Isospin

Momenti Angolari in Meccanica Quantistica

$$[J_i, J_j] = i\hbar \sum_{k=1,2,3} \epsilon_{ijk} J_k$$

$$\epsilon_{ijk} = 1 \quad \text{per} \quad i = 1, j = 2, k = 3 \text{ o permutazione ciclica}$$
$$\epsilon_{ijk} = -1 \quad \text{per} \quad i = 1, j = 3, k = 2 \text{ o permutazione ciclica}$$
$$\epsilon_{ijk} = 0 \quad \text{per} \quad \text{due indici uguali}$$

$$J^2|jm> = j(j+1)\hbar^2|jm> \qquad J_z|jm> = m\hbar|jm>$$

j assume valori interi o semi-interi

$$-j \leq m \leq j$$

Somma momenti angolari

$$\mathbf{J} = \mathbf{J_1} + \mathbf{J_2}$$

Autostati di $J^2_{1,2}$ e $J_{z,1,2}$

$$|j_1 m_1 > \quad e \quad |j_2 m_2 >$$

Autostato di J^2 e J_z

$$|j_1 j_2; jm >= \sum_{m_1, m_2} < j_1 m_1 j_2 m_2 | jm > |j_1 m_1 > |j_2 m_2 >$$

$< j_1 m_1 j_2 m_2 | jm >$ coefficiente di Clebsch-Gordan.

$$J^2 |j_1 j_2; jm >= j(j+1)\hbar^2 |j_1 j_2; jm > \qquad J_z |j_1 j_2; jm >= m\hbar |j_1 j_2; jm >$$

Due fermioni con spin 1/2

$$|j_1 m_1>=|\frac{1}{2}s_1> \quad e \quad |j_2 m_2>=|\frac{1}{2}s_2>$$

Caso J=0 Singoletto

$$\begin{aligned} |\frac{1}{2}\frac{1}{2};00> &= <\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|00>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> \\ &+ <\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}|00>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>-|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>\right) \end{aligned}$$

Caso J=1 Tripletto

$$
\begin{aligned}
|\frac{1}{2}\frac{1}{2};11> &= <\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}|11>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> = |\frac{1}{2}\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> \\
|\frac{1}{2}\frac{1}{2};10> &= <\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|10>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> \\
&+ <\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}|10>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> + |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>\right) \\
|\frac{1}{2}\frac{1}{2};1-1> &= <\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|1-1>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> \\
&= |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>
\end{aligned}
$$

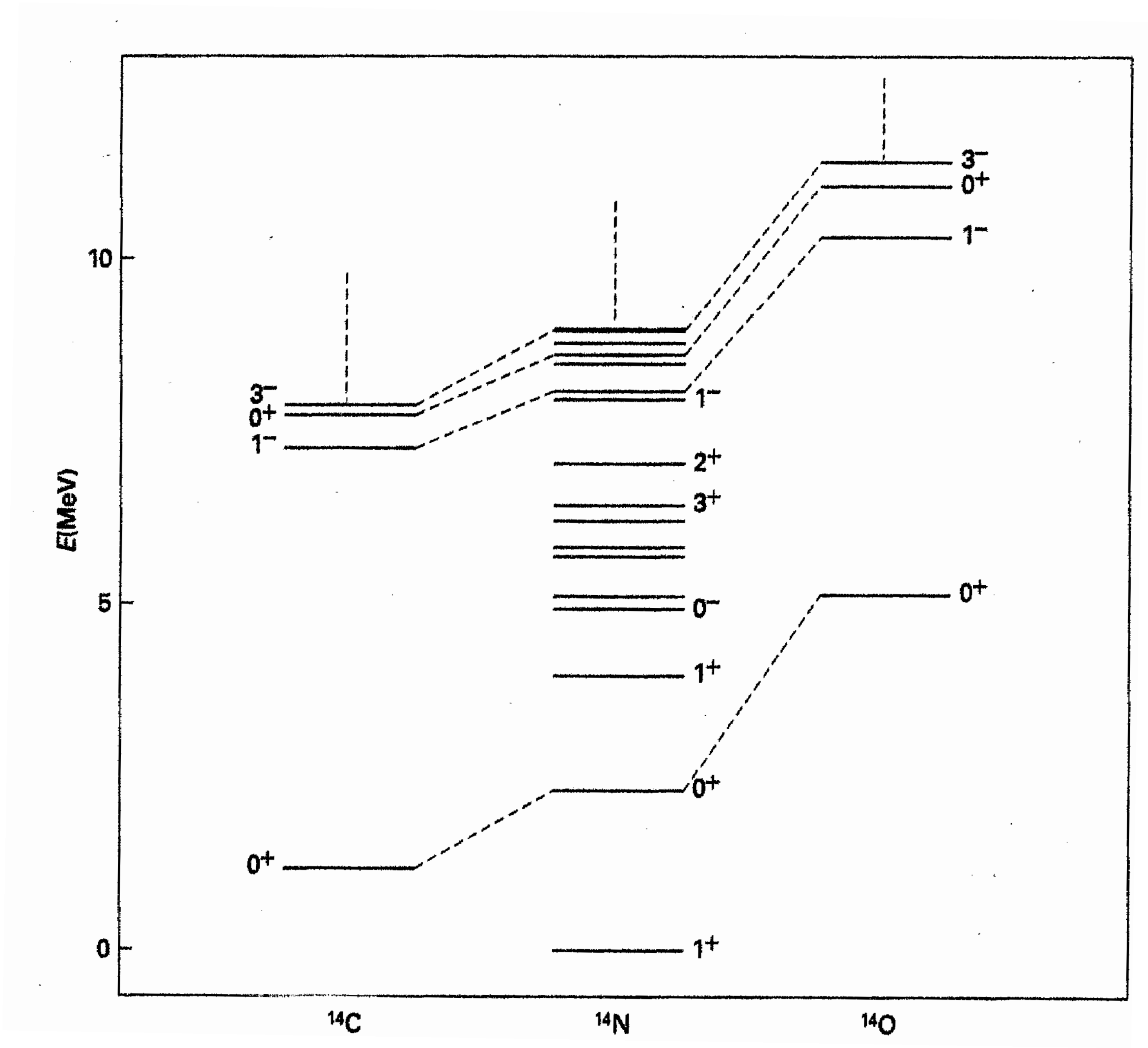
Isospin

- $m_p \simeq m_n$
- Interazione p-p, n-n e p-n identica ogni volta che è possibile il confronto (senza Coulomb)

Protone e neutrone due casi della stessa particella.

Si assegna un numero quantico detto isospin, o spin isotopico, che si comporta come un momento angolare, e nella sua terza proiezione assume due valori

$$\frac{1}{2}\ \text{protone} \qquad -\frac{1}{2}\ \text{neutrone}$$



Spettri di eccitazione dei nuclei ^{14}C, ^{14}N e ^{14}O.

Domande

[N4-1] La figura è utilizzata per dedurre che l'isospin è un numero quantico che si comporta come un momento angolare. Spiega come si raggiunge questa conclusione.