

**SCHRÖDINGER'S CAT IS  
ALIVE**

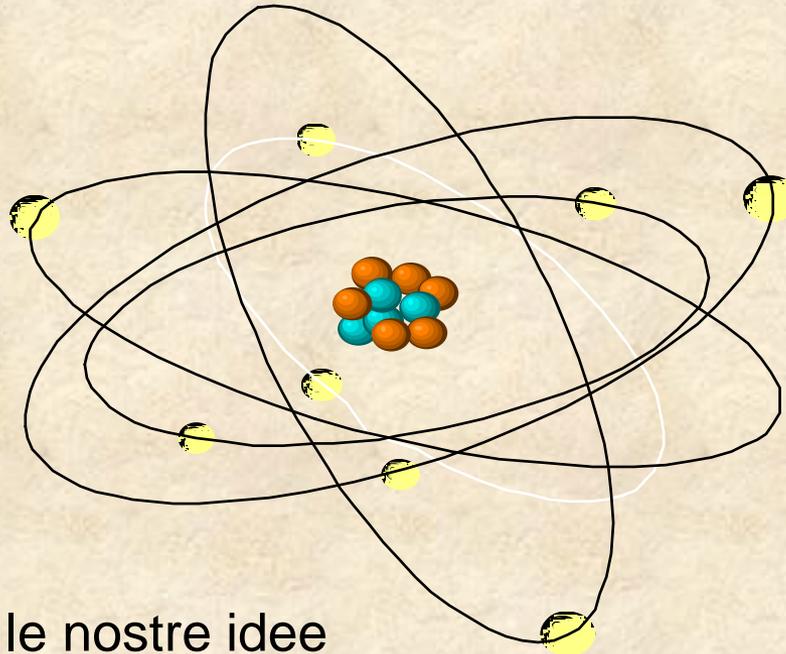


**Schrödinger's cat is  
ALIVE**



# La Meccanica Quantistica

- Se quando pensiamo a un atomo ci immaginiamo qualcosa di questo tipo



- Dobbiamo rivedere le nostre idee



# **LA CRISI DELLA FISICA CLASSICA**



# La crisi della fisica classica

- Un secolo fa evidenze sperimentali contraddisero le teorie classiche (la meccanica newtoniana e l'elettromagnetismo di Maxwell).
- Si rese quindi necessaria una riformulazione della fisica; tale riformulazione e' una delle avventure piu' avvincenti della storia del pensiero umano.

- *Se la fisica classica e' contraddetta dagli esperimenti, perche' continuiamo a studiarla e a utilizzarla?*

Perche' le violazioni della fisica classica divengono apprezzabili a scale di distanze molto piccole (confrontabili con le dimensioni di un atomo,  $\sim 10^{-10}$  m) o a velocita' molto grandi (confrontabili con la velocita' della luce,  $c \sim 3 \cdot 10^8$  m/s).

Per le velocita' e le distanze in gioco nella nostra vita quotidiana la meccanica classica fa un buon lavoro...



## Alcuni ingredienti della fisica classica

- *Viviamo in un mondo tridimensionale, nel quale il movimento e' scandito dal tempo. Gli intervalli spaziali e temporali sono invarianti rispetto al sistema di riferimento in cui vengono misurati.*
- *L'universo e' omogeneo e isotropo; il tempo e' omogeneo.*
- I sistemi fisici elementari vengono descritti attraverso il formalismo delle particelle o delle onde.
- Le variabili che descrivono i sistemi sono continue.



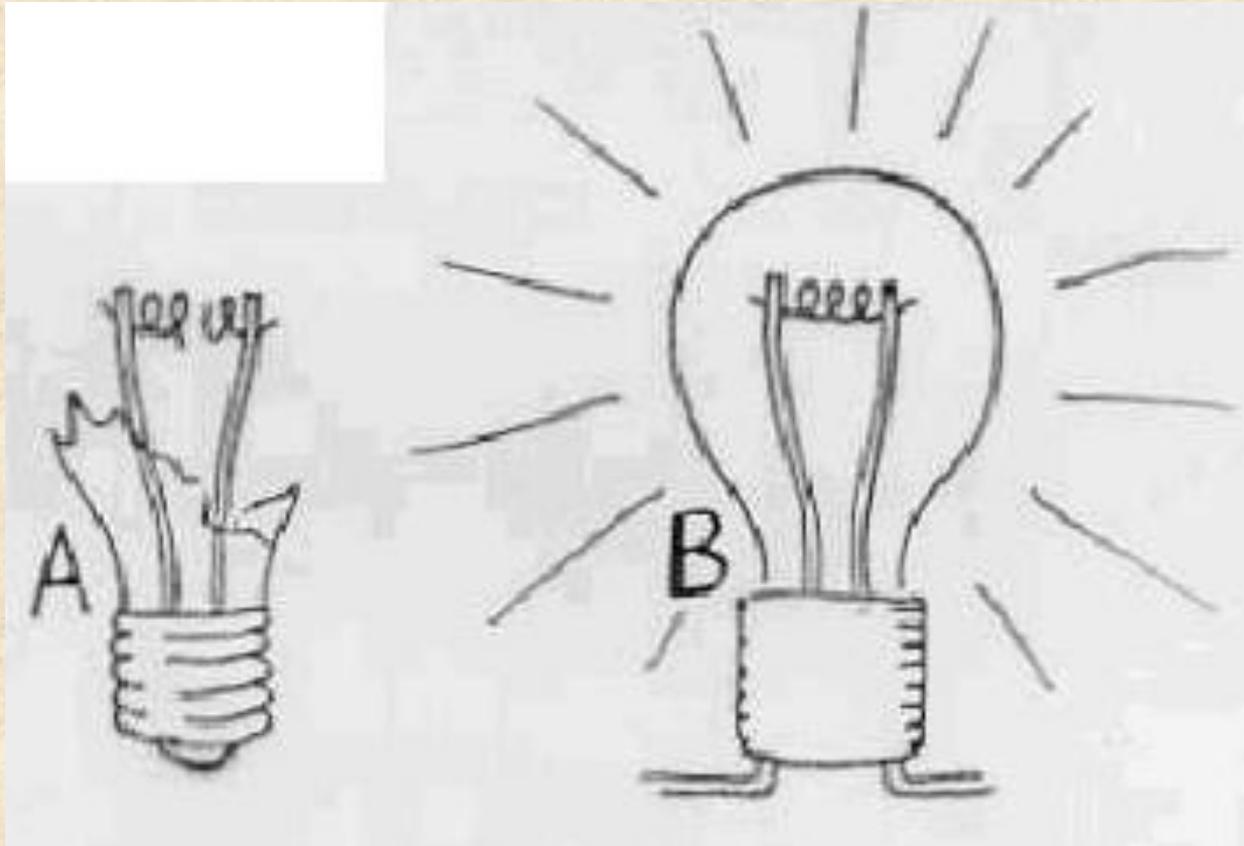
# Verso la fisica quantistica

Alcuni fenomeni sono difficili da inquadrare nella fisica classica...

