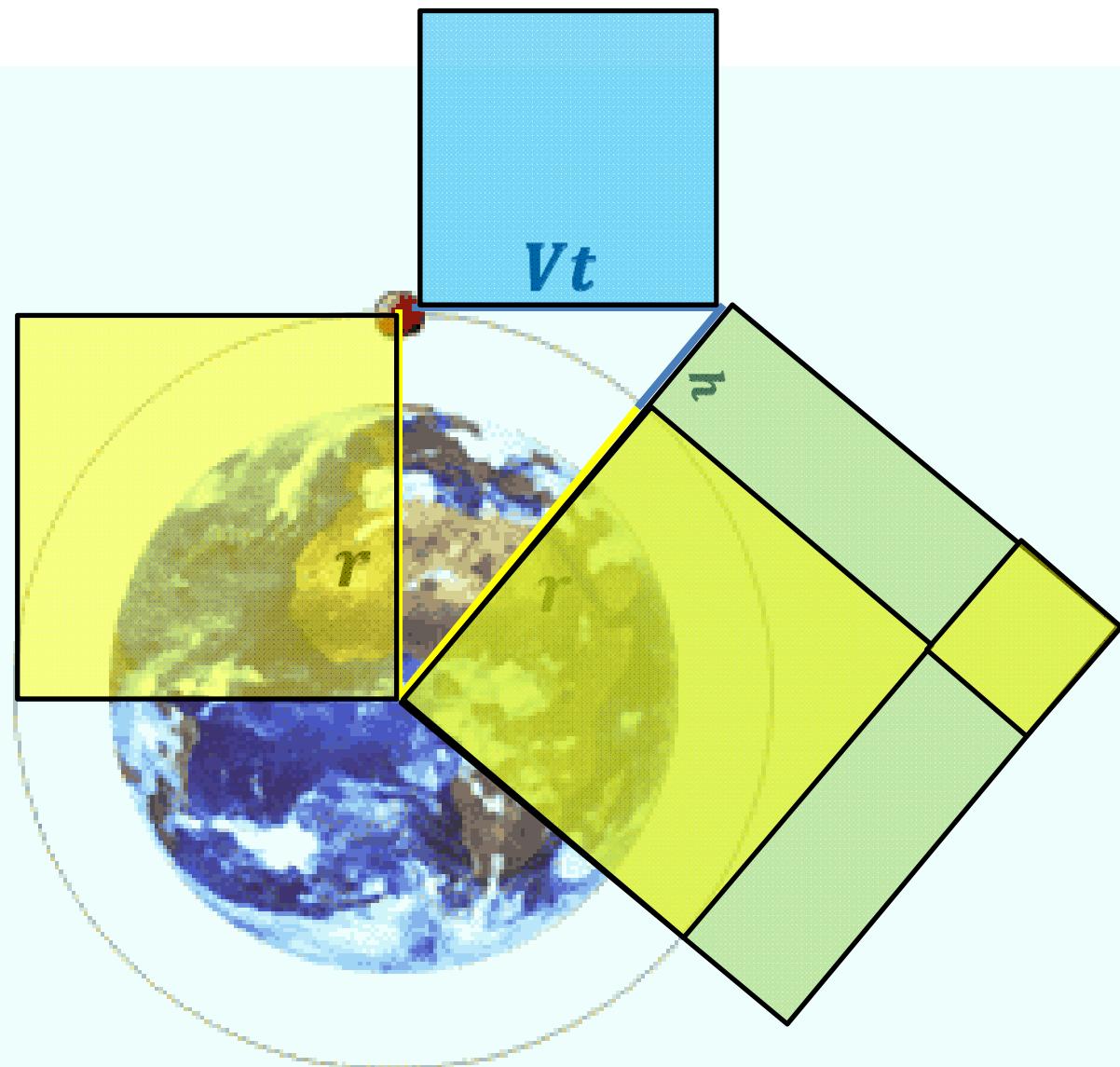


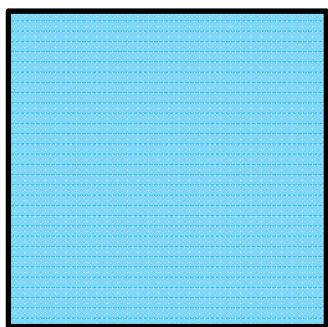
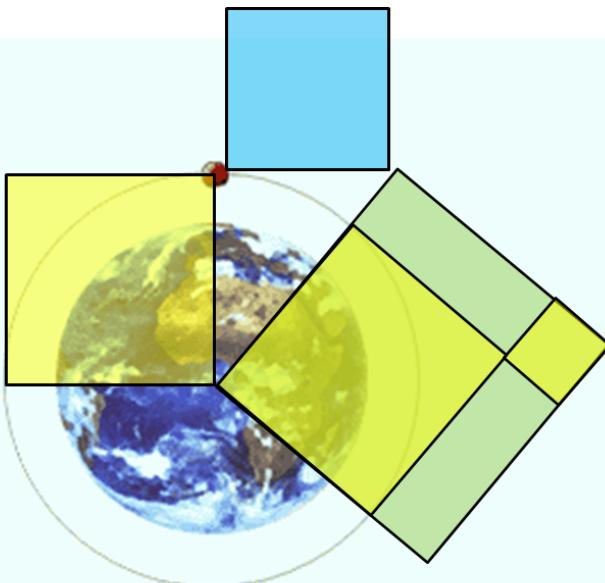
III PASSO: La scoperta della caduta della Luna





