

## Lezione 18

# Reazioni $e^- e^+$

Antiparticelle.

Proprietà che non cambiano  
massa, spin, vita media

Proprietà identiche in valore assoluto, ma con segno opposto  
carica elettrica, momento magnetico, 3<sup>a</sup> componente isospin, n<sup>o</sup> leptoni-  
co, n<sup>o</sup> barionico, stranezza, charm, beauty.

Particella e antiparticella si annichilano e tutta la loro energia è a dispo-  
sizione per la formazione di nuove particelle.

Definizione di massa invariante

$$M^2 = \left( \sum_i p_i \right)^2$$

Per la collisione di due particelle

$$M^2 = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\epsilon_1\epsilon_2 - 2|\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2| \cos \theta = s$$

Collisione su bersaglio fisso.

$$p_2 = 0 \quad \epsilon_2 = m_2$$

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\epsilon_1 m_2$$

per  $m_1 = m_2$  se l'energia a disposizione è  $E = \epsilon_1$ .

Per l'elettrone  $E \gg m$

quindi i termini con  $m$  sono trascurabili.

$$M^2 \simeq 2Em \quad M \simeq \sqrt{2Em}$$

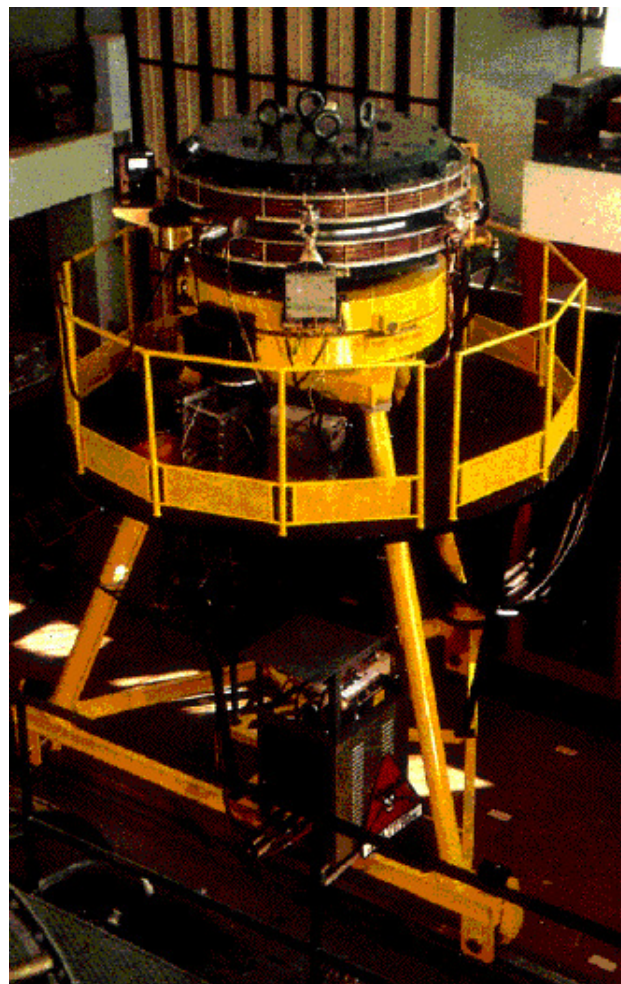
Collisione frontale.