- Gli atomi
  - possono essere stabili
  - emettono luce solo in determinate lunghezze d'onda
- La radiazione di un corpo si comporta in modo diverso da quanto predetto dall'elettromagnetismo classico
- La luce ha, a volte, proprietà difficili da spiegare se considerata come un'onda
- Le particelle hanno, a volte, proprietà difficili da spiegare nel modello corpuscolare



Quale di queste lampade emette radiazione elettromagnetica ?



- 1) A
- 2) B
- 3) A e B
- 4) Nessuna delle due



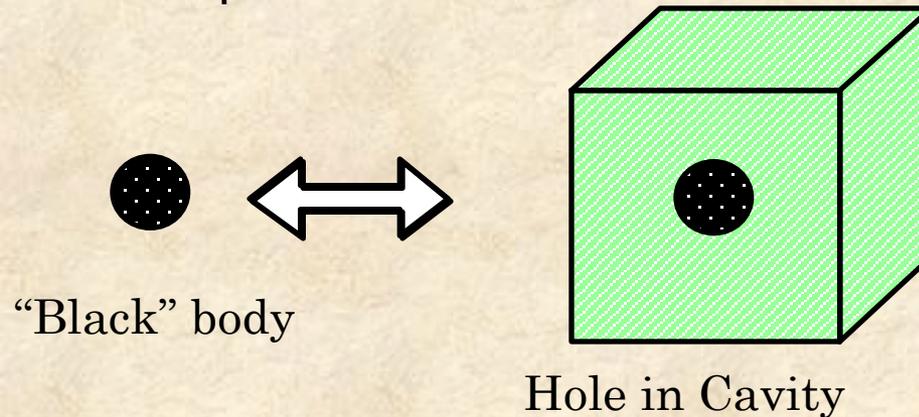
# La radiazione di corpo nero

- Ogni oggetto a qualunque temperatura  $T > 0$  irradia in forma di radiazione elettromagnetica; allo stesso modo assorbe parte della radiazione incidente

**Legge di Stefan-Boltzmann:**

$$I = \sigma T^4 \quad \left( \sigma \sim 5.7 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \right)$$

- Corpo nero: l'assorbitore perfetto



- Interpretazione classica: gli atomi che costituiscono l'oggetto vibrano; più l'oggetto è "caldo" e più la vibrazione è veloce e quindi la frequenza è alta



# Corpo nero: fatti sperimentali e calcolo classico

- **Legge di Wien:** lo spettro di emissione di un corpo nero ha un picco a

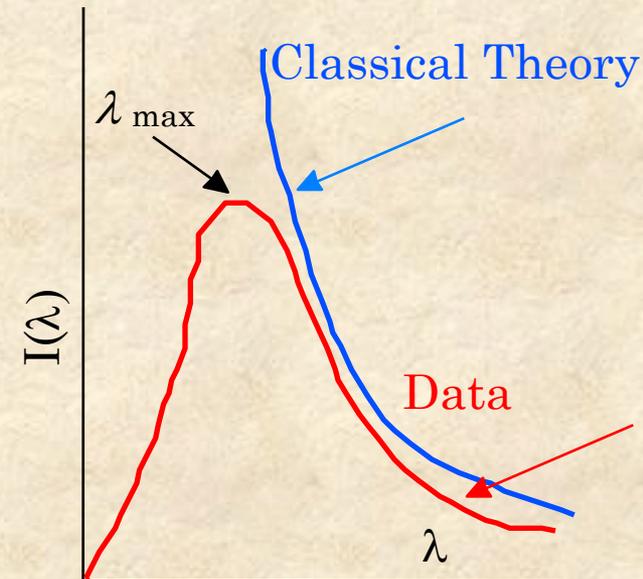
$$\lambda_{\max} = \frac{2.9 \mu m}{T / 1000 K}$$

Esempio: il sole, approssimato da un assorbitore perfetto, ha  $T \sim 6000 K$

- **Calcolo classico (Raileigh-Jeans):** se il corpo nero e' un insieme di oscillatori che possono assumere qualunque frequenza, e che in transizioni di livello emettono/assorbono *quanti* di energia:

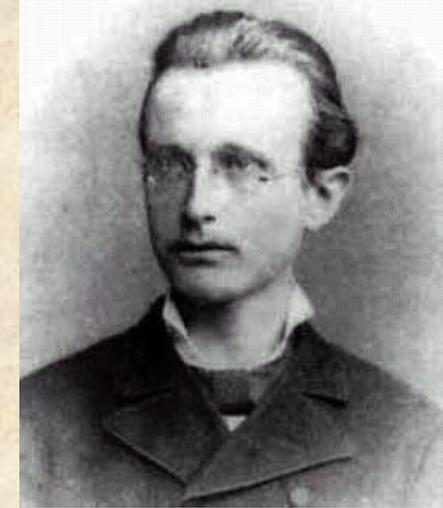
$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^2} K_B T$$

Non ha un massimo; tutto dovrebbe emettere nel blu e oltre, e una catastrofe ultravioletta dovrebbe succhiare via tutta l'energia





# L'ipotesi di Planck



■ **Calcolo classico:** se il corpo nero e' un insieme di oscillatori che possono assumere qualunque frequenza:

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^2} K_B T$$

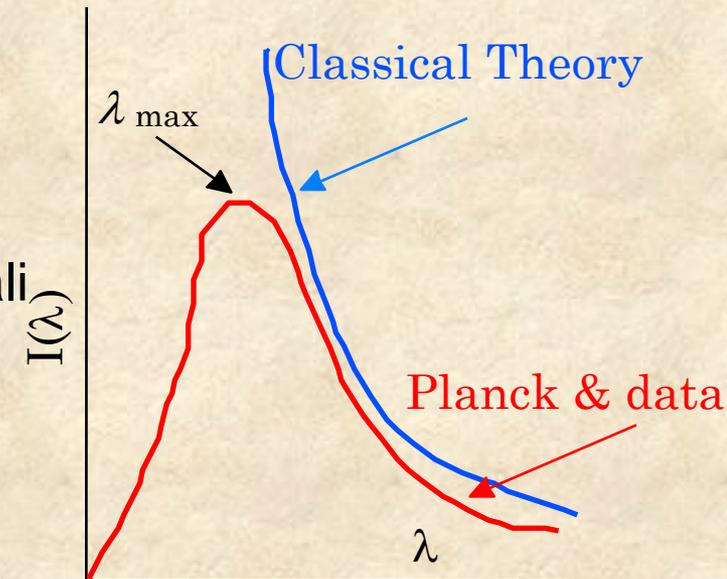
■ **Planck:** Il calcolo classico e' accurato nel limite di grandi lunghezze d'onda.

