

Lezione 11

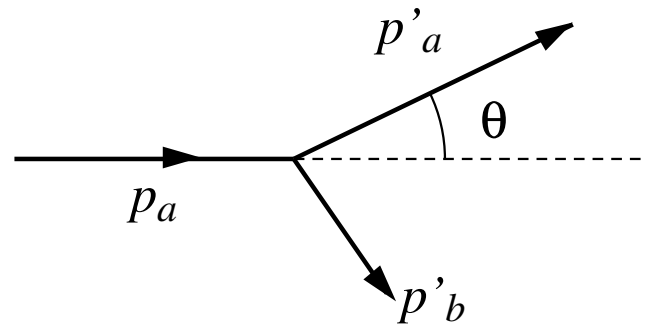
Sezione d'urto

Diffusione elastica

$$a + b \rightarrow a + b$$

a proiettile, b bersaglio.

Solo scambio di energia cinetica tra proiettile e bersaglio.



$$\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_b \quad ; \quad \mathbf{p}_a - \mathbf{p}'_a = \mathbf{p}'_b = \mathbf{q}$$

Momento trasferito $\mathbf{q} = \mathbf{p}_a - \mathbf{p}'_a$. In laboratorio $\mathbf{p}_b = 0$

$$\mathbf{p}_a = \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_b$$

Energia cinetica

$$p = |\mathbf{p}|$$

$$\frac{p_a^2}{2m_a} + 0 = \frac{p_a'^2}{2m_a} + \frac{q^2}{2m_b} = \frac{p_a'^2}{2m_a} + \frac{p_a^2 + p_a'^2 - 2\mathbf{p}_a \cdot \mathbf{p}_a'}{2m_b} \quad (1)$$

$$\frac{p_a'^2}{2} \left(\frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b} \right) - p_a' \frac{p_a}{m_b} \cos \theta + \frac{p_a^2}{2} \left(\frac{1}{m_b} - \frac{1}{m_a} \right) = 0$$

Relazione univoca tra p_a , p_a' e θ .

Se in (1) ci fosse un termine addizionale prodotto dall'assorbimento di energia da parte della struttura interna del bersaglio, o del proiettile, la relazione non sarebbe più univoca.

In processi di diffusione elastica l'energia cinetica totale è conservata.

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{pc} = \frac{\hbar c}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2mc^2 E_{kin} + E_{kin}^2}}$$

$$E_{kin} = E - mc^2 \quad ; \quad E^2 - m^2 c^4 = (E_{kin} + mc^2)^2 - m^2 c^4 = 2mc^2 E_{kin} + E_{kin}^2$$

Potere risolutivo

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \quad ; \quad \Delta x \geq \frac{\hbar c}{pc} \simeq \frac{200 \text{ MeV fm}}{pc}$$

Diffusione anelastica

$$a + b \rightarrow a' + b' \quad ; \quad a + b \rightarrow c + d + e + \dots$$

Parte dell'energia cinetica viene trasformata in energia di eccitazione del bersaglio o del proiettile.

Conservazione di

$$E, \mathbf{p}, \mathbf{J}, \dots$$

Spettroscopia

Dinamica dell'interazione

Particelle di velocità \mathbf{v} e densità

$$n_a = \frac{N_a}{V}$$

Flusso

$$\Phi_a = n_a |\mathbf{v}| = \frac{N_a}{V} v \quad [l^{-2}][t^{-1}]$$

Numero di particelle che attraversano l'unità di superficie nell'unità di tempo.

Ipotesi Densità n_a piccola da trascurare l'interazione tra particelle incidenti.

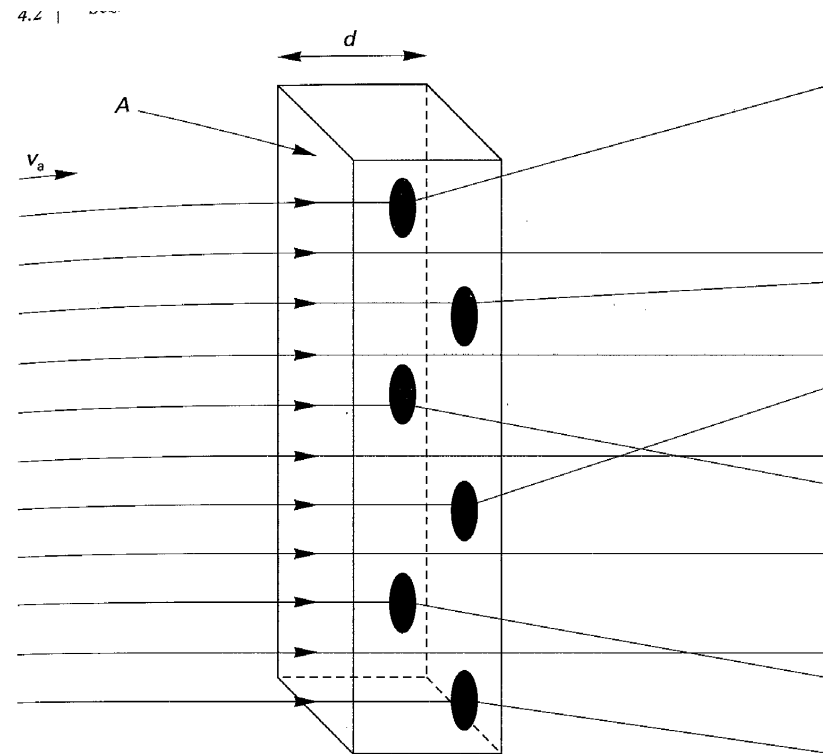
Il numero di particelle rivelate nell'angolo solido $d\Omega$ nell'unità di tempo è proporzionale al flusso e a Ω .