Calcolo alla lavagna

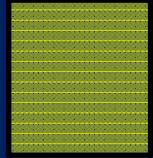


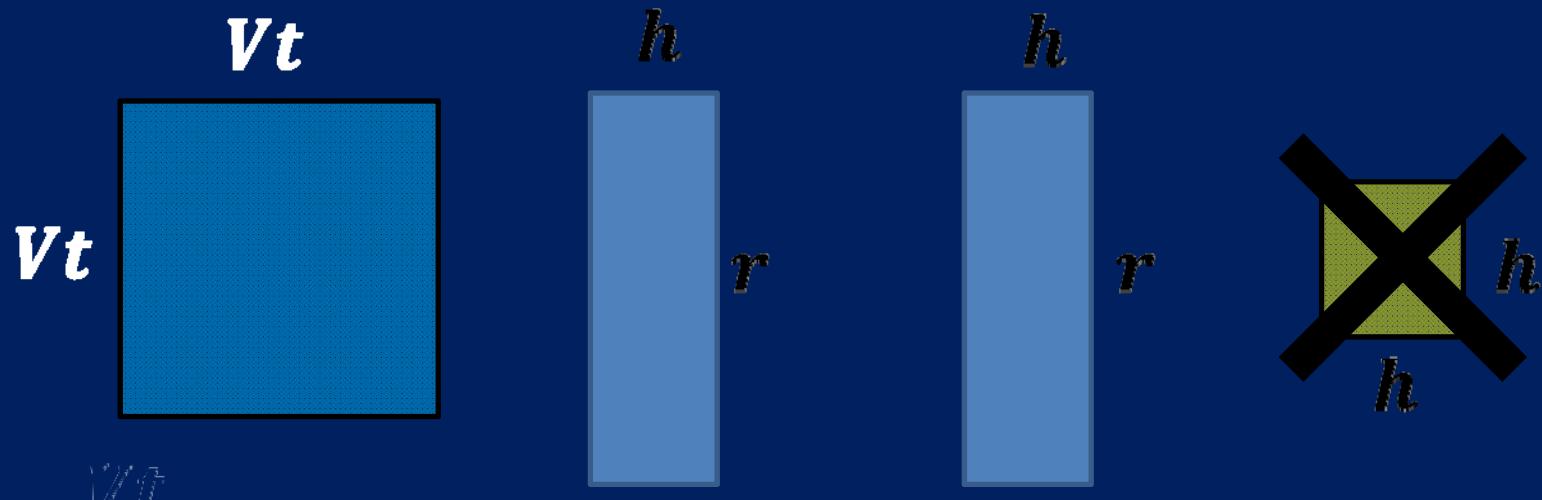


$$Vt = r + h$$

The equation is shown with a plus sign between two blue rectangles. The first blue rectangle is labeled r and the second is labeled h . A large black 'X' is drawn over the second blue rectangle and the label h , indicating that it is not a component of the velocity vector.

