

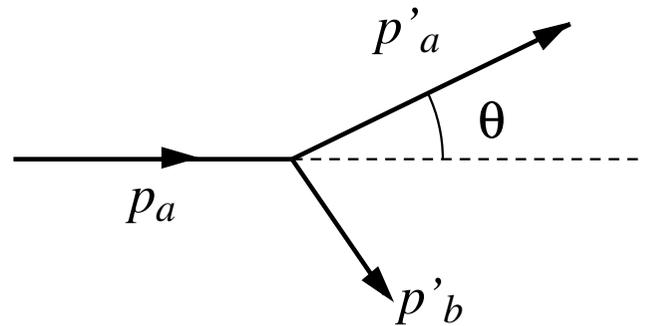
Sezione d'urto

Diffusione elastica

$$a + b \rightarrow a + b$$

a proiettile, b bersaglio.

Solo scambio di energia cinetica tra proiettile e bersaglio.



$$\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_b \quad ; \quad \mathbf{p}_a - \mathbf{p}'_a = \mathbf{p}'_b = \mathbf{q}$$

Momento trasferito $\mathbf{q} = \mathbf{p}_a - \mathbf{p}'_a$. In laboratorio $\mathbf{p}_b = 0$

$$\mathbf{p}_a = \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_b$$

Energia cinetica

$$p = |\mathbf{p}|$$

$$\frac{p_a^2}{2m_a} + 0 = \frac{p_a'^2}{2m_a} + \frac{q^2}{2m_b} = \frac{p_a'^2}{2m_a} + \frac{p_a^2 + p_a'^2 - 2\mathbf{p}_a \cdot \mathbf{p}_a'}{2m_b} \quad (1)$$

$$\frac{p_a'^2}{2} \left(\frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b} \right) - p_a' \frac{p_a}{m_b} \cos \theta + \frac{p_a^2}{2} \left(\frac{1}{m_b} - \frac{1}{m_a} \right) = 0$$

Relazione univoca tra p_a , p_a' e θ .

Se in (1) ci fosse un termine addizionale prodotto dall'assorbimento di energia da parte della struttura interna del bersaglio, o del proiettile, la relazione non sarebbe più univoca.

In processi di diffusione elastica l'energia cinetica totale è conservata.

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{pc} = \frac{\hbar c}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2mc^2 E_{kin} + E_{kin}^2}}$$

$$E_{kin} = E - mc^2 \quad ; \quad E^2 - m^2 c^4 = (E_{kin} + mc^2)^2 - m^2 c^4 = 2mc^2 E_{kin} + E_{kin}^2$$

Potere risolutivo

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \quad ; \quad \Delta x \geq \frac{\hbar c}{pc} \simeq \frac{200 \text{ MeV fm}}{pc}$$

Diffusione anelastica

$$a + b \rightarrow a' + b' \quad ; \quad a + b \rightarrow c + d + e + \dots$$

Parte dell'energia cinetica viene trasformata in energia di eccitazione del bersaglio o del proiettile.

Conservazione di

$$E, \mathbf{p}, \mathbf{J}, \dots$$

Spettroscopia

Dinamica dell'interazione

Particelle di velocità \mathbf{v} e densità

$$n_a = \frac{N_a}{V}$$

Flusso

$$\Phi_a = n_a |\mathbf{v}| = \frac{N_a}{V} v \quad [l^{-2}][t^{-1}]$$

Numero di particelle che attraversano l'unità di superficie nell'unità di tempo.

Ipotesi Densità n_a piccola da trascurare l'interazione tra particelle incidenti.

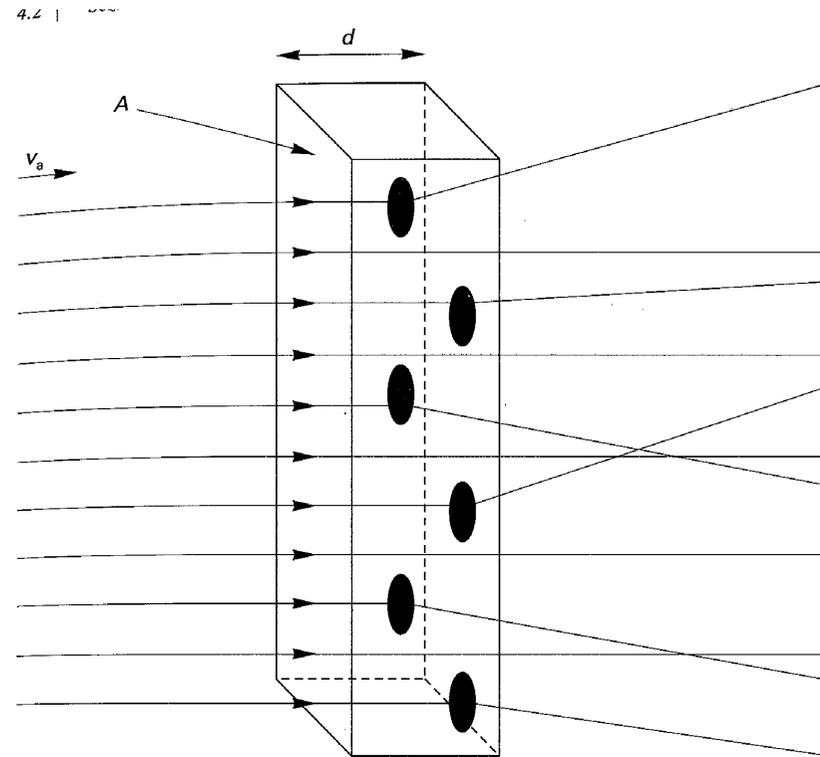
Il numero di particelle rivelate nell'angolo solido $d\Omega$ nell'unità di tempo è proporzionale al flusso e a Ω .

