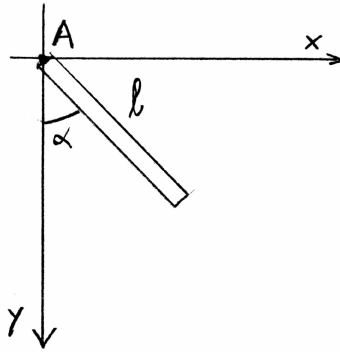


Domande Contenute nel File:

CR/CR.tex

1)



01

La sbarra mostrata in figura, di lunghezza l e di massa m , può ruotare liberamente attorno all'estremo A in un piano verticale definito dagli assi x e y . Inizialmente, si trova in posizione orizzontale (parallela all'asse x) e quindi è lasciata cadere. Nell'istante in cui essa forma un angolo α con la verticale, definita dall'asse y ,

calcolare

- (a) la sua velocità angolare,
- (b) la sua accelerazione angolare. (Il segno è positivo per un vettore che esce dal piano x,y)

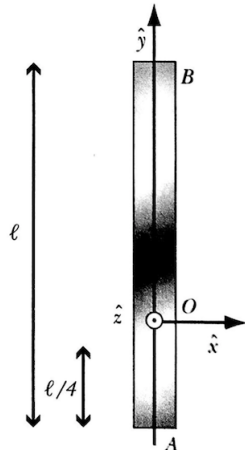
(Il momento di inerzia di una sbarra omogenea di massa m e lunghezza l calcolato rispetto ad un asse ortogonale alla sbarra e passante per il suo centro di massa è $I^{\text{CM}} = \frac{1}{12}ml^2$)

(Dati: $l = 60 \text{ cm}$, $\alpha = 30^\circ$, $g = 9.81 \text{ m / s}^2$.)

(Sol.: $\omega = 6.52 \text{ rad/s}$, $d\vec{\omega}/dt = -12.26 \hat{z} \text{ rad / s}^2$).

2)

02



1

Una sbarra sottile omogenea AB , di lunghezza l e massa m , può ruotare liberamente (senza attrito) in un piano \hat{x}, \hat{y} intorno ad un asse orizzontale z ortogonale al piano di rotazione e passante per un punto O distante $l/4$ dall'estremo A . Il campo gravitazionale è allineato alla direzione $-\hat{y}$.

Supponendo che la sbarra
si trovi inizialmente nella po-
sizione con l'estremità B nel
punto più alto (come mostra-

to in figura) e di lasciare la sbarra libera di ruotare partendo da tale posizione iniziale, calcolare:

- a) il momento d'inerzia della sbarra rispetto all'asse passante nel punto O e ortogonale alla sbarra,
- b) l'energia potenziale della sbarra quando il punto B si trova nel punto più alto,
- c) l'energia potenziale della sbarra quando quest'ultima si trova nella posizione orizzontale, ovvero quando il punto B si trova nella posizione con $y = 0$, cioè quando la sbarra è parallela all'asse \hat{x} ,
- d) l'energia cinetica della sbarra quando passa dalla posizione orizzontale.

(Il momento di inerzia di una sbarra omogenea di massa m e lunghezza l calcolato rispetto ad un asse ortogonale alla sbarra e passante per il suo centro di massa è $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12}ml^2$)

(Dati: $l = 120$ cm, $m = 40$ kg, $g = 9.81$ m/s².)

(Sol: a) 8.4 kg/m², b) 235 J, c) 117 J, d) 117 J.)

- 3) Un'asta omogenea di massa M e lunghezza totale l è posta in rotazione con una frequenza ν . In questa configurazione iniziale, a distanza d dai bordi dell'asta ci sono due pesi di massa m . Durante la rotazione i due pesi si spostano fino a raggiungere i bordi dell'asta. Qual è la velocità angolare nella configurazione finale? Qual è la variazione dell'energia cinetica dell'intero sistema? 03

(Il momento di inerzia di una sbarra omogenea di massa M e lunghezza l calcolato rispetto ad un asse ortogonale alla sbarra e passante per il suo centro di massa è $I^{\text{CM}} = \frac{1}{12}Ml^2$)

(Dati: $m = 25$ kg, $l = 2.6$ m, $M = 10$ kg, $\nu = 5$ giri/minuto, $d = 60$ cm.)