$$(Vt)^2 = 2rh \quad \longrightarrow \quad h = (Vt)^2 / 2r$$

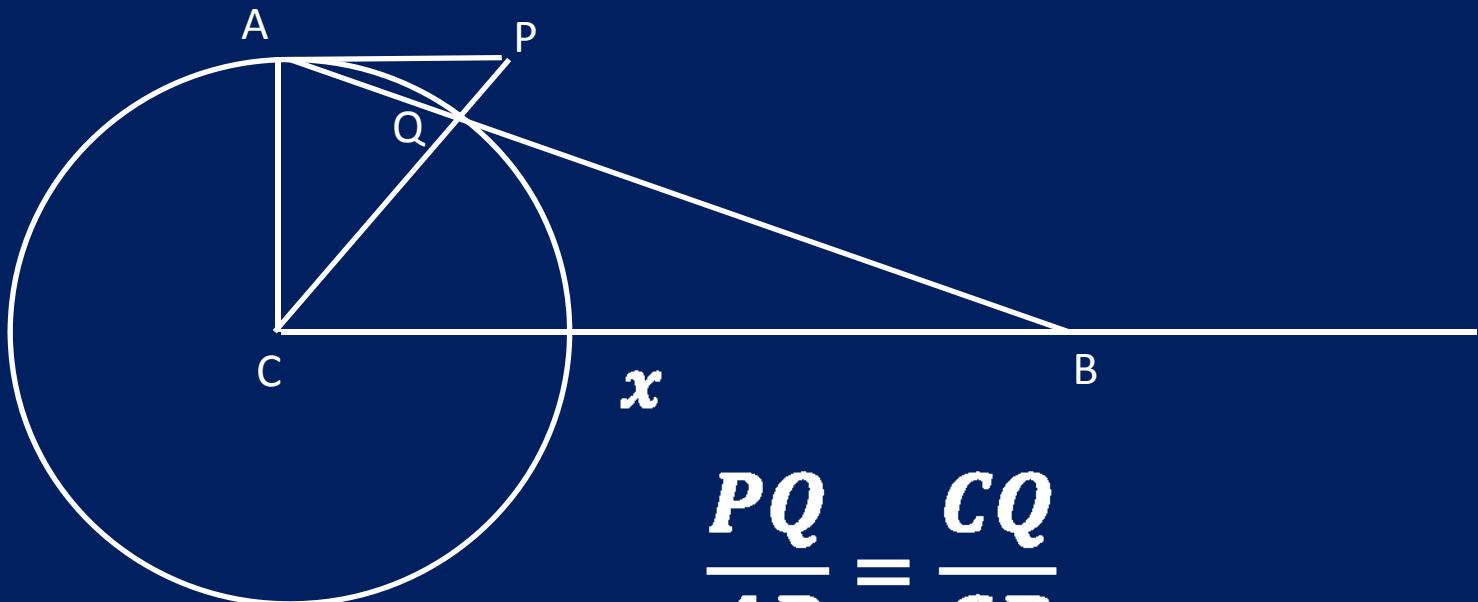
Siamo sicuri che possiamo
trascurare  ?



$$h \ll r$$

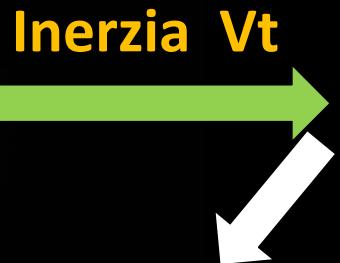
$$h \ll Vt \text{ ?????}$$

Una dimostrazione geometrica sugli infinitesimi



$$\frac{PQ}{AP} = \frac{CQ}{CB}$$

$$\frac{h}{Vt} = \frac{r}{x} \xrightarrow{t \rightarrow 0} 0 \quad \rightarrow \quad r \ll x \rightarrow h \ll Vt$$



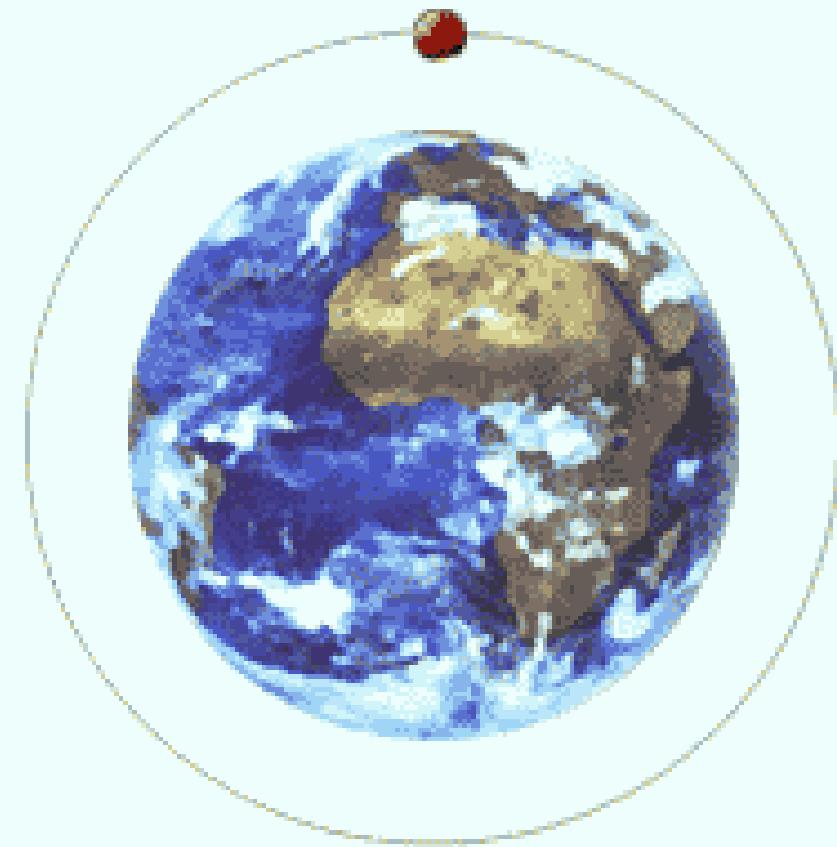
$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{V^2}{r} \right) t^2$$



$$h = \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{V^2}{r}$$

$$g = \frac{V^2}{R}$$



$$V_{orb} = \sqrt{gR}$$