L'atomo nucleare

Un po' di storia

1887 J. J. Thomson produce fasci di elettroni all'interno di tubi a vuoto. Misura la deflessione in campi elettrici e magnetici e misura il rapporto m_e/e che risulta indipendente dal materiale che forma il catodo e dal gas utilizzato. Otello - Verdi, Sherlock Holmes - Conan Doyle.

Nel 1910 Millikan determina m_e = 0.5 MeV. Ponte di Brooklyn, dirigibile Zeppelin

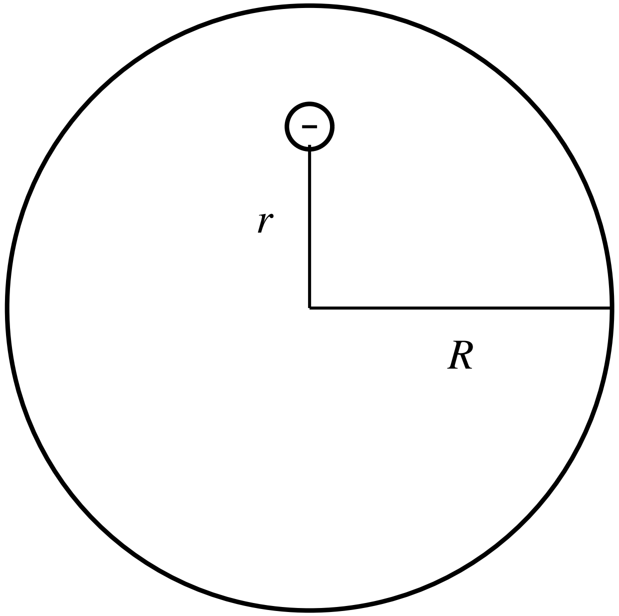
1905 Einstein moto Browniano (Effetto fotoelettrico, Relatività ristretta).

1907 Modello atomico di Thomson. Milano - Sanremo, Picasso - Les demoiselles d'Avignon

1907 - 1909 Geiger, Mardsen e Rutherford effettuano gli esperimenti di diffusione di particelle α su bersagli doro.

1911 Pubblicazione dei risultati. Superconduttività, idrovolante

L'atomo di Thomson



$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Legge di Gauss

$$\phi = \oint \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$4\pi r^2 |\mathbf{E}| = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Forza che agisce sull'elettrone che si sposta dal suo punto di equilibrio.

$$|\mathbf{F}| = e|\mathbf{E}| = e\frac{r}{3\epsilon_0}\rho = \frac{Ze^2}{4\pi R^3 \epsilon_0} r \ .$$

Dato che la forza riporta l'elettrone nella sua posizione di equilibrio

$$-\frac{d^2 r}{dt^2} m_e = \frac{Ze^2}{4\pi R^3 \epsilon_0} r$$

Oscillatore armonico

$$\frac{d^2r}{dt^2} + \left(\frac{Ze^2}{4\pi R^3 \epsilon_0 m_e}\right) r = 0$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{Ze^2}{4\pi R^3 \epsilon_0 m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$$