Per eliminare la divergenza ultravioletta, suppone che la radiazione possa avere solo frequenze che soddisfano alla

$$E = n h \nu$$

Ottiene una funzione che fitta i dati sperimentali per  $h \sim 6.6 \cdot 10^{-34}$  Js

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi h}{\lambda^3 \left( e^{\frac{hc}{K_B \lambda T}} - 1 \right)}$$





# Interpretazione dell'ipotesi di Planck

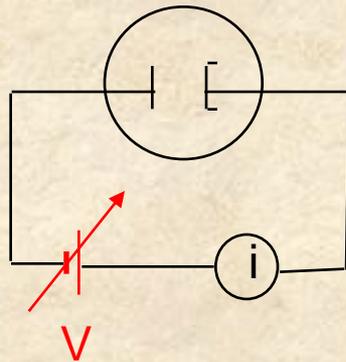
- **Planck:** Il calcolo classico e' accurato nel limite di grandi lunghezze d'onda, ed e' il limite per  $\lambda \rightarrow +\infty$
- Gli oscillatori elementari possono assumere solo energie *quantizzate* che soddisfano alla relazione  $E = nh\nu$ , dove  $h$  e' una costante universale
  - $n$  e' chiamato numero quantico
- Le transizioni di livello vengono accompagnate dall'emissione/assorbimento di quanti di radiazione (fotoni)
- La fisica quantistica coincide con la fisica classica nel limite  $\lambda \rightarrow +\infty$



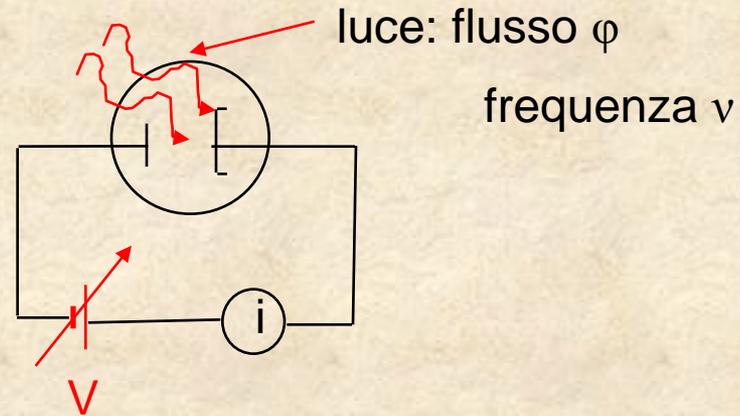


# L'effetto fotoelettrico

- Nella situazione in figura, si osservo' che anche in assenza di ddp si misurava corrente quando il catodo metallico era illuminato.



Buio:  $i=0$  @  $V=0$



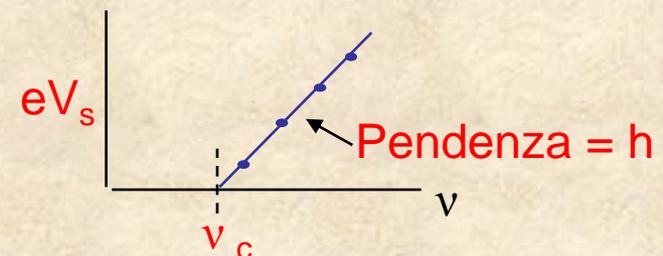
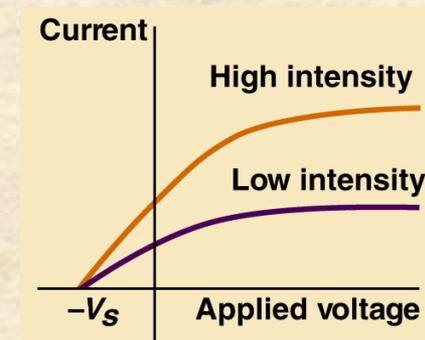
Luce:  $i \neq 0$  anche quando  $V=0$

- Ipotesi: la luce fa emettere elettroni al catodo



# L'effetto fotoelettrico e la fisica classica

- Come puo' la luce incidente far emettere elettroni al catodo nella fisica classica? Presumibilmente il campo elettrico associato ad essa accelera gli elettroni vincendo la forza che li lega al nucleo.
- Osservazioni sperimentali:
  - L'emissione e' proporzionale a  $\varphi$
  - L'emissione e' istantanea, e il tempo di risposta non dipende da  $\varphi$
  - Se la frequenza viene mantenuta costante e  $V$  e' diretto in modo tale da opporsi alla corrente, questa diviene 0 per un certo valore del potenziale  $V = -V_s$ .  $V_s$  (4-5 V) non dipende da  $\varphi$ 
    - Quindi gli elettroni lasciano la superficie con una distribuzione di energie cinetiche che ha un massimo a  $eV_s$
  - $V_s$  dipende dalla frequenza della luce incidente:  $eV_s = K_{\max} = h\nu - E_0$





# La spiegazione di Einstein



- Se la frequenza viene mantenuta costante e  $V$  e' diretto in modo tale da opporsi alla corrente, questa diviene 0 per un certo valore del potenziale  $V = -V_s$ .  $V_s$  non dipende da  $\varphi$ 
  - Quindi gli elettroni lasciano la superficie con una distribuzione di energie cinetiche che ha un massimo a  $eV_s$
- $V_s$  dipende dalla  $\nu$  della luce incidente:  $eV_s = K_{max} = h\nu - E_0$
- 1905: il giovane Einstein propone una spiegazione (e' l'inizio della MQ) per la quale viene insignito del premio Nobel
  - L'energia e' trasportata da piccoli "pacchetti" chiamati fotoni
  - Se la radiazione ha lunghezza d'onda  $\lambda = c/\nu$  l'energia di ogni fotone e'

$$E = h\nu = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = \hbar\omega$$

- La radiazione di frequenza  $\nu$  ha grande  $\varphi$  se composta da molti fotoni e piccola  $\varphi$  se composta da pochi fotoni