(Sol. $\omega_B = 0.175$ rad/s, $\Delta E = -5.5$ J.)

- 4) Un'asta di lunghezza l e massa M è sistemata lungo l'asse y di un piano verticale x, y nel quale può ruotare liberamente, senza attriti, attorno ad un perno A posizionato in uno dei due estremi. Un proiettile di massa m e velocità v diretta lungo l'asse x colpisce l'asta ad una distanza a dalla posizione del perno e si conficca in essa. 04

- a) Calcolare il valore del momento angolare del sistema rispetto ad A poco

prima dell'urto.

b) Considerando che il valore del momento angolare prima e dopo l'urto si conserva, calcolare il valore della velocità angolare del sistema rispetto ad A immediatamente dopo l'urto.

c) Determinare se l'urto è elastico o anelastico stimando il Q -valore della reazione, differenza tra l'energia dopo e prima della collisione.

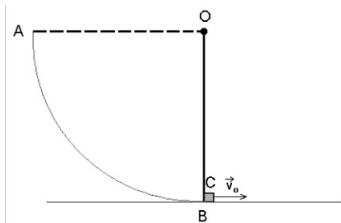
(Il momento di inerzia di una sbarra omogenea di massa M e lunghezza l calcolato rispetto ad un asse ortogonale alla sbarra e passante per il suo centro di massa è $I^{\text{CM}} = \frac{1}{12} M l^2$)

(Dati: $M = 20 \text{ kg}$, $m = 4.0 \text{ g}$, $l = 60 \text{ cm}$, $a = 50 \text{ cm}$, $v = 400 \text{ m/s}$)

(Sol: a) $0.8 \text{ kg m}^2/\text{s}$, b) 0.3332 rad/s , c) $Q < 0$.)

5)

05



Un'asta uniforme, di lunghezza l e massa M , è incernierata nel suo estremo O ad un perno fisso orizzontale e può oscillare senza attrito in un piano verticale. Nell'istante $t = 0$ l'asta, che è in quiete in posizione orizzontale AO , viene lasciata libera. Raggiunta la posizione verticale OB , l'asta urta un corpo C di massa m , inizialmente in quiete (vedi figura), che, per effetto dell'urto, parte con velocità v_0 su un piano privo di attrito in direzione orizzontale, mentre l'asta si ferma. Calcolare:

a) la velocità angolare dell'asta un istante prima dell'urto,
 b) velocità v_0 del corpo C subito dopo l'urto,
 c) la frazione di energia cinetica dissipata nell'urto, energia finale meno energia iniziale fratto energia iniziale.

(Il momento di inerzia di una sbarra omogenea di massa M e lunghezza l calcolato rispetto ad un asse ortogonale alla sbarra e passante per il suo centro di massa è $I^{\text{CM}} = M l^2/12$)

(Dati: $l = 1.2 \text{ m}$, $M = 0.5 \text{ kg}$, $m = 0.25 \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.)

(Sol: a) 4.95 rad/s , b) 3.96 m/s , c) -0.333%)