$$\frac{N(\Omega)}{\Delta t} = \Sigma(\Omega) \Phi_a d\Omega$$

Dimensioni di $\Sigma(\Omega)$ [*superficie*]/[sr]

Ipotesi Nel bersaglio le distanze tra i centri diffusori sono tali da evitare diffusione coerente ($\lambda \ll d$).

Ipotesi Lo spessore è tale da evitare diffusione multipla.



Il numero di particelle diffuse è proporzionale al numero di centri diffusori.

$$\frac{N(\Omega)}{\Delta t} = \sigma(\Omega) N_b \Phi_a d \Omega$$

$\sigma(\Omega)$ sezione d'urto differenziale

$$\sigma(\Omega) = \frac{n^{\circ} \text{particelle diffuse per unita' di tempo nell'angolo } d\Omega}{\text{flusso incidente } N_b}$$

dimensioni $\sigma(\Omega)$ [l^2][sr]

$$\sigma_{tot} = \int \sigma(\Omega) d\Omega$$

barn $\equiv b = 10^{-28} \text{ m}^2$

1 mb = 10^{-31} m^2 , 1 fm² = $10^{-30} \text{ m}^2 = 10 \text{ mb}$

$$\frac{d^2\sigma(\epsilon, \epsilon', \omega)}{d\Omega d\epsilon'}$$

$$\sigma_{tot} = \int_0^\infty d\epsilon \int_{4\pi} d\Omega \frac{d^2\sigma(\epsilon, \epsilon', \omega)}{d\Omega d\epsilon'}$$

Regola d'oro di Fermi

Numero di particelle diffuse nell'unità di tempo con energia ϵ'

$$\frac{N(\epsilon')}{\Delta t} = N_a N_b \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(\epsilon')$$

$$M_{fi} = \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = \int_V dV \psi_f^* H_{int} \psi_i$$

M_{fi} Elemento di matrice di transizione.

Ampiezza di probabilità di effettuare la transizione.

H_{int} hamiltoniana di interazione.

$\rho(\epsilon')$ densità degli stati finali.

$\psi_{i,f}$ funzioni d'onda stati iniziale e finale del proiettile.

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad ; \quad \int_V dV \psi^*(x) \psi(x) = 1$$

Spazio, scatola quadrata di lato L , $V = L^3$. Al termine del calcolo $L \rightarrow \infty$.
Condizioni periodiche

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L}\mathbf{n} \quad ; \quad \mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z) \quad ; \quad k_x = \frac{2\pi}{L}n_x$$

$$d^3n = \frac{L^3}{(2\pi)^3}d^3k = \frac{V}{(2\pi)^3}k^2 dk d\Omega = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3}p^2 dp d\Omega$$

$$d\epsilon' = d\left(\frac{1}{2}mv'^2\right) = \frac{1}{2}m2v' dv' = v' m dv' = v' dp'$$

$$\rho(\epsilon') = \frac{d^3n}{d\epsilon'} = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2 dp' d\Omega}{v' dp'} = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2}{v'} d\Omega$$

Definizione empirica = definizione teorica

$$\frac{N(\epsilon')}{\Delta t} = \sigma(\epsilon') N_b \Phi_a d\Omega = \sigma(\epsilon') N_b \frac{N_a}{V} v d\Omega = N_a N_b \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(\epsilon')$$

$$\begin{aligned} \sigma(\epsilon') &= \frac{2\pi V}{\hbar v} |M_{fi}|^2 \frac{\rho(\epsilon')}{d\Omega} = \frac{2\pi V}{\hbar v} |M_{fi}|^2 \frac{1}{d\Omega} \quad \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2}{v'} d\Omega \\ &= \frac{2\pi}{\hbar v} |M_{fi}|^2 \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p'^2}{v'} \end{aligned}$$

$$M_{fi} = \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle \sim \left(\frac{1}{\sqrt{V}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{V}} \right)$$

Domande

[N1-11] Qual'è la differenza tra processi di diffusione elastica ed inelastica?

[N2-9] Qual'è la definizione operativa di sezione d'urto?

[N3-12] La definizione operativa di sezione d'urto è basata sulle ipotesi che il processo avvenga considerando l'urto individuale delle particelle del fascio con un solo componente isolato, il nucleo ad esempio, che compone il bersaglio. Quali sono le condizioni sperimentali che garantiscono la validità di queste ipotesi?