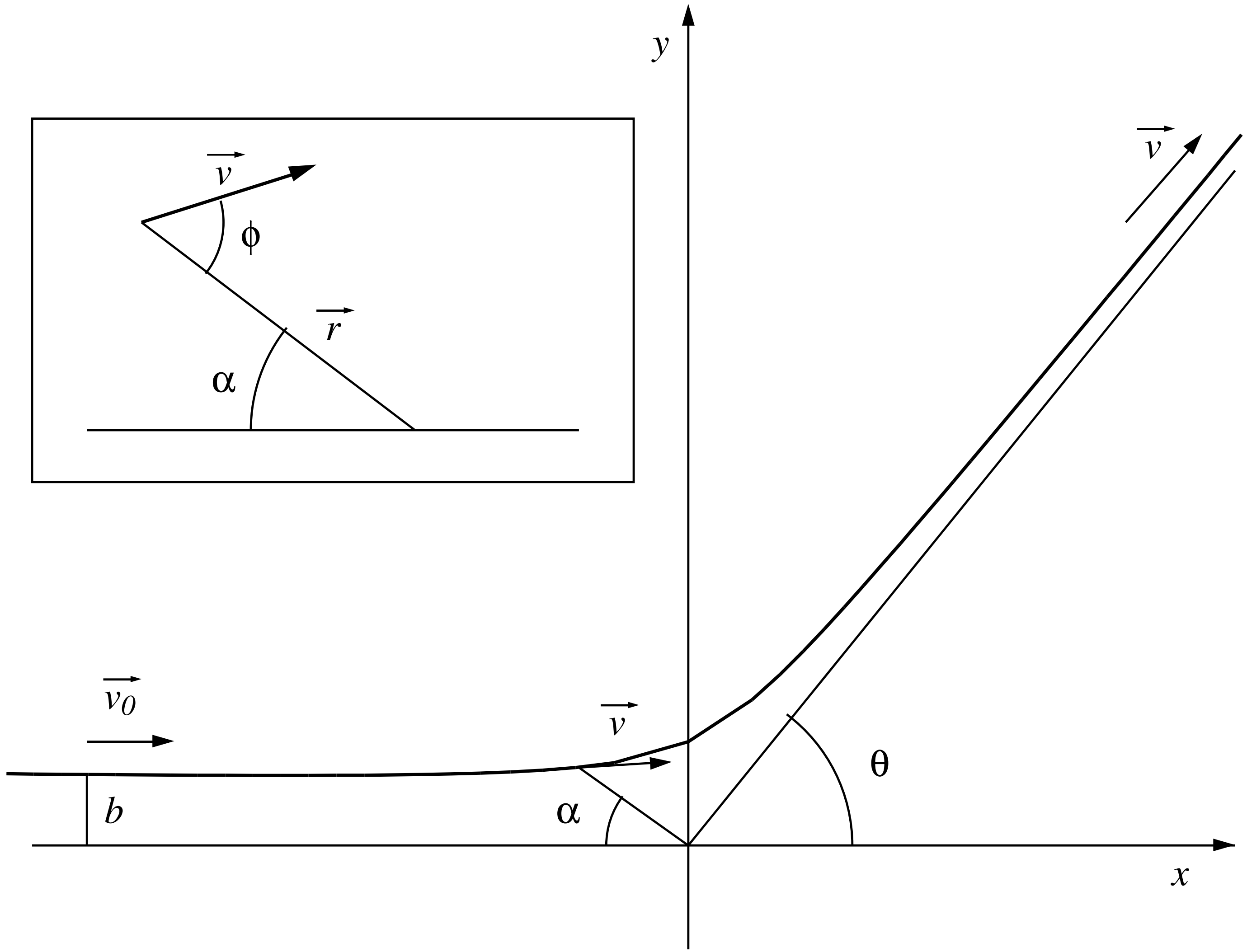
Inserendo $e = 1.6\ 10^{-19}$ C, $m_e = 9\ 10^{-31}$ kg, $\epsilon_0 = 9\ 10^{-12}$ F(arad)/m,

R $= 10^{-10}$ m, si ha

$$\nu = 2\ 10^{15} s^{-1}$$

L' atomo di Rutherford

1. Forze puramente coulombiane.
2. Diffusione singola.
3. Elettroni atomici trascurati.
4. Proiettile bersaglio puntiformi.
5. Bersaglio ∞ pesante.
6. Effetti relativistici trascurati.
7. Effetti quantistici trascurati.



y
x
v
φ
r
α
v
v0
v
b
α
θ

$$r = |\mathbf{r}| \quad ; \quad |\,\mathbf{L}\,| = |\,\mathbf{r} \times \mathbf{p}\,| = m v_0 b$$

$$v_r = |\mathbf{v}| \cos\phi = \frac{d|\mathbf{r}|}{dt} \; ; \; v_\phi = |\mathbf{v}| \sin\phi = r\frac{d\alpha}{dt}$$

$$\begin{aligned} |\,\mathbf{L}\,| &= |\mathbf{r} \times m\mathbf{v}| = r\, m\, |\mathbf{v}| \sin\phi = m v_0 b \\ &= |\mathbf{r} \times m(\mathbf{v}_r + \mathbf{v}_\phi)| = |\mathbf{r} \times m\mathbf{v}_\phi| \\ &= r\, m\, |\mathbf{v}| \sin\phi = m\, r^2 \frac{d\alpha}{dt} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{v_0 b} \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\mathbf{F} = \frac{K}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \;\; ; \;\; K = Z_1\, Z_2\, \frac{e^2}{4\,\pi\,\epsilon_0}$$