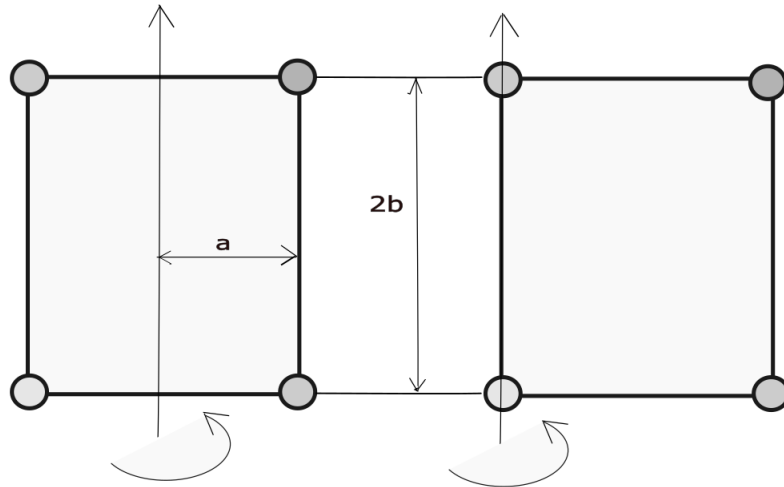
6) Un momento torcente costante nel tempo, di intensità $|\vec{\tau}|$, viene applicato ad un volano approssimabile come un cilindro omogeneo di massa M e raggio r , vincolato a ruotare attorno al suo asse di simmetria. Sapendo che il volano è inizialmente fermo, calcolare:

06

- a) in quanto tempo il volano raggiunge la velocità $|\vec{\omega}|$,
 b) l'energia cinetica finale \mathcal{T}_F immagazzinata nel volano.
 (Il momento d'inerzia di un cilindro omogeneo, di massa M e raggio r , rispetto ad un asse passante per l'asse di simmetria del cilindro è $I = Mr^2/2$.)
 (Dati: $|\vec{\tau}| = 10 \text{ N m}$, $M = 10 \text{ kg}$, $r = 0.20 \text{ m}$, $|\vec{\omega}| = 400 \text{ rad/s}$.)
 (Sol: a) 8.0 s , b) $1.6 \cdot 10^4 \text{ J}$.)

- 7) Un'asta uniforme di lunghezza l e massa M pende verticalmente ed è vincolata nell'estremo superiore. All'altro estremo viene esercitata una forza orizzontale di modulo $|\mathbf{F}|$ che agisce per un tempo Δt . 07
 a) Trovare il valore del modulo del momento angolare acquisito dall'asta.
 b) Qual è il valore minimo di $|\mathbf{F}|$ che permette all'asta di ribaltare la propria posizione iniziale raggiungendo la posizione verticale verso l'alto? (Suggerimento, considera la conservazione dell'energia)
 (Il momento d'inerzia di un'asta uniforme rispetto ad un asse perpendicolare che passa attraverso un'estremità è $I = \frac{1}{3}Ml^2$)
 (Dati: $l = 1.0 \text{ m}$, $M = 2.5 \text{ kg}$, $|\mathbf{F}| = 100 \text{ N}$, $\Delta t = 1/50 \text{ s}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.)
 (Sol: a) $2 \text{ m}^2 \text{ kg / s}$, b) 319.67 N .)

- 8) Quattro particelle di massa m sono collegate tra di loro da aste di massa 08



trascurabile in modo da formare un rettangolo di lati $2a$ e $2b$, come mostrato nella figura.

- a) Trova le coordinate x e y del Centro di Massa del sistema in un sistema

di riferimento il cui centro è posizionato nel punto in basso a sinistra.

b) Il sistema ruota con velocità angolare di modulo ω attorno ad un asse che passa dal CM ed è allineato al lato più lungo del rettangolo nella direzione y . Calcolare il momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione.

c) Calcolare l'energia cinetica totale.

d) Il sistema ruota, con la stessa velocità angolare, attorno ad un asse di rotazione sempre allineata all'asse y ma che passa dalla linea che congiunge due particelle. Calcolare il momento di inerzia in questo caso.

e) In questo secondo caso calcolare l'energia cinetica totale.

(Dati: $m = 20$ g, $\omega = 5$ rad / s, $a = 10$ cm, $b = 20$ cm).

(Sol: a) $x=10$ cm, $y=20$ cm, b) 8.0×10^{-4} kg m², c) 10^{-2} J, d) 1.6×10^{-3} kg m², e) 2.0×10^{-2} J.)