$$\frac{N(\Omega)}{\Delta t} = \Sigma(\Omega) \Phi_a d\Omega$$

Dimensioni di $\Sigma(\Omega)$ [*superficie*]/[sr]

Ipotesi Nel bersaglio le distanze tra i centri diffusori sono tali da evitare diffusione coerente ($\lambda \ll d$).

Ipotesi Lo spessore è tale da evitare diffusione multipla.



Il numero di particelle diffuse è proporzionale al numero di centri diffusori.

$$\frac{N(\Omega)}{\Delta t} = \sigma(\Omega) N_b \Phi_a d \Omega$$

$\sigma(\Omega)$ sezione d'urto differenziale

$$\sigma(\Omega) = \frac{n^{\circ} \text{particelle diffuse per unita' di tempo nell'angolo } d\Omega}{\text{flusso incidente } N_b}$$

dimensioni $\sigma(\Omega)$ [l^2][sr]

$$\sigma_{tot} = \int \sigma(\Omega) d\Omega$$

barn $\equiv b = 10^{-28} \text{ m}^2$

1 mb = 10^{-31} m^2 , 1 fm² = $10^{-30} \text{ m}^2 = 10 \text{ mb}$

$$\frac{d^2\sigma(\epsilon, \epsilon', \omega)}{d\Omega d\epsilon'}$$

$$\sigma_{tot} = \int_0^\infty d\epsilon \int_{4\pi} d\Omega \frac{d^2\sigma(\epsilon, \epsilon', \omega)}{d\Omega d\epsilon'}$$

Regola d'oro di Fermi

Numero di particelle diffuse nell'unità di tempo con energia ϵ'

$$\frac{N(\epsilon')}{\Delta t} = N_a N_b \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(\epsilon')$$

$$M_{fi} = \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = \int_V dV \psi_f^* H_{int} \psi_i$$

M_{fi} Elemento di matrice di transizione.

Ampiezza di probabilità di effettuare la transizione.

H_{int} hamiltoniana di interazione.

$\rho(\epsilon')$ densità degli stati finali.

$\psi_{i,f}$ funzioni d'onda stati iniziale e finale del proiettile.

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad ; \quad \int_V dV \psi^*(x) \psi(x) = 1$$

Spazio, scatola quadrata di lato L , $V = L^3$. Al termine del calcolo $L \rightarrow \infty$.
Condizioni periodiche

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L}\mathbf{n} \quad ; \quad \mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z) \quad ; \quad k_x = \frac{2\pi}{L}n_x$$

$$d^3n = \frac{L^3}{(2\pi)^3}d^3k = \frac{V}{(2\pi)^3}k^2 dk d\Omega = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3}p^2 dp d\Omega$$

$$d\epsilon' = d\left(\frac{1}{2}mv'^2\right) = \frac{1}{2}m2v' dv' = v' m dv' = v' dp'$$

$$\rho(\epsilon') = \frac{d^3n}{d\epsilon'} = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2 dp' d\Omega}{v' dp'} = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2}{v'} d\Omega$$

Definizione empirica = definizione teorica

$$\frac{N(\epsilon')}{\Delta t} = \sigma(\epsilon') N_b \Phi_a d\Omega = \sigma(\epsilon') N_b \frac{N_a}{V} v d\Omega = N_a N_b \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(\epsilon')$$

$$\begin{aligned} \sigma(\epsilon') &= \frac{2\pi V}{\hbar v} |M_{fi}|^2 \frac{\rho(\epsilon')}{d\Omega} = \frac{2\pi V}{\hbar v} |M_{fi}|^2 \frac{1}{d\Omega} \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2}{v'} d\Omega \\ &= \frac{2\pi}{\hbar v} |M_{fi}|^2 \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2}{v'} \end{aligned}$$

$$M_{fi} = \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle \sim \left(\frac{1}{\sqrt{V}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{V}} \right)$$

Domande

[N1-11] Qual'è la differenza tra processi di diffusione elastica ed inelastica?

[N2-9] Qual'è la definizione operativa di sezione d'urto?