Consideriamo solo la componente sull'asse y

$$m\frac{dv_y}{dt} = F\cos(\pi/2 - \alpha) = \frac{K}{r^2}\sin\alpha$$

$$dv_y = \frac{K}{mv_0 b}\sin\alpha\, d\alpha$$

Integriamo su tutta la traettoria.

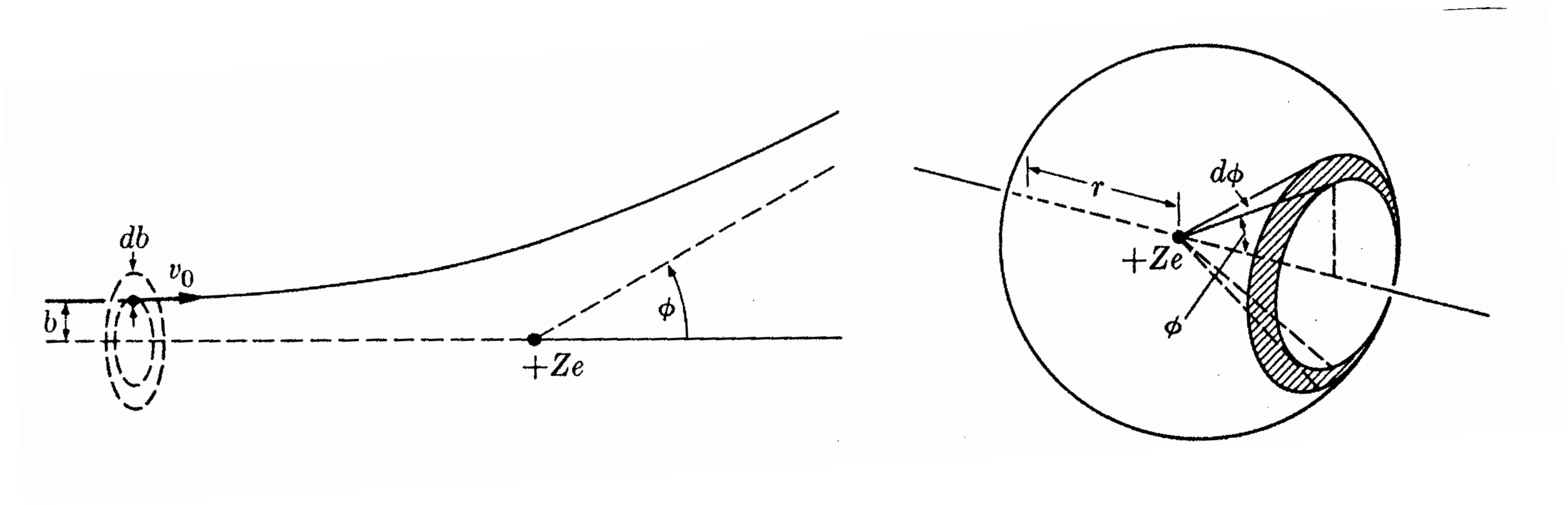
$$\int_0^{v_0 \sin\theta} dv_y = \int_0^{\pi-\theta} \frac{K}{mv_0 b} \sin\alpha \, d\alpha$$

$$v_0 \sin\theta = \frac{K}{mv_0 b} [-\cos\alpha]_0^{\pi-\theta} = \frac{K}{mv_0 b}(\cos\theta + 1)$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta \ ; \ \cos\theta + 1 = 2\cos^2\theta/2$$

$$b = \frac{K}{mv_0^2}\frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta} = \frac{K}{mv_0^2}\frac{2\cos^2\theta/2}{2\sin\theta/2\cos\theta/2} = \frac{K}{mv_0^2} cotg\frac{\theta}{2}$$

Calcolo della sezione d'urto



N = numero di particelle che incide sull'unità di area nell'unità di tempo.