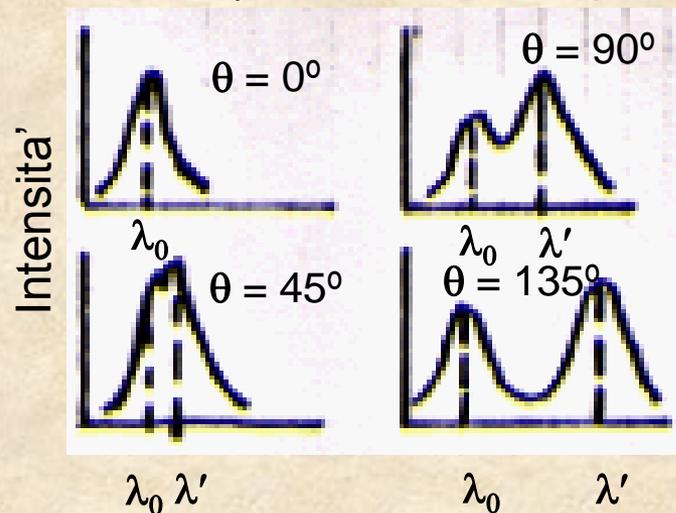
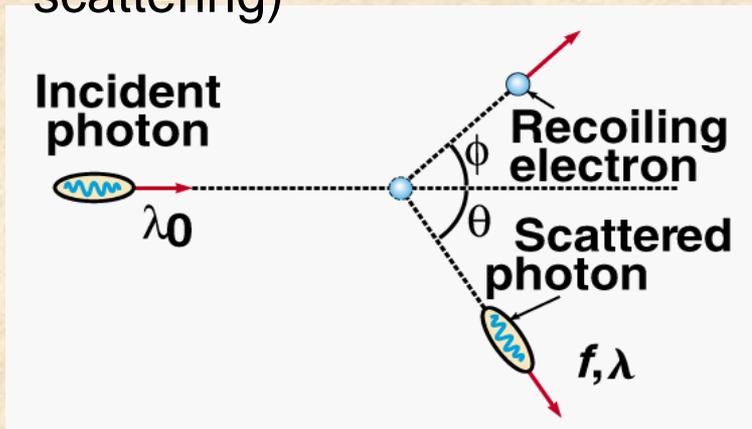
Questa spiegazione indica una natura corpuscolare (singole particelle) della radiazione



# L'effetto Compton

- Le onde elettromagnetiche trasportano **energia e momento**

Effetto Compton: nella collisione della luce con un elettrone in quiete, la luce diffusa cambia la sua lunghezza d'onda (e la nuova  $\lambda$  dipende dall'angolo di scattering)



■ Non esiste spiegazione classica...



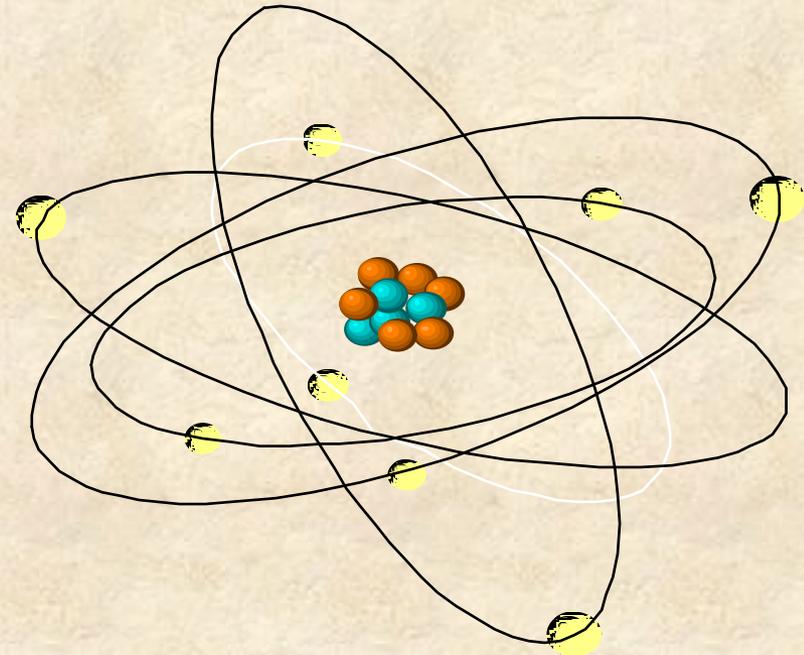
# L'effetto Compton: spiegazione quantistica (relativistica)

- Ancora una volta trattare la luce come un insieme di particelle (fotoni) tali che  $E=h\nu$  in collisione elastica contro gli elettroni spiega il fenomeno !
- La dimostrazione assume solo che il fotone e l'elettrone siano particelle puntiformi, e che il momento e l'energia siano conservate nell'urto