Nel CM  $E = \epsilon_1 = \epsilon_2 \gg m$  e  $\cos \theta = \cos \pi = -1$

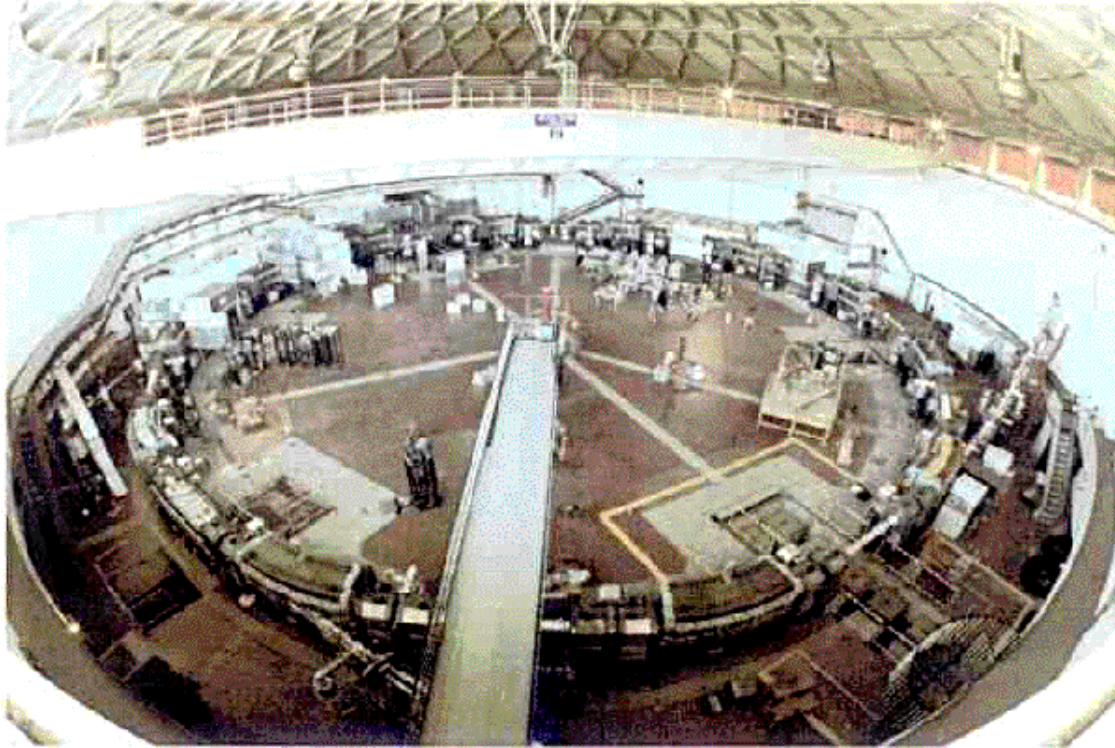
$$M^2 = 2E^2 - 2|\mathbf{p}|^2(-1) = 2E^2 + 2|\mathbf{p}|^2 = 4E^2$$