Il numero di particelle con parametro d'urto tra b e $b + db$ è:

$$dN = N(2\pi b db)$$

Dall'espressione del parametro d'impatto

$$db = \frac{K}{mv_0^2}\left(\frac{-1}{\sin^2\theta/2}\right)\frac{1}{2}d\theta$$

$$dN = N 2\pi \left(\frac{K}{mv_0^2}\right)^2 \left(\frac{\cos\theta/2}{\sin\theta/2}\right) \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{\sin^2\theta/2}\right) d\theta.$$

L'angolo solido sotteso dal rivelatore

$$d\Omega = \frac{areasottesa}{r^2} = \frac{2\pi r \sin\theta \, r d\theta}{r^2} = 4\pi \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} d\theta.$$

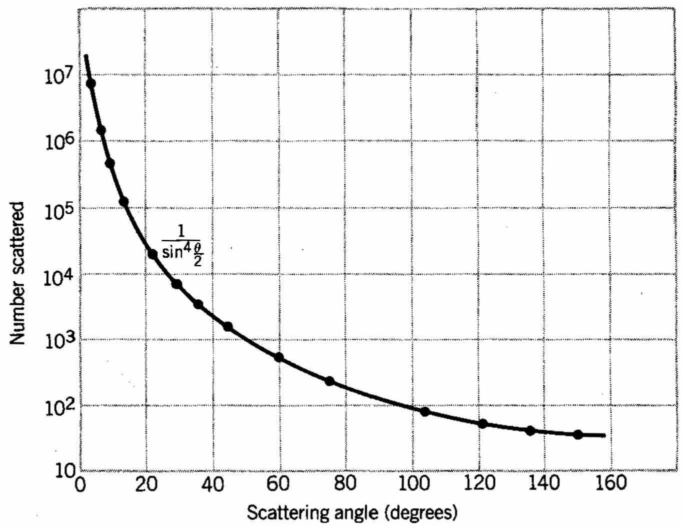
Il numero di particelle con parametro d'impatto compreso tra b e $b + db$

che arrivano nell'angolo solido $d\Omega$ è

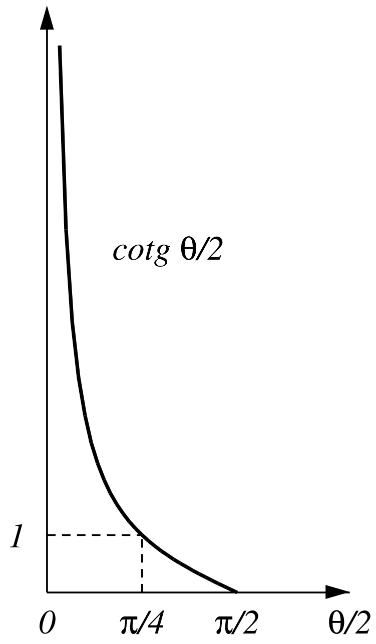
$$\left|\frac{dN}{d\Omega}\right| = N \left(\frac{K}{mv_0^2}\right)^2 \frac{1}{4} \frac{1}{\sin^4\theta/2}.$$

Sezione d'urto

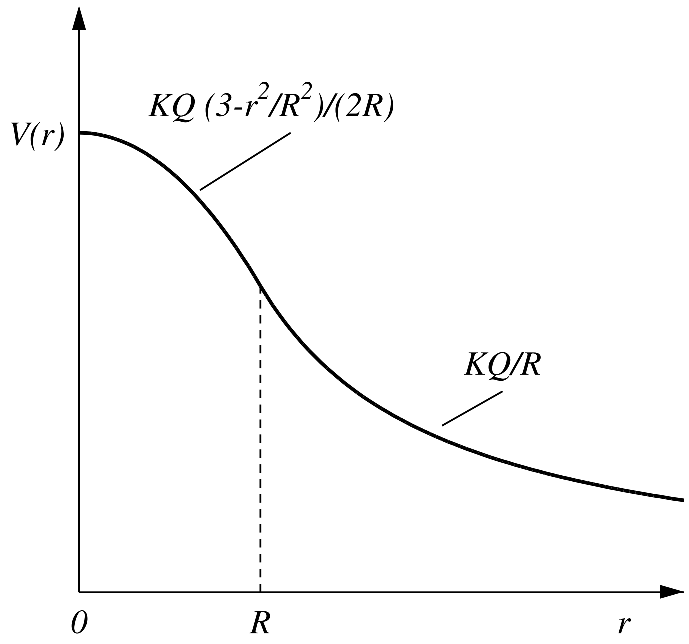
$$\sigma(\theta) = \frac{1}{N}\left|\frac{dN}{d\Omega}\right| = \frac{1}{4}\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\theta/2}$$