# L'atomo

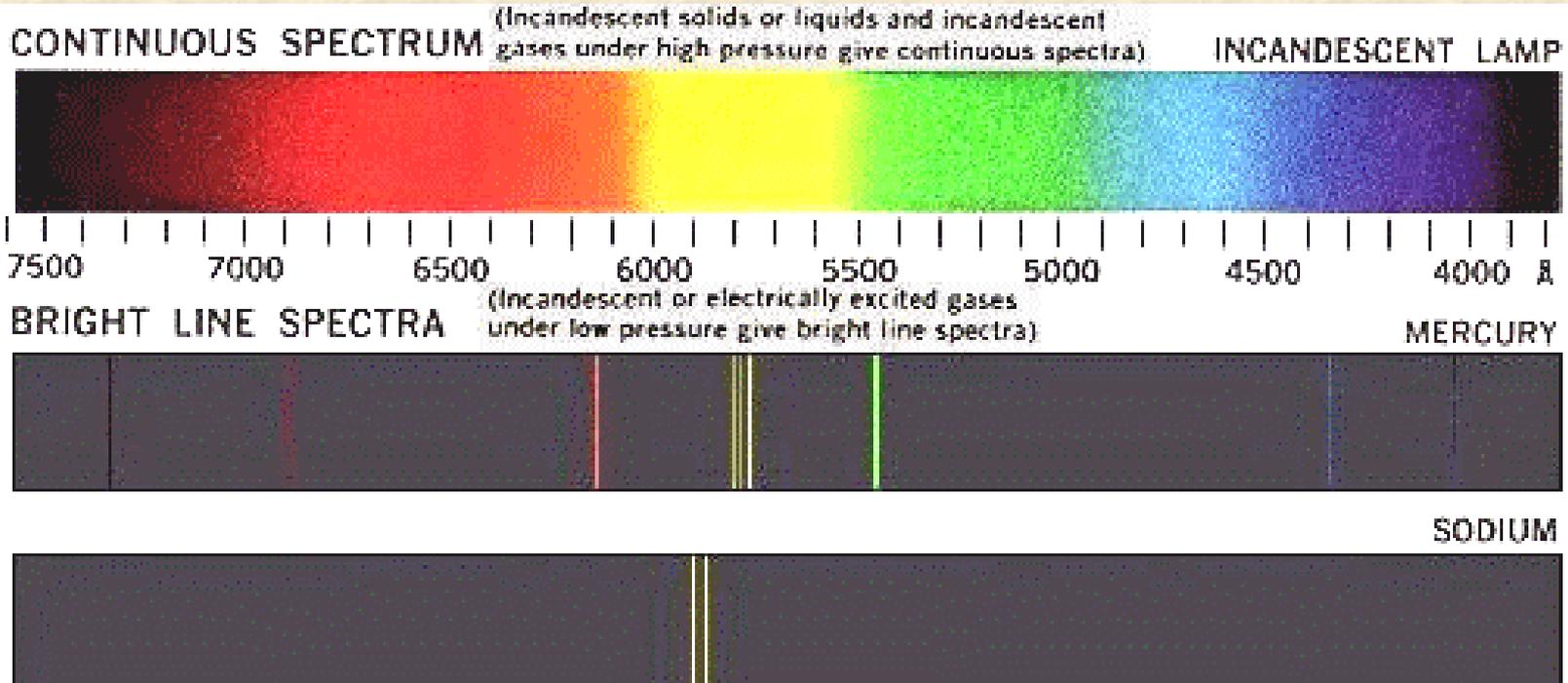
- All'inizio del 900 era noto che l'atomo era costituito da un nucleo pesante di carica positiva e da elettroni negativi "leggeri": fu naturale quindi pensare che gli elettroni "orbitassero" attorno al nucleo.
- Conseguenze secondo la fisica classica:
  - Qualunque orbita ellittica dovrebbe essere consentita
  - Gli elettroni, essendo soggetti a un moto accelerato, dovrebbero irraggiare e cadere nel nucleo
  - Lo spettro dell'irraggiamento dovrebbe essere continuo





# Spettri di emissione

- Perche' gli atomi di un elemento possono emettere luce con spettro di energia discreto ?



Per l'idrogeno  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$   $m < n$  interi

$R_H$  legata "numerologicamente" a  $h$

- Ci dev'essere sotto qualcosa...



## Riepilogo

- A cavallo del '900 si pensava di avere una teoria completa della fisica (meccanica corpuscolare per le particelle e la meccanica ondulatoria per la radiazione)
- Radiazione di corpo nero
  - E' plausibile che l'energia di determinati sistemi sia quantizzata (fatto inspiegabile per la fisica classica)
    - Ruolo della **costante di Planck**,  $h \sim 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
- La radiazione elettromagnetica manifesta proprieta' corpuscolari: in determinate condizioni la luce va considerata come un insieme di fotoni ciascuno con energia

