

Distribuzione di Poisson

Scuola Estiva di Fisica 7-11/9/2026

Andrea Ventura

Distribuzione di Poisson

- Variabile aleatoria discreta x (assume valori interi non negativi)
- Valore atteso = Varianza = (deviazione standard)² = λ
- Viene utilizzata per calcolare la probabilità che un evento si verifichi un numero x di volte, in un certo intervallo di tempo

- $$P(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}$$

Distribuzione di Poisson – esempio 1

- Calcolare la probabilità che in un call center arrivino 7 chiamate nella prossima ora, quando in media ne arrivano 9 in un'ora.

- $\lambda = 9$

- $x = 7$

$$P(X=7) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-9} \cdot \frac{9^7}{7!} = 0,1171 = 11,71\%$$

Distribuzione di Poisson – esempi 2 e 3

- Calcolare la probabilità che in un call center non arrivino chiamate nella prossima ora, quando in media ne arrivano 5 in un'ora.

- $\lambda = 5, x = 0$

$$P(X=0)=e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}=e^{-5} \cdot \frac{5^0}{0!}=e^{-5} \cdot \frac{1}{1}=0,0067=0,67 \%$$

- Calcolare la probabilità che in un call center arrivino 3 chiamate nella prossima mezz'ora, quando in media ne arrivano 5 in un'ora

- $\lambda = 5/2 = 2.5, x = 3$

$$P(X=3)=e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}=e^{-2,5} \cdot \frac{2,5^3}{3!}=0,2138=21,38 \%$$

Distribuzione di Poisson – esempio 4

- Calcolare la probabilità che in un negozio entrino al massimo 2 clienti nella prossima ora, quando in media ne entrano 5 ogni ora.
- $\lambda = 5, x = 0, 1, 2$

- $$P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2) = e^{-5} + e^{-5} \cdot 5 + e^{-5} \cdot \frac{5^2}{2!}$$
$$= 0,0067 + 0,0337 + 0,0842 = 0,1246 = 12,46 \%$$

Distribuzione di Poisson – esempio 5

- Un oggetto viene venduto mediamente 5 volte al giorno in un negozio. Calcolare la probabilità che oggi venga venduto almeno 2 volte.

- $\lambda = 5, x \geq 2$

- $$P(X \geq 2) = 1 - [P(0) + P(1)] = 1 - (e^{-5} + e^{-5} \cdot 5)$$
$$= 1 - (0,0067 + 0,0337) = 0,9596 = 95,96\%$$

Distribuzione di Poisson e la binomiale

- Quando n è abbastanza grande $n > 50$ e π abbastanza piccolo $\pi < 0.1$ (o $p < 0.1$) la distribuzione binomiale si approssima meglio alla distribuzione di Poisson che alla normale

$$\lambda = n\pi \quad \text{oppure} \quad \lambda = np$$

Distribuzione di Poisson – esempio 6

- Ad un incrocio c'è un incidente ogni 10000 veicoli transitati. Calcolare la probabilità che si verifichi almeno un incidente dopo il transito di 1500 veicoli.
- $p = \frac{1}{10000} = 0.0001 < 0.1$
- $\lambda = np = 1500 \cdot 0.0001 = 0.15$
- $P(X \geq 1) = 1 - P(0) =$
 $= 1 - (e^{-0.15}) = 1 - 0.8607 = 0.1393 = 13,93 \%$

Distribuzione di Poisson – esempio 7

- Un impianto produce 3 pezzi difettosi ogni 1000. Calcolare la probabilità di non osservare nessun pezzo difettoso su 300 pezzi prodotti (a) e la probabilità di osservarne almeno 3 (b).

$$P(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!} \quad p = \frac{3}{1000} = 0,003 < 0,1$$
$$\lambda = np = 300 \cdot 0,003 = 0,9$$

$$\text{a) } P(0) = e^{-0,9} = 0,4066 = 40,66 \%$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \geq 3) &= 1 - [P(0) + P(1) + P(2)] = \\ &= 1 - \left(0,4066 + e^{-0,9} \cdot 0,9 + e^{-0,9} \cdot \frac{0,9^2}{2} \right) = 1 - 0,9372 = 0,0628 = 6,28\% \end{aligned}$$