$$M = 2E$$

# ADA (Anello di Accumulazione) 1961-1964



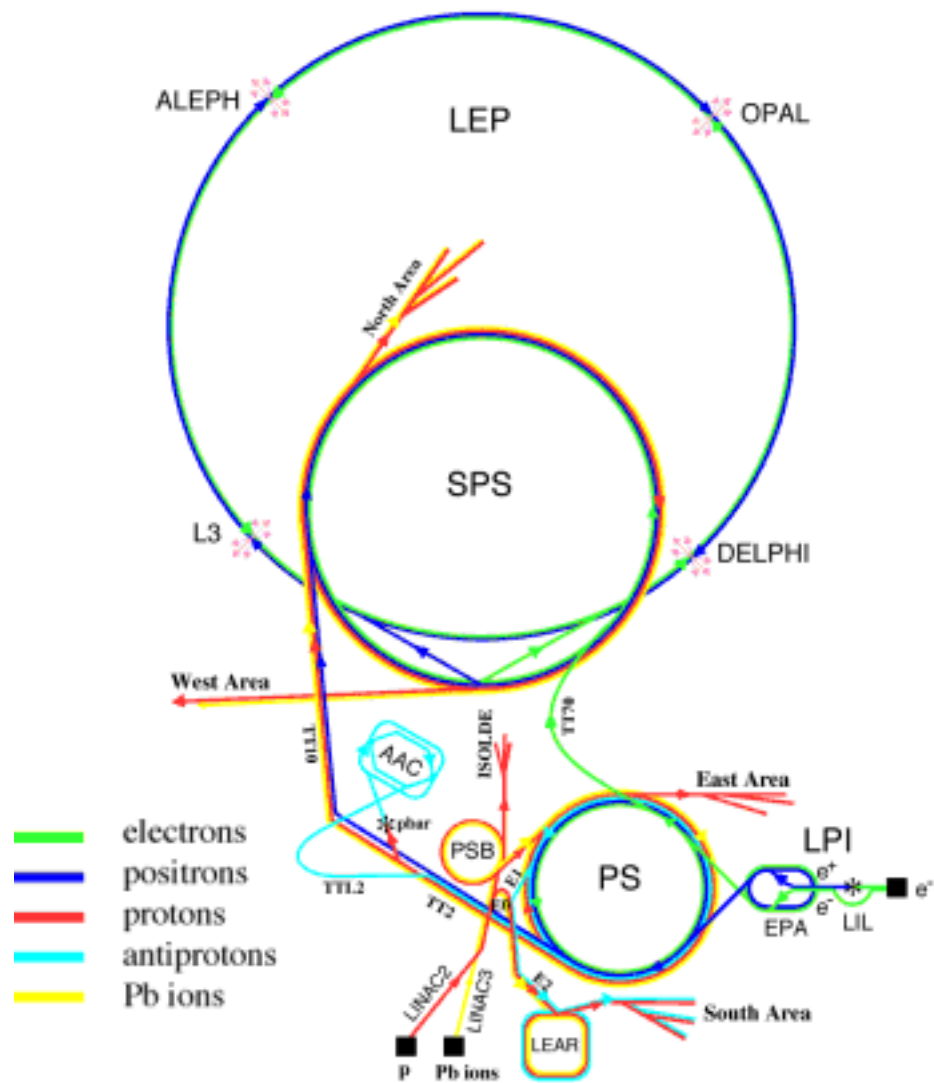
Adone 1969-1993



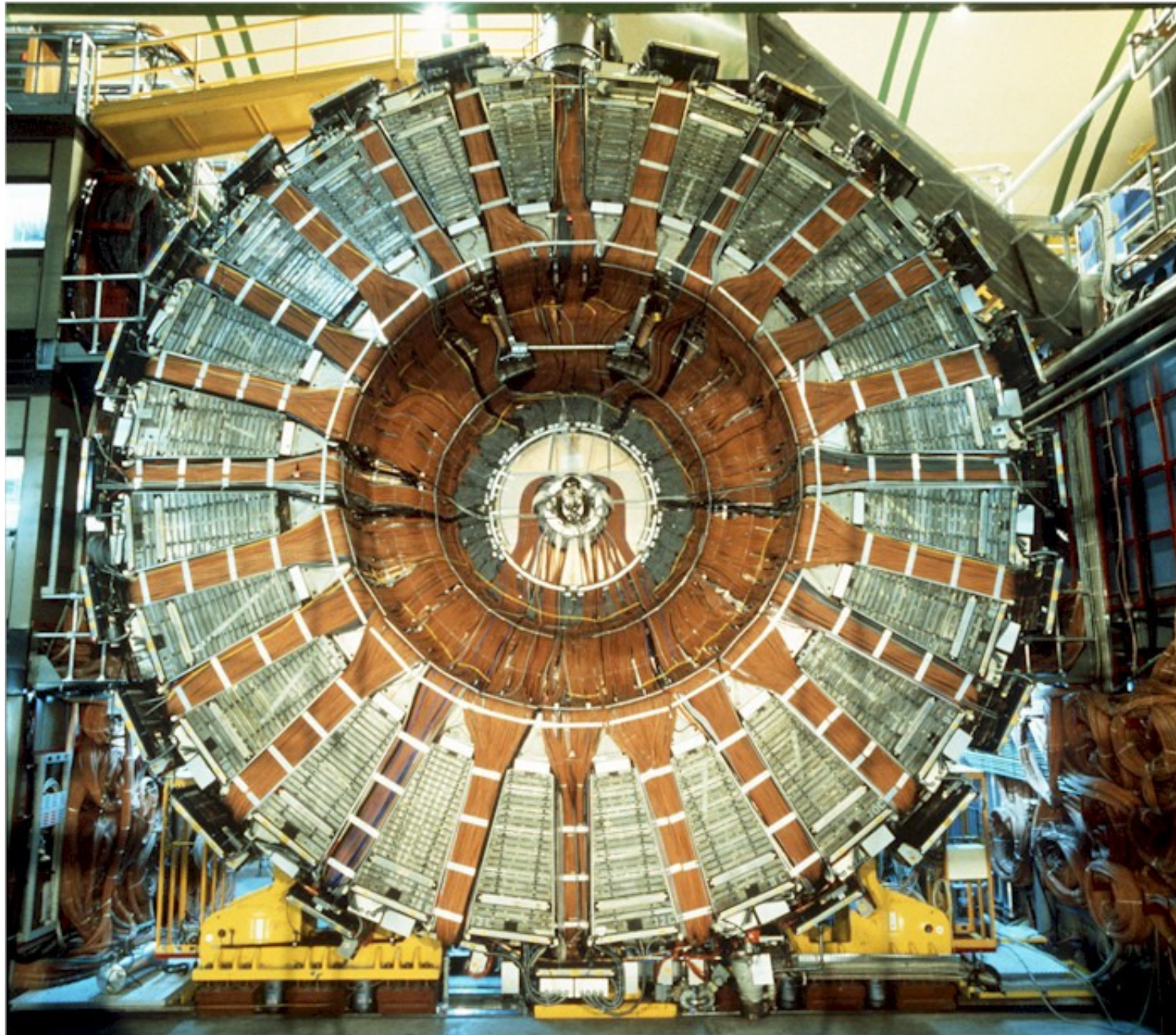
$E \simeq 1.5 \text{ GeV}$ , 105 m

# CERN

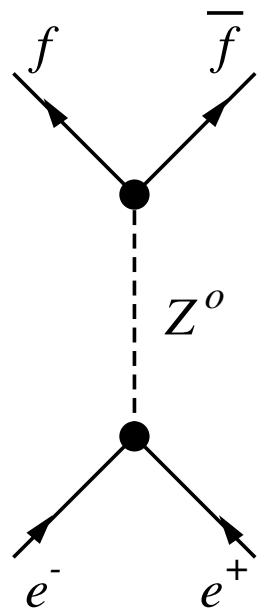
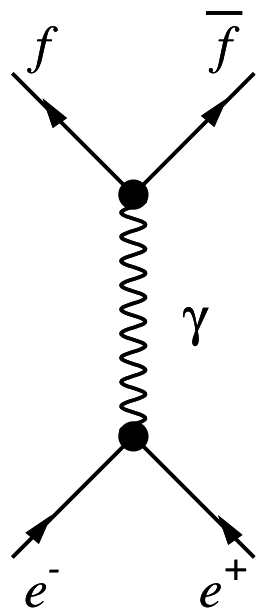




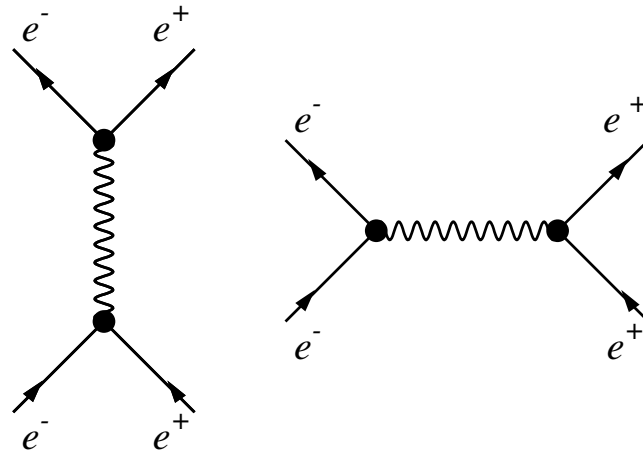
$E \approx 100 \text{ GeV}$ , LEP 27 km







Difficoltà per  $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+$



