

ESERCIZI DI RIEPILOGO N.2

In tutti gli Esercizi seguenti, salvo diversa indicazione, si intende sempre fissata una base ortonormale $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ dei vettori dello spazio geometrico.

(1.) Determinare i valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ per cui i vettori $\vec{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\vec{v} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\lambda\mathbf{k}$, $\vec{w} = \mathbf{i} - \mathbf{k}$ sono complanari. In tal caso, esprimere uno di essi come combinazione lineare degli altri due.

(2.) Verificare che i vettori $\vec{u} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\vec{v} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\vec{w} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ sono linearmente indipendenti, ed esprimere $\vec{t} = -5\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ come loro combinazione lineare.

(3.) Determinare il valore di $\lambda \in \mathbb{R}$ per cui i vettori $\vec{u} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\vec{v} = (\lambda + 1)\mathbf{i} - \lambda\mathbf{j} - \mathbf{k}$ formano un angolo di $\pi/3$.

(4.) Determinare i vettori complanari a $\vec{u} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ e $\vec{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, che sono perpendicolari a $\vec{w} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$.

(5.) Dati i vettori $\vec{u} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$ e $\vec{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, calcolare l'angolo da essi formato. Determinare, se esiste, il vettore \vec{x} perpendicolare a \vec{u} e tale che $\vec{x} \wedge \vec{u} = \vec{v}$.

(6.) Determinare il volume del tetraedro individuato dai vettori $\vec{u} = 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\vec{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ e $\vec{w} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.