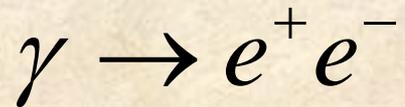
$$E = h\nu = \hbar\omega$$

- Effetto fotoelettrico
- Effetto Compton

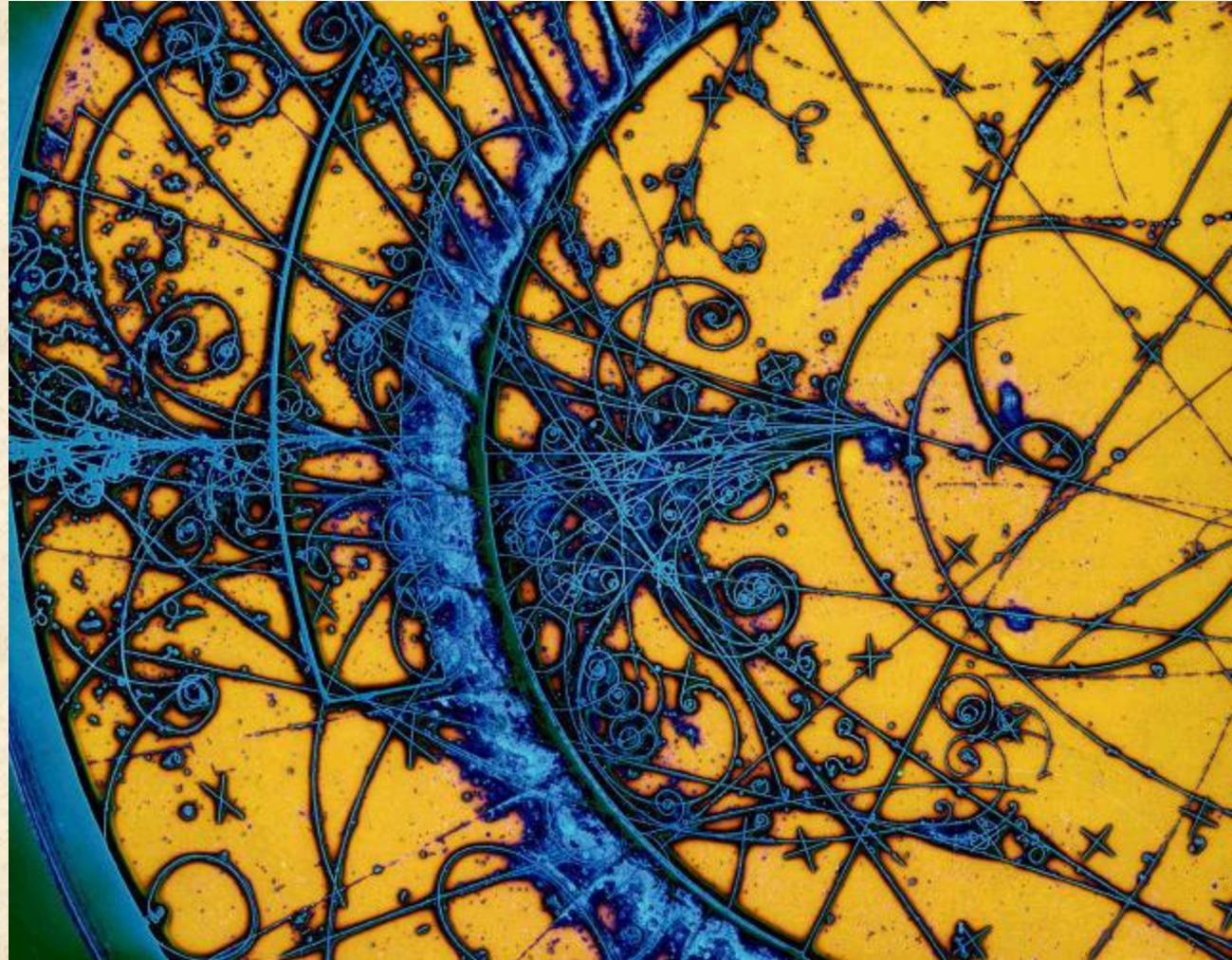


# Natura corpuscolare della radiazione: oggi abbiamo *prove schiaccianti...*

■ La reazione



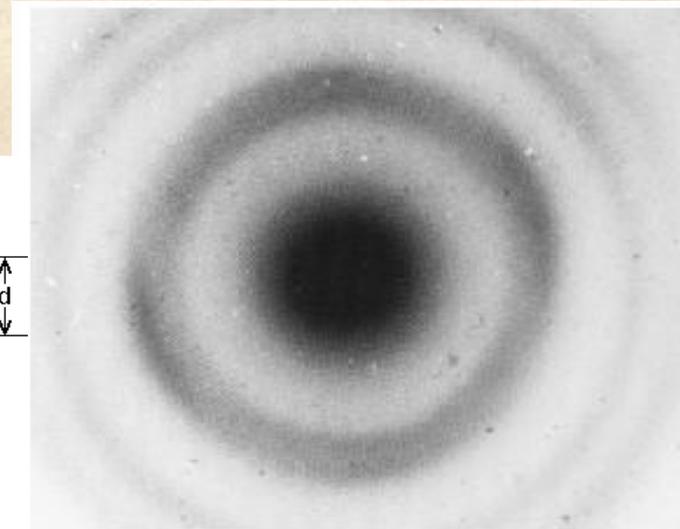
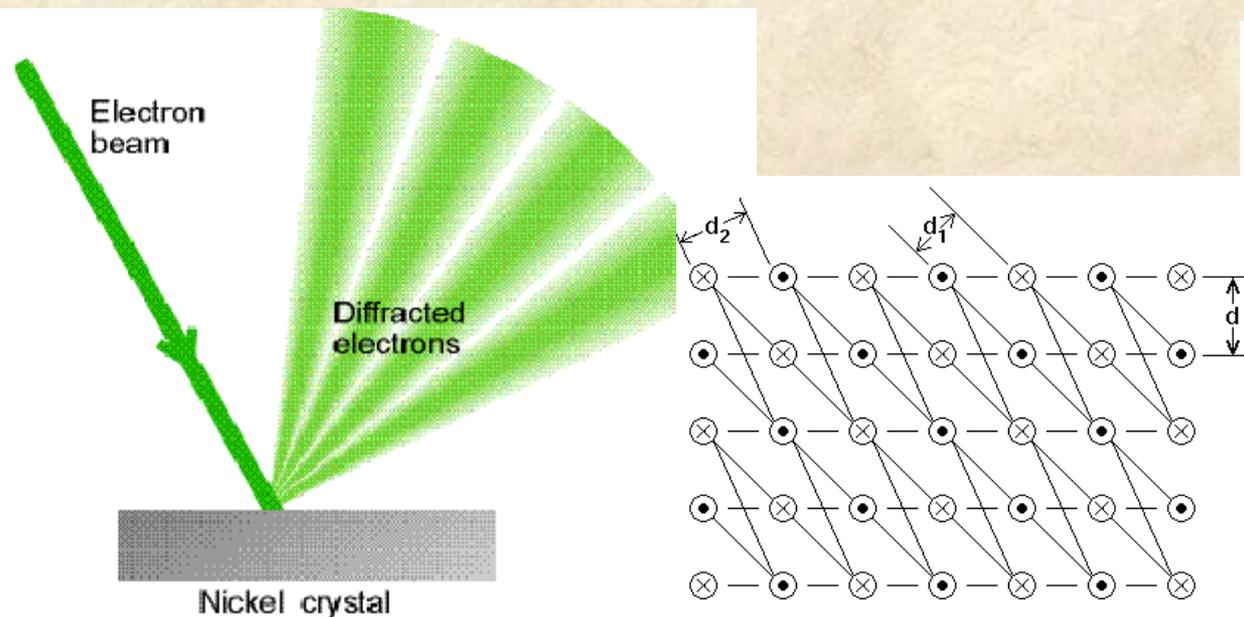
(attenzione,  
richiede  
interazione con la  
materia) e' stata  
“fotografata”  
milioni di volte in  
camera a bolle





# Proprieta' ondulatorie della materia

- Se la luce puo' avere manifestazioni corpuscolari, le particelle potrebbero essere soggette a fenomeni che richiedono di invocare la meccanica ondulatoria
- Un esperimento chiave: diffrazione degli elettroni (Davisson & Germer 1925)
- Se gli elettroni fossero onde, si manifesterebbero proprieta' diffrattive...  
Gli elettroni manifestano patterns di diffrazione





# L'ipotesi di de Broglie



- Qual e' la lunghezza d'onda associata a una particella ?

Ipotesi di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \hbar k$$

- Spiega I risultati di Davisson e Germer...

Esempio: qual 'e' la lunghezza d'onda associata a un elettrone che si muove a  $10^7$  m/s ?