$$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$$

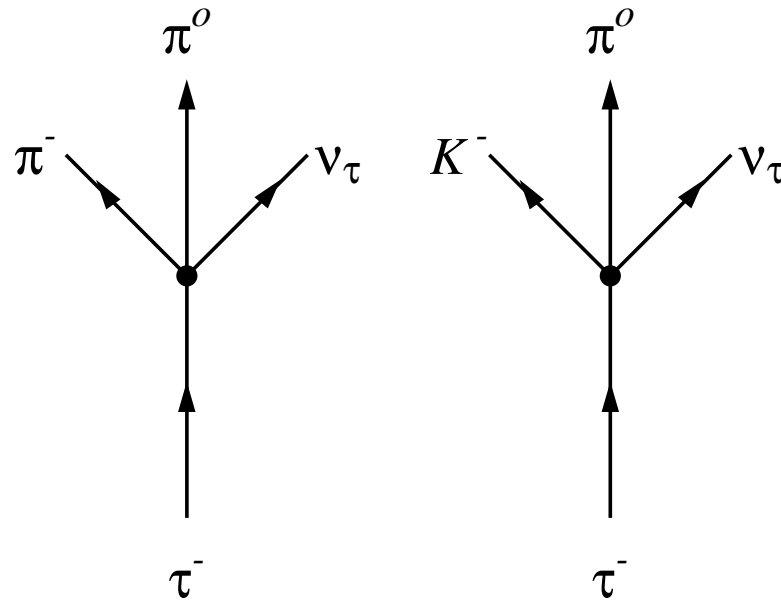
$$m_\mu \rightarrow 105.65916 \text{ MeV}$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad \tau = 2.197 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{10^{-22} \cdot 6.6 \text{ MeV} \cdot \text{s}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = 3.3 \cdot 10^{-16} \text{ MeV} = 3.3 \cdot 10^{-10} \text{ eV}$$