Distribuzione di Poisson – esercizio

- Considerare il campionato di calcio di Serie A 2025/26 e calcolare il valore medio di gol per partita (detto λ). Stimare la percentuale sul totale delle partite del campionato per ciascuno dei valori x assunti dal numero di gol per partita ($x = 0, 1, 2, 3, \text{etc.}$) assumendo che il numero di partite segua una distribuzione di Poisson, avente valore atteso pari al λ precedentemente ottenuto, e confrontare tali previsioni teoriche con i valori effettivamente registrati durante il suddetto campionato.

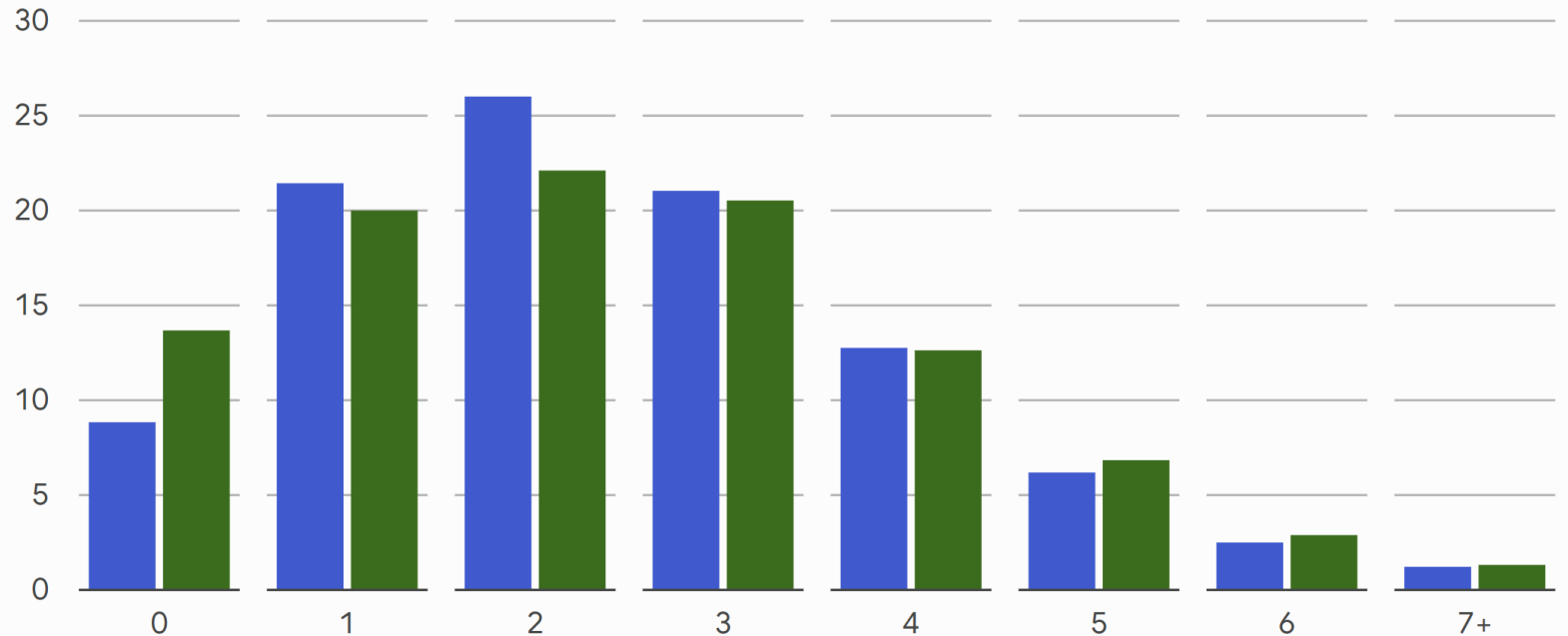
Distribuzione di Poisson – risoluzione esercizio

- Campionato di calcio di Serie A 2025/26

Serie A: Real vs. Poisson Goal Distribution

■ Percentuale Poisson ■ Percentuale Reale

Percentuale (%) ↑



Gol Totali per Partita

