

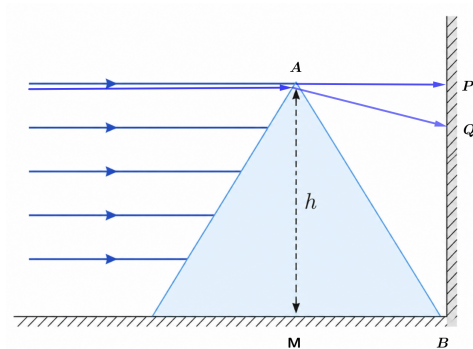
BACKROOMS & Wi-Net Srl.

Nei Corridoi della Fisica

1 L'ombra del prisma

L'angolo di incidenza dei raggi sul prisma è 30° , e dalla legge di Snell sono rifratti nel prisma con un angolo:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\sin 30^\circ}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right).$$



Questi raggi incidono sull'altra faccia del prisma per riemergere in aria con un angolo congruente a $\widehat{PAQ} + 30^\circ$, tale che:

$$\widehat{PAQ} + 30^\circ = \beta = \arcsin[n \sin(60^\circ - \alpha)].$$

Da cui l'altezza cercata della striscia:

$$\overline{PQ} = \overline{MP} \tan(\beta - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}h}{3} \tan(\beta - 30^\circ) \approx 6.212118 \text{ cm.}$$

2 Fuga nei corridoi

Sia L la lunghezza del corridoio. Allora il tempo t_1 necessario per correre i due terzi di questa distanza e il tempo t_2 necessario per camminare il terzo rimanente sono dati da

$$t_1 = \frac{\frac{2}{3}L}{v_1}, \quad t_2 = \frac{\frac{1}{3}L}{v_2}. \quad (1)$$

La velocità media $\langle v \rangle$ è definita come il rapporto tra la distanza totale e il tempo totale impiegato durante la gara:

$$\langle v \rangle = \frac{L}{t_1 + t_2}. \quad (2)$$

Con le dovute sostituzioni:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{\frac{2}{3v_1} + \frac{1}{3v_2}} \approx 23.0769 \text{ km/h} \approx 6.4103 \text{ m/s.}$$

3 Clown e carrucole

Se il clown tira la fune verso il basso con una forza di modulo F , la fune tira con una forza opposta, che si trasmette invariata lungo tutta la fune, fino a tirare i piedi del clown con una forza orizzontale diretta verso sinistra, di modulo F . In definitiva l'equilibrio e le condizioni di distacco impongono il seguente sistema:

$$\begin{cases} F + N - P = 0 \\ F_{att} - F = 0 \\ F_{att} = \mu N \end{cases}$$

dove N è la reazione vincolare del pavimento che si esercita sul clown. Risolvendo si ottiene:

$$F = \frac{\mu P}{1 + \mu} \approx 319.35 \text{ N}$$

4 La giostra

Indicando con T il periodo di rotazione, La velocità degli altoparlanti ha modulo:

$$v_a = \frac{2\pi r}{T}$$

A causa dell'effetto Doppler, Alice percepisce una frequenza proveniente dall'altoparlante alla sua destra pari a :

$$f_d = f \frac{c_o}{c_o - v_a},$$

e da quello alla sua sinistra

$$f_s = f \frac{c_o}{c_o + v_a},$$

dove f è la frequenza emessa dagli altoparlanti. La frequenza dei battimenti è:

$$f_b = f_d - f_s = f \frac{2c_o v_a}{c_o^2 - v_a^2} \approx (66.73 \pm 0.02) \text{ Hz}$$

5 Tra metri e secondi perduti

Nel nuovo sistema di unità la coordinata temporale è

$$t_m = ct \implies t = \frac{t_m}{c}.$$

L'accelerazione gravitazionale ordinaria è definita come

$$g = \frac{\Delta x}{(\Delta t)^2}.$$

Sostituendo l'espressione del tempo si ottiene

$$g = c^2 \frac{\Delta x}{(\Delta t_m)^2}.$$

Da cui essendo:

$$g' = \frac{\Delta x}{(\Delta t_m)^2} \longrightarrow g' = \frac{g}{c^2} \approx 1.09 \times 10^{-16} \text{ m}^{-1}.$$

6 Fuga nel pozzo

La potenza con la quale il calore attraversa un materiale, è data per unità di area dalla formula:

$$k(T_c - T_f)/s$$

dove s è lo spessore ed è lo stesso per tutti gli strati. Essendo le pareti in serie, sono attraversate dallo stesso flusso, pertanto vale:

$$k_{intonaco}(T_{pozzo} - 21^\circ\text{C}) = k_{mattoni}(21^\circ\text{C} - T_{m/l}) = k_{legno}(T_{m/l} - 0^\circ\text{C})$$

dove T_{pozzo} e $T_{m/l}$ indicano la temperatura nel pozzo e dell'interfaccia mattoni-legno. A conti fatti, si ha $T_{pozzo} = 27^\circ\text{C}$.