- 9) Il volano di una macchina a vapore ha momento d'inerzia I . Quando sta ruotando con una frequenza ν_0 viene chiuso l'ingresso del vapore e il volano si ferma in un tempo t . 09

a) Qual è il momento torcente dovuto all'attrito sull'asse del volano?

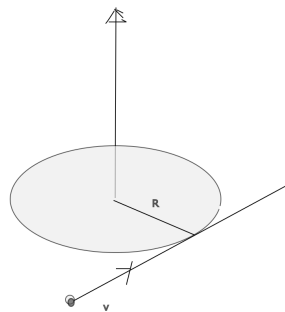
b) Quanto vale il lavoro compiuto dalle forze d'attrito in questo intervallo di tempo?

(Dati: $I = 400$ kg m², $\nu_0 = 120$ giri/minuto, $t = 5$ minuti,)

(Sol: a) $(-33.5$ N m) \hat{z} , b) -3.155×10^4 J.)

10)

10



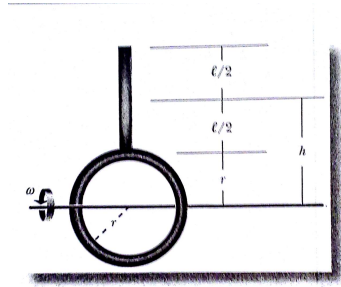
Una giostra, ben descritta come un disco di massa M e raggio R , può rotare senza attrito attorno ad un asse passante per il suo centro. Inizialmente è ferma. Un bambino di massa m e velocità v_i tangente al disco sale sulla giostra e la mette in rotazione rimanendo fermo rispetto al disco

sul suo bordo, quindi a distanza R dal centro. Calcolare la velocità angolare del sistema dopo che il bambino è salito sulla giostra. (Il momento d'inerzia di un disco omogeneo, di massa M e raggio R , rispetto ad un asse passante per il suo centro ed ortogonale al piano del disco è $I = MR^2/2$.)

(Dati: $M = 150$ kg, $m = 20$ kg, $v_i = 5$ m/s $R = 2$ m.)

(Sol: 0.5263 rad/s)

11)



11

Un sistema rigido omogeneo costituito da un anello sottile di raggio r e di massa m , e da un'asta sottile di lunghezza $l = 2r$ e di massa m , è libero di girare attorno ad un asse orizzontale fisso passante per un diametro dell'anello, ed ortogonale all'asta. Il siste-

ma, partendo da fermo, ruota attorno all'asse orizzontale, da una posizione iniziale con l'asta in alto (rappresentata in figura).

- Calcolare il momento d'inerzia I del sistema.
- Calcolare il modulo ω_B della velocità angolare del sistema nell'istante in cui si trova capovolto rispetto alla posizione iniziale.

(Momento di inerzia di un anello di massa m e raggio r rispetto ad un asse come quello indicato in figura $I_{\text{anello}}^{\text{CM}} = m r^2 / 2$. Momento di inerzia di un'asta omogenea di massa m e lunghezza l rispetto ad un asse passante per il centro di massa $I_{\text{asta}}^{\text{CM}} = m l^2 / 12$.)

(Dati: $m = 0.5$ kg, $r = 0.15$ m, $g = 9.81$ m/s².)

(Sol: a) 0.0544 kg m², b) 10.4 rad/s)

- 12) Due particelle con carica opposta e uguale massa m si trovano ai bordi di 12
un sbarra di massa trascurabile e di lunghezza $2l$. La sbarra inizialmente si muove, senza attriti, attorno ad un perno posizionato nel suo centro massa, con una velocità angolare il cui modulo è ω_i . La forza di attrazione Coulombiana fa avvicinare le due cariche posizionando ognuna di loro ad una distanza $l/2$ dal centro di rotazione della sbarra.