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})}{(9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(10^7 \text{ m/s})} = 7.28 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

(piu' piccola della dimensione di un atomo; notare la dipendenza da m)

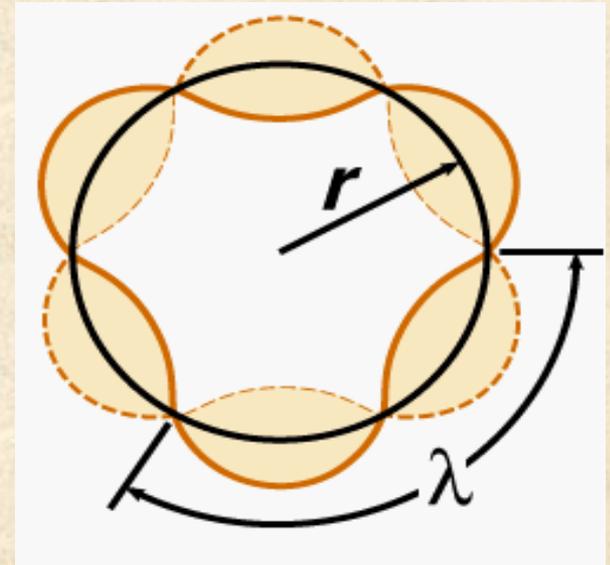


# Gli elettroni in un atomo: modello semiclassico

- Supponiamo che le orbite degli elettroni in un atomo per le quali l'onda e' stazionaria possano essere le sole orbite stabili...

$$2 \pi r = n \lambda \quad n=1,2,3,\dots$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{p} \Rightarrow pr = \mathbf{L = n\hbar}$$



- Il momento angolare e' quantizzato !  
(quest'ipotesi era stata formulata da Bohr come postulato)



# Livelli energetici dell'atomo di idrogeno

■ Dalla relazione di de Broglie e dall'ipotesi di stazionarietà abbiamo ricavato che in un modello semiclassico il raggio dell'orbita dell'elettrone può assumere solo valori

$$r_n = \frac{\hbar^2}{k_e m_e} n^2$$

- Si noti che il più piccolo raggio è  $r_1 = \frac{\hbar^2}{k_e m_e} = .0529 \text{ nm} \equiv a_0$  (raggio di Bohr)

■ Il raggio e l'energia sono in relazione:

$$E = -k_e \frac{e^2}{2r}$$

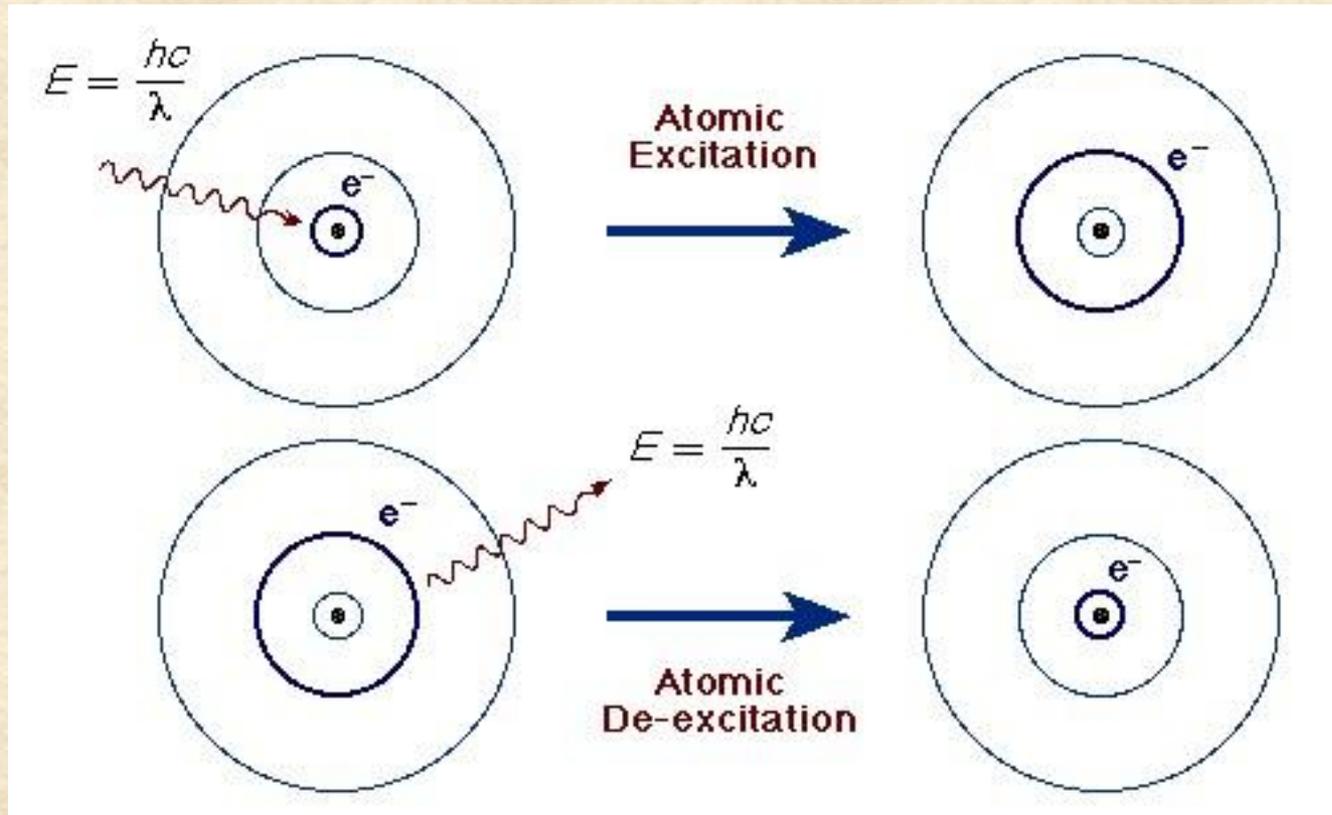
■ Quindi anche l'energia è quantizzata:

$$E_n = -k_e \frac{e^2}{2r_n} = -\frac{k_e e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$