7 Alle pompe!

Con i dati a disposizione, indicando con 1 e 2 le due macchine, H e L i serbatoi caldi e freddi, abbiamo:

$$Q_{H,1} = 5550 \text{ J}, \quad W_1 = W_2 = 1750 \text{ J}, \quad T_{L,1} = T_{H,2} = T = 503 \text{ K}.$$

Per la macchina di Carnot 1, vale:

$$Q_{L,1} = Q_{H,1} - W_1 = 3800 \text{ J}$$

Il rendimento vale

$$\eta_1 = \frac{W_1}{Q_{H,1}} = 1 - \frac{T}{T_1} \longrightarrow T_1 = \frac{T}{1 - \frac{W_1}{Q_{H,1}}}$$

La macchina 2 riceve come calore in ingresso quello ceduto dalla macchina 1:

$$Q_{H,2} = Q_{L,1} = 3800 \text{ J}.$$

Con lo stesso ragionamento:

$$\eta_2 = \frac{W_2}{Q_{H,2}} = 1 - \frac{T_2}{503} \longrightarrow T_2 = T \left(1 - \frac{W_2}{Q_{H,2}} \right)$$

Il rapporto cercato è:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\left(1 - \frac{W_1}{Q_{H,1}} \right) \left(1 - \frac{W_2}{Q_{H,2}} \right)} \approx 2.7073$$

8 Galleggiante

Per il galleggiante e per la cassa valgono:

$$\begin{cases} \rho_{aria} \frac{4\pi r^3}{3} g + T = \rho_{aria} \frac{2\pi r^3}{3} + \rho_{acqua} \frac{2\pi r^3}{3} g \\ \rho_{acqua} \frac{4\pi r^3}{3} g + T = Mg. \end{cases}$$

ma che dico Sottraendo membro a membro e dividendo per g si ottiene:

$$(\rho_{acqua} - \rho_{aria}) \frac{4\pi r^3}{3} = M - (\rho_{aria} + \rho_{acqua}) \frac{2\pi r^3}{3}$$

da cui:

$$M = 2\rho_{acqua}\pi r^3 - \rho_{aria} \frac{2\pi r^3}{3} \approx 48.5898 \text{ kg}$$

9 Il cavo

Il problema chiede di ricordare che, a parità di materiale e di sezione, la resistenza è direttamente proporzionale alla lunghezza ℓ del cavo. Dunque essendo le tensioni uguali, dalla prima legge di Ohm abbiamo:

$$\Delta V = R_0 i_0 = Ri \longrightarrow \ell_0 i_0 = \ell i$$

Si ha dunque:

$$\ell = \ell_0 \frac{i_0}{i} = 80 \text{ m} \times \frac{2.4 \text{ A}}{2.6 \text{ A}} \approx 73.846 \text{ m}$$

10 La lampada

La diminuzione lineare della potenza corrisponde a una diminuzione lineare della corrente circolante nel filamento, data la diretta proporzionalità tra potenza dissipata e corrente elettrica. In particolare, se consideriamo un piccolo intervallo di tempo Δt , si ha che:

$$P(t) = i(t) \cdot \Delta V = \frac{\Delta Q \cdot \Delta V}{\Delta t} \longrightarrow \Delta Q = \frac{P(t) \cdot \Delta t}{\Delta V}.$$

ΔQ è la carica che passa durante Δt , e si calcola come area del rettangolo di base Δt e altezza $P(t)$, diviso la ddp sempre costante. Per avere la carica totale, si dovrà quindi calcolare il rapporto tra l'area compresa tra il grafico di $P(t)$ e dell'asse del tempo, che è rappresentato da un trapezio, e la ddp :

$$Q = \frac{(60 \text{ W} + 4 \text{ W}) \times (117120 \text{ a} \times 365 \text{ gg/a} \times 24 \text{ h/gg} \times 3600 \text{ s/h})}{120 \text{ V}} \approx 983.9 \text{ MC}$$