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+$$

$$m_\tau \rightarrow 1777 \text{ MeV} \quad \tau = 2.197 \cdot 10^{-13} \text{ s} \quad \Gamma = 2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$



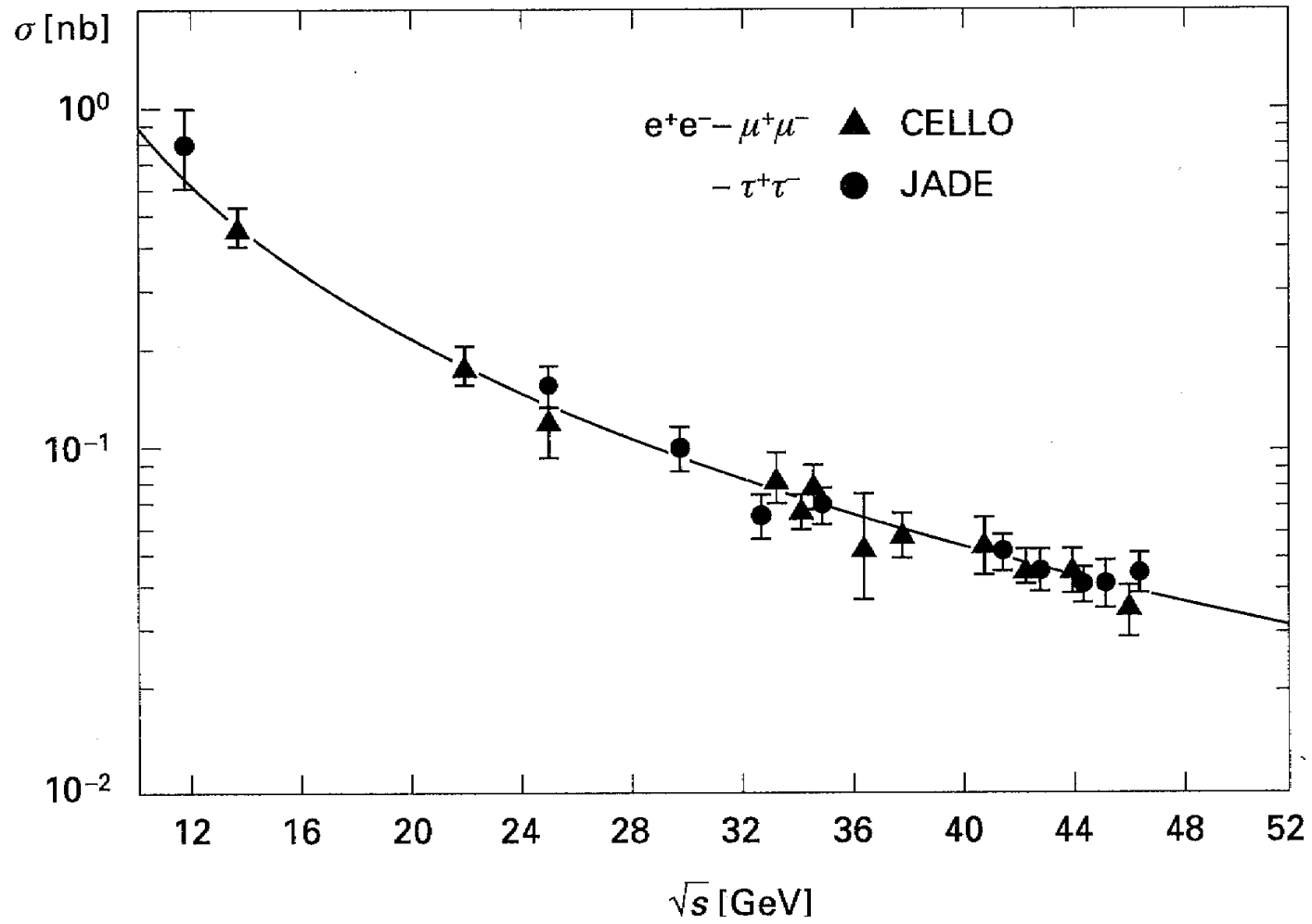
Sezione d'urto  $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$  bersaglio puntiforme.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2(\hbar)^2}{4s} (1 + \cos^2 \theta)$$