α (Z=2) 8 MeV su Au (Z=79)



A

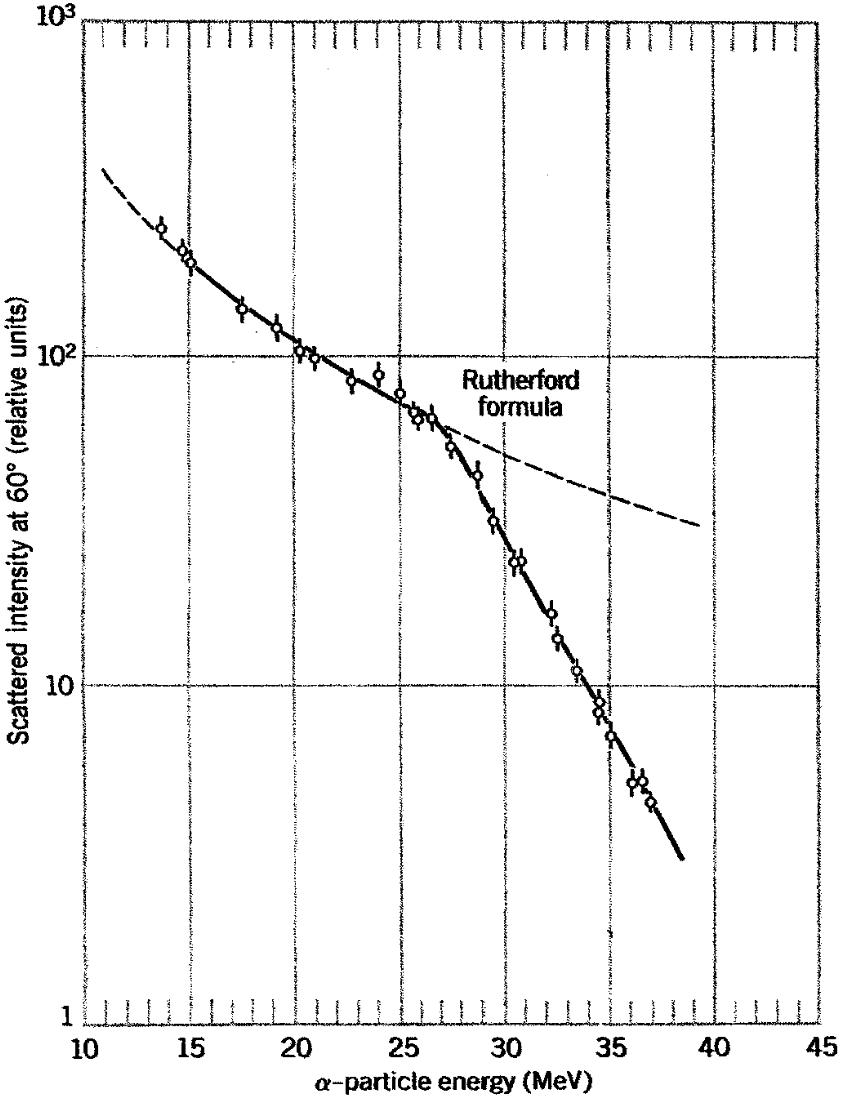


B

$$cotg\frac{\theta}{2} = mv_0^2\frac{4\pi\epsilon_0}{Z_1 Z_2 e^2}b \simeq \frac{2}{Z_1 Z_2}\, b\ 10^{15}m^{-1}$$