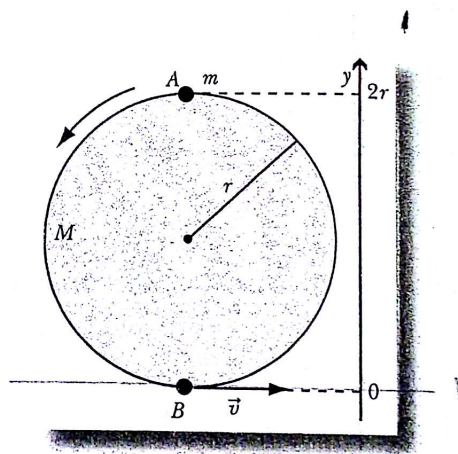
- Trovare il valore del modulo della velocità angolare finale ω_f .
- Trovare le energie cinetiche iniziale e finale.
- Trovare il lavoro svolto dalla forza di Coulomb.

(Dati: $m = 2$ g, $l = 20$ cm, $\omega_i =$ rad/sec)

(Sol: a) 20 rad/s, b) 4×10^{-4} J, 16×10^{-4} J, c) 12×10^{-4} J)

13)

13



Un disco omogeneo di massa M e raggio r , può ruotare senza attriti attorno ad un asse orizzontale passante per il centro del disco. Una pallina di massa m e di dimensioni trascurabili, è saldata sul bordo del disco ed inizialmente si trova nel punto più alto in equilibrio instabile. Se il sistema viene lievemente perturbato, il disco ruota e la pallina passa per il punto più basso

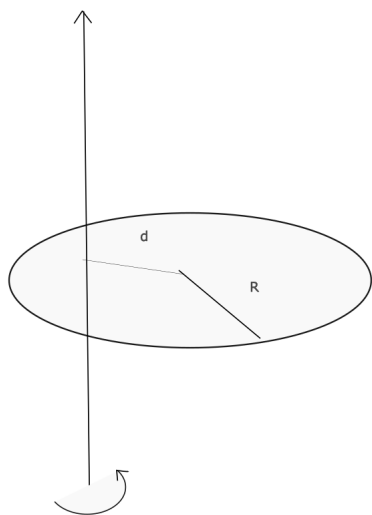
so con una velocità di modulo v . Calcolare la velocità della pallina (vedi figura).

(Il momento d'inerzia di un disco omogeneo di massa M e raggio r rispetto ad un asse passante per il suo centro è $Mr^2/2$.)

(Dati: $M = 20.0$ kg, $r = 50.0$ cm, $m = 0.104$ kg, $g = 9.81$ m/s².)

(Sol: 0.45 m/s)

14)



14

Un disco di massa M e raggio R ruota, senza attrito, con velocità angolare ω attorno ad un asse ortogonale ad esso e spostato di un tratto d rispetto al centro. Calcolare

a) Il momento d'inerzia del disco rispetto all'asse di rotazione.

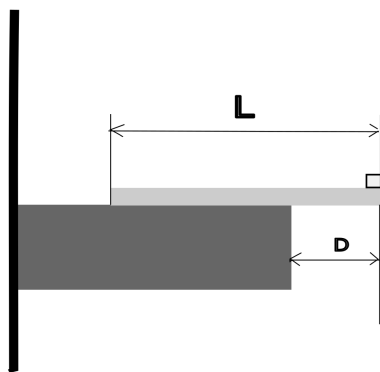
b) L'energia cinetica del disco.

(Il momento d'inerzia di un disco omogeneo, di massa M e raggio R , rispetto ad un asse passante per il suo centro è $I = MR^2/2$.)

(Dati: $M = 1.5$ kg, $R = 50$

cm, $d = 30$ cm, $\omega = 6.0$ rad/sec)
 (Sol: a) 0.322 kg m^2 , b) 5.80 J)

15)



po perché la sbarra resti in equilibrio sul sostegno e non si ribalti?

