

Isospin

Momenti Angolari in Meccanica Quantistica

$$[J_i, J_j] = i\hbar \sum_{k=1,2,3} \epsilon_{ijk} J_k$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{ijk} &= 1 && \text{per } i = 1, j = 2, k = 3 \text{ o permutazione ciclica} \\ \epsilon_{ijk} &= -1 && \text{per } i = 1, j = 3, k = 2 \text{ o permutazione ciclica} \\ \epsilon_{ijk} &= 0 && \text{per due indici uguali} \end{aligned}$$

$$J^2 |jm\rangle = j(j+1)\hbar^2 |jm\rangle \quad J_z |jm\rangle = m\hbar |jm\rangle$$

$$\begin{aligned} j &\text{ assume valori interi o semi-interi} \\ -j &\leq m \leq j \end{aligned}$$

Somma momenti angolari

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$$

Autostati di $J_{1,2}^2$ e $J_{z,1,2}$

$$|j_1 m_1\rangle \quad e \quad |j_2 m_2\rangle$$

Autostato di J^2 e J_z

$$|j_1 j_2; jm\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | jm \rangle |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$$

$\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | jm \rangle$ coefficiente di Clebsch-Gordan.

$$J^2 |j_1 j_2; jm\rangle = j(j+1)\hbar^2 |j_1 j_2; jm\rangle \quad J_z |j_1 j_2; jm\rangle = m\hbar |j_1 j_2; jm\rangle$$

Due fermioni con spin 1/2

$$|j_1 m_1\rangle = \left| \frac{1}{2} s_1 \right\rangle \quad e \quad |j_2 m_2\rangle = \left| \frac{1}{2} s_2 \right\rangle$$

Caso $J=0$ Singoletto

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 00 \right\rangle &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| 00 \rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\ &+ \left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right| 00 \rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right) \end{aligned}$$

Caso J=1 Tripletto

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 11 \right\rangle &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right| 11 \rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\
 \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 10 \right\rangle &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| 10 \rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\
 &+ \left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right| 10 \rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right) \\
 \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 1 - 1 \right\rangle &= \left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| 1 - 1 \rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\
 &= \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle
 \end{aligned}$$

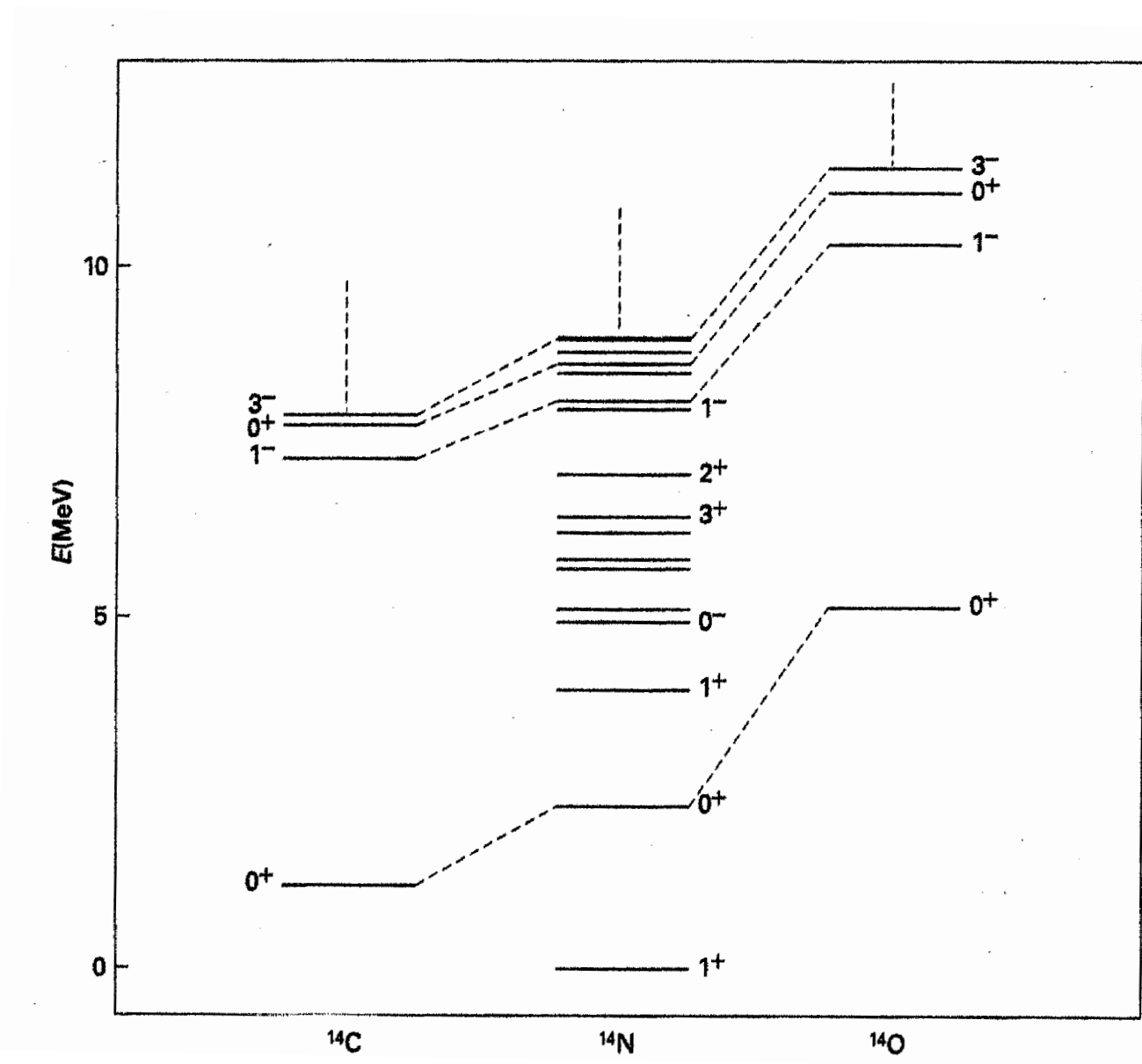
Isospin

- $m_p \simeq m_n$
- Interazione p-p, n-n e p-n identica ogni volta che è possibile il confronto (senza Coulomb)

Protone e neutrone due casi della stessa particella.

Si assegna un numero quantico detto isospin, o spin isotopico, che si comporta come un momento angolare, e nella sua terza proiezione assume due valori

$$\frac{1}{2} \text{ protone} \quad -\frac{1}{2} \text{ neutrone}$$



Spettri di eccitazione dei nuclei ^{14}C , ^{14}N e ^{14}O .

Domande

[N4-1] La figura è utilizzata per dedurre che l'isospin è un numero quantico che si comporta come un momento angolare. Spiega come si raggiunge questa conclusione.