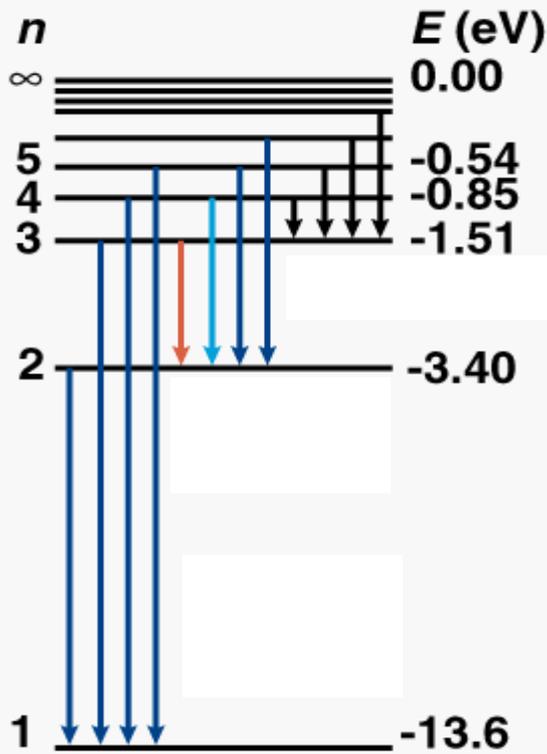
# Transizioni di livello

- E' immaginabile che un elettrone, nel passare da uno stato di energia  $E_i$  a uno stato di energia  $E_f < E_i$ , emetta un quanto di energia (fotone) tale che  $\nu = (E_i - E_f)/h$  (si noti che questa fu una delle ipotesi di Bohr)





# Transizioni di livello: quanti



- Passaggio da uno stato di energia  $E_i$  a uno stato di energia  $E_f < E_i$ , emissione di un fotone tale che  $\nu = (E_i - E_f)/h$

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = k_e \frac{e^2}{2a_0 h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = k_e \frac{e^2}{2a_0 h c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \equiv R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

- Otteniamo la relazione di Balmer !  
(la situazione e' simmetrica per lo spettro di assorbimento)



## Limitazioni

- Modelli semiclassici con ipotesi ad hoc riescono quindi a spiegare i fenomeni... Tuttavia non possiamo dirci soddisfatti:
  - Non sappiamo perché gli elettroni negli stati stazionari non irradiano
  - Non sappiamo quando una particella si comporta come onda e quando come particella
- La chiave è nel superamento dei concetti di onda e di particella e nella formulazione di una nuova fisica !



# Funzione d'onda

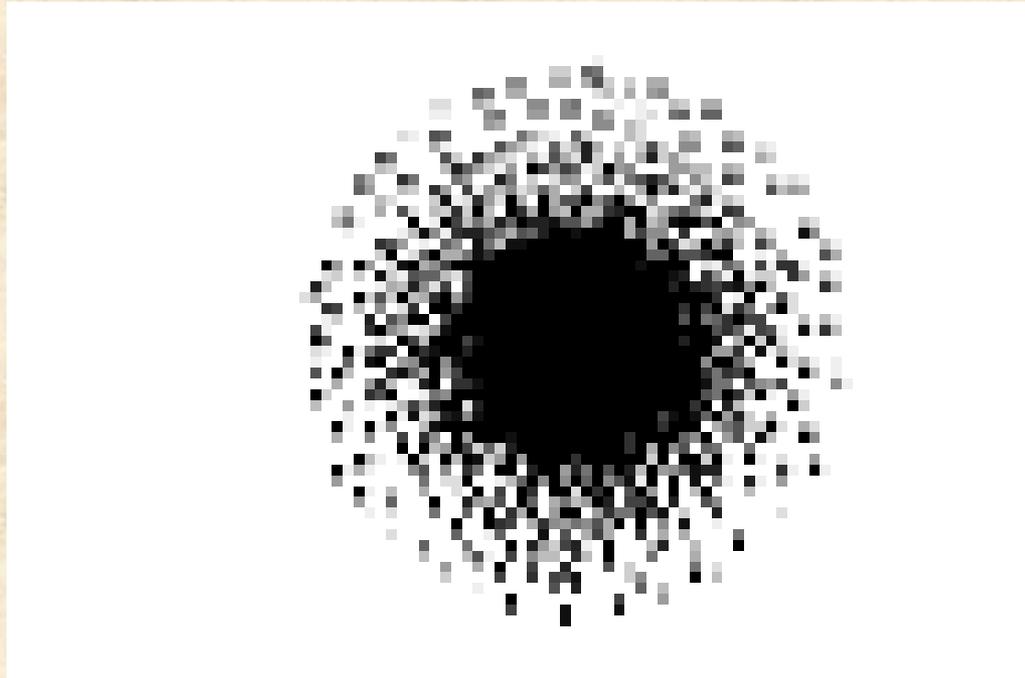
- Possiamo descrivere la posizione di una particella attraverso una funzione d'onda  $\psi(\mathbf{r}, t)$ . Tale assunzione assorbe i concetti classici di “onda” e di “particella” ad un tempo.
  - Il piu' piccolo spazio per  $\psi$  e' quello delle funzioni complesse !
- Il quadrato della funzione d'onda e' l'intensita', e da' la probabilita' di trovare la particella in un determinato istante in un dato luogo:

$$dP(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 dV \Rightarrow P_V(t) = \int_V |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 dV$$



## L'atomo?

- Forse ora quando pensiamo a un atomo ci immaginiamo qualcosa di questo tipo:



...siamo sulla buona strada, ma la realta' e' piu' complessa...



# Prime conclusioni della meccanica quantistica...

- A cavallo del '900 si pensava di avere una teoria completa della fisica (meccanica corpuscolare per le particelle e la meccanica ondulatoria per la radiazione) Esperimenti dimostrano che:
  - I livelli energetici di stati legati come gli elettroni negli atomi possono essere quantizzati
  - La radiazione elettromagnetica manifesta proprietà corpuscolari: in determinate condizioni la luce va considerata come un insieme di *fotoni* ciascuno con energia

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

- Le particelle manifestano proprietà ondulatorie: in determinate condizioni vanno considerate come onde:

$$p = h / \lambda \equiv \hbar k \quad (E, \vec{p}) = \hbar (\omega, \vec{k})$$

- Ruolo della **costante di Planck**,  $h \sim 6.6 \cdot 10^{-34}$  Js
- I concetti di onda e di particella possono venire unificati se gli enti fisici vengono descritti da funzioni d'onda  $\psi(\mathbf{r}, t)$ .



## L'equazione d'onda...

- Possiamo descrivere la posizione di una particella attraverso una funzione d'onda  $\psi(\mathbf{r}, t)$ . Tale assunzione assorbe i concetti classici di “onda” e di “particella” ad un tempo.
- Il quadrato della funzione d'onda e' l'intensita', e da' la probabilita' di trovare la particella in un determinato istante in un dato luogo:

$$dP(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \Rightarrow P_V(t) = \int_V |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 dV$$

- **IMPLICAZIONI...**



# Verso la meccanica quantistica moderna

- Principio di indeterminazione
- ↓
- Principio di complementarieta'
  - Sovrapposizione di stati
  - Interferenza e.....
    - Entanglement (?)