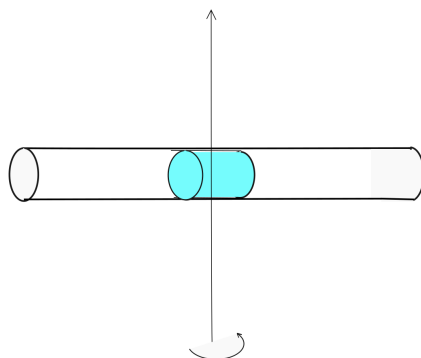
(Dati: $M = 3.0 \text{ kg}$, $L = 70 \text{ cm}$, $D = 25 \text{ cm}$.)

(Sol: 1.2 kg)

15

Una sbarra omogenea di massa M e lunghezza L è appoggiata ad un sostegno fisso attaccato ad un muro. La sbarra sporge per un tratto D , come mostrato dalla figura. All'estremità della parte sporgente della sbarra è appoggiato un corpo di dimensioni trascurabili. Qual è il valore massimo della massa di questo corpo

16)



del sistema. Il cilindro si trova inizialmente al centro del tubo, poi, per effetto della rotazione si muove verso l'esterno e, infine, è espulso dal tubo. Qual è il modulo della velocità angolare del sistema nella situazione finale quando il cilindro di trova al bordo del tubo prima di essere espulso.

(Il momento d'inerzia di un cilindro omogeneo vuoto, di massa M e lunghezza L , che ruota rispetto ad un asse passante per il suo centro di massa e ortogonale alla direzione del tubo è $I = ML^2/12$.)

16

Un sottile tubo omogeneo di massa M contiene un cilindro di massa m , di dimensioni lineari trascurabili e di diametro appena inferiore a quello del tubo. Il cilindro può scorrere senza attrito all'interno del tubo. Il sistema ruota con velocità angolare ω_i attorno ad un'asse verticale che passa per il centro di massa

(Dati: $M = 50 \text{ g}$, $m = 200 \text{ g}$, $\omega_i = 10 \text{ rad/s}$.)
 (Sol: 0.77 rad/s)

- 17) Una piattaforma a forma di disco di massa M e raggio R , può ruotare senza attriti attorno ad un asse che passa per il suo centro ed è ortogonale al piano del disco. Inizialmente, un uomo è fermo sul bordo della piattaforma e il sistema ruota con velocità angolare ω_i . Ad un certo istante l'uomo si sposta fino a raggiungere il centro del disco. Non ci sono forze esterne al sistema che agiscono. 17

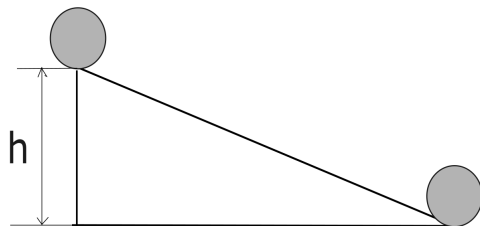
- a) Calcolare il modulo della velocità angolare nella situazione finale.
 b) Calcolare l'energia cinetica iniziale e finale.

(Il momento d'inerzia di un disco omogeneo, di massa M e raggio R , che ruota rispetto ad un asse passante per il suo centro di massa e ortogonale al piano del disco è $I = MR^2/2$.)

(Dati: $M = 200 \text{ kg}$, $R = 2.5 \text{ m}$, $m = 75.0 \text{ kg}$, $\omega_i = 5 \text{ rad/s}$.)
 (Sol: a) 8.75 rad/s , b) $T_i = 13671 \text{ J}$, $T_f = 23925 \text{ J}$.)

18)

18



Un cilindro pieno rotola su un piano inclinato di altezza h senza strisciare.

- a) Trovare la velocità del centro di massa quando il cilindro arriva alla fine del piano inclinato.
 b) Nel caso in cui il cilindro

scivolasse senza attrito quale sarebbe la velocità finale?

(Il momento d'inerzia di un cilindro omogeneo, di massa M e raggio R , rispetto all'asse di simmetria è $I = MR^2/2$.)

(Dati: $h = 10 \text{ cm}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.)
 (Sol: a) 1.14 m/s , b) 0.99 m/s)