11 L'ascensore 1

La seconda legge di Newton, scritta sia quando l'ascensore va su, sia quando va giù porta al seguente sistema:

$$\begin{cases} N^+ = ma + mg \\ N^- = mg - ma \end{cases}$$

dividendo membro a membro si ottiene:

$$\frac{N^+}{N^-} = \frac{g+a}{g-a}$$

Inoltre

$$\mu N^+ = 23.8 \text{ N, e } \mu N^- = 18.6 \text{ N}$$

Da cui:

$$\frac{g+a}{g-a} = \frac{24.8}{18.6} \longrightarrow a = 1.2031 \text{ m/s}^2$$

12 L'ascensore 2

Scegliamo come asse z l'asse della cabina orientato verso l'alto. L'accelerazione della cabina è:

$$a_c = -\frac{GM_T}{(h + R_T)^2}$$

dove $h = 1000$ km. Pertanto, nel sistema di riferimento solidale, alla cabina, che non è inerziale, ogni particella è soggetta non solo alla forza di gravità:

$$-\frac{GmM_T}{(h \pm s + R_T)^2}$$

dove il segno "+" è da utilizzare per la massa che si trova $s = 50$ km sopra il baricentro della cabina, e il segno "-" per la massa che si trova $s = 50$ km sotto, ma anche alla forza apparente $-ma_c$, diretta verso l'alto. Le accelerazioni delle due particelle quindi sono diverse (effetti di marea). Per l'esattezza, partendo da ferme, la particella "+" ha un'accelerazione positiva e si muove verso l'alto, la particella "-" ha un'accelerazione negativa e si muove verso il basso.

$$a_{\pm} = -\frac{GM_T}{(h \pm s + R_T)^2} + \frac{GM_T}{(h + R_T)^2}.$$

È possibile calcolare la distanza che li separa dopo 5 s, supponendo costanti le loro accelerazioni, ricorrendo al moto relativo. L'accelerazione relativa tra le due masse è in modulo:

$$a_r = \frac{GM_T}{(h - s + R_T)^2} - \frac{GM_T}{(h + s + R_T)^2} \longrightarrow \Delta s = \frac{1}{2}a_r t^2 \approx 2.48125 \text{ m}$$

13 L'altalena

In assenza di attrito l'energia si conserva:

$$mgR(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow \frac{mv^2}{R} = 2mg(1 - \cos \theta).$$

Nel punto più basso la II legge di Newton si esprime:

$$\frac{mv^2}{R} = T - mg \longrightarrow m = \frac{T}{2g(1 - \cos \theta) + g}$$

La condizione $T \leq 1450$ N implica che $m \leq 79.7736$ kg.

14 La cinghia

Scegliendo come riferimento per il calcolo dei momenti torcenti e dei momenti angolari un punto sull'asse di rotazione del sistema, abbiamo:

$$M = I\alpha, \text{ dove } \alpha = \frac{\Delta v}{r_{asse}\Delta t}, \quad I = \frac{1}{2}m_{asse}r_{asse}^2 + \frac{1}{2}m_{cil}r_{cil}^2, \text{ e } M = (T_2 - T_1)r_{asse}.$$

A conti fatti si ottiene $T_2 - T_1 \approx 15.5$ N.

15 Corridoi insanguinati

La resistenza idraulica è definita da

$$R = \frac{\Delta P}{Q},$$

il che comporta che max:

$$[R] = M L^{-4} T^{-1}.$$

Inoltre R dipende dalle grandezze in gioco secondo la legge:

$$R \propto \eta^a L^b r^c,$$

le cui dimensioni sono:

$$[\eta] = M L^{-1} T^{-1}, \quad [L] = L, \quad [r] = L.$$

Pertanto

$$M L^{-4} T^{-1} = (M L^{-1} T^{-1})^a L^b L^c.$$

Confrontando gli esponenti si trova:

$$R \propto \frac{\eta L}{r^4},$$

che coincide con la legge di Poiseuille a meno di una costante numerica adimensionale. Poiché durante lo sforzo la viscosità e la lunghezza dell'arteria restano costanti, segue per il rapporto richiesto:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^4 = \frac{1}{1.12^4} \approx 1.574.$$