b=10^{-10}m, Z_1=2, $Z_1 \simeq 100$, cotg$\theta/2 \simeq 10^5$, $\theta \ll 1$

$\alpha \rightarrow {}^{208}\mathrm{Pb}$



Approfondimenti

Atomo di Thompson

Tazio Pinelli Argomenti di fisica nucleare e subnucleare

La goliardica pavese (1997) - **Introduzione**

Sezione d'urto di Rutherford

1) M. Alonso, E. J. Finn - Elementi di Fisca per l'università

Addison Wesley (London) 1969 - **Paragrafo 14.7, esercizio 14.4**

2) E. Segrè - Nuclei e particelle

Zanichelli (Bologna) 1982 - **Paragrafo 2.2**

3) K. S. Krane - Introductory nuclear physics

John Wiley (New York) 1988 - **Paragrafo 11.6**

Domande

[N3-12] Quali ipotesi riguardanti il proiettile e il bersaglio sono necessarie per ottenere la sezione d'urto di Rutherford?

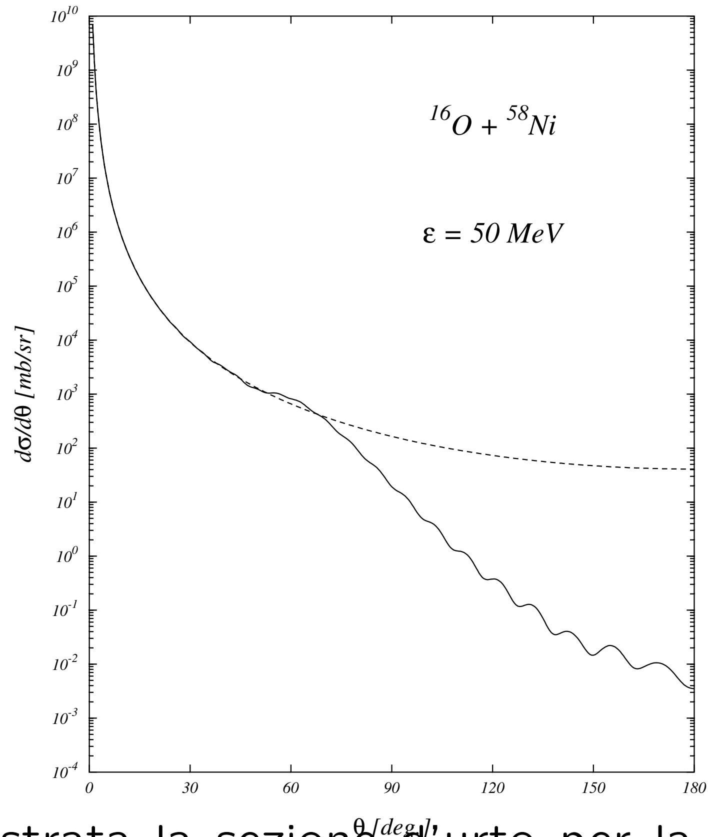
[N4-2] Nell'analisi semiclassica dell'esperimento di Rutherford il parametro d'impatto delle particelle α usate come proiettili è legato all'angolo di diffusione dalla relazione

$$b = K \frac{2}{E} \frac{\cos\theta/2}{\sin\theta/2}$$

dove E rappresenta l'energia cinetica della particella α, e K è:

$$K = \frac{e^2 2Z}{4\pi\epsilon_0}$$

con Z il numero di protoni del bersaglio. Perché Rutherford si aspettava angoli di diffusione di pochi archi di grado, contrariamente a quanto osservato? Alcune particelle α venivano deflesse anche di 180^o. Ricorda che $e^2/4\pi\epsilon_0$ =1.44 MeV fm, e considera E = 1 MeV e $Z = 50$.



[N4-13] Nella figura è mostrata la sezione d'urto per la reazione $^{16}O +^{58} Ni$. Fino a circa 50^o la sezione d'urto segue un andamento proporzionale a $\sin^4 \theta/2$, come previsto dalla formula di Rutherford. Per valori più grandi di θ la sezione d'urto presenta delle oscillazioni. Spiega le ragioni di questo diverso comportamento. In altre parole, quale delle ipotesi necessarie per ottenere la sezione d'urto di Rutherford non è più soddisfatta per $\theta > 50^o$?