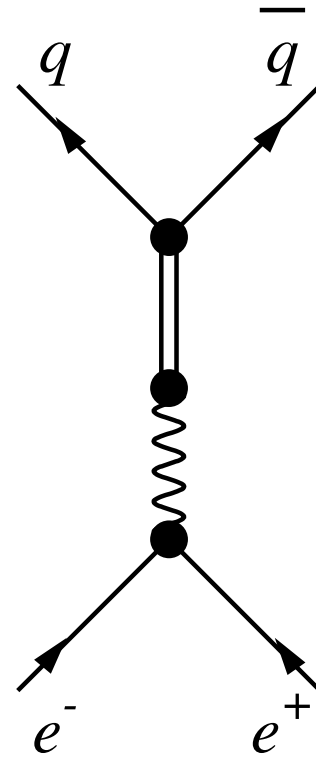
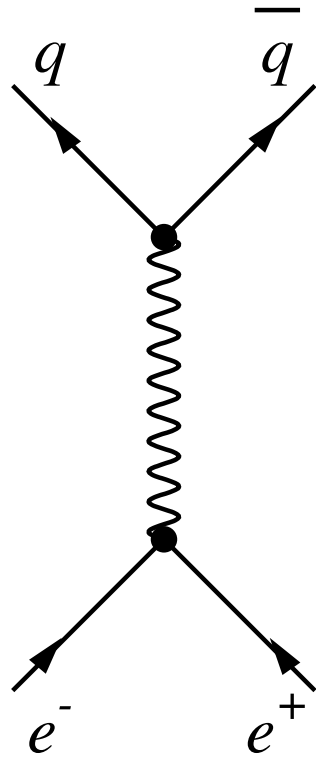
$$\int d\Omega (1 + \cos^2 \theta) = 2\pi \int_{-1}^1 dx (1 + x^2) = 2\pi \left[ x + \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{16}{3}\pi$$

$$\sigma = \frac{4}{3}\pi\alpha^2(\hbar)^2\frac{1}{s}$$

Per  $\sqrt{s} \gg m_\tau$  le sezioni d'urto delle due reazioni sono uguali.



# RISONANZE



Particella con energia definita

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r})e^{-iEt}$$

Densità costante nel tempo

$$|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = |\phi(\mathbf{r})e^{-iEt}|^2 = |\phi(\mathbf{r})|^2$$

Per le particelle che decadono aggiungiamo un termine di decadimento esponenziale.

$$P(t) = |\psi(t)|^2 = |\psi(t=0)|^2 e^{-\Gamma t}$$

La funzione d'onda è quindi

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r})e^{-iEt}e^{-\frac{\Gamma}{2}t}$$

Lo stato non è più stazionario, quindi con un valore preciso dell'energia.

Per calcolare la probabilità di trovare una particella con energia  $\omega$  bisogna scrivere la funzione d'onda in rappresentazione dell'energia.

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \psi(\mathbf{r}, t) dt = \int_0^{\infty} e^{i\omega t} \phi(\mathbf{r}) e^{-iEt} e^{-\frac{\Gamma}{2}t} dt$$

per  $t < 0$  la particella non esiste

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, \omega) &= \phi(\mathbf{r}) \int_0^{\infty} e^{[i(\omega-E) - \frac{\Gamma}{2}]t} dt = \phi(\mathbf{r}) \frac{e^{[i(\omega-E) - \frac{\Gamma}{2}]t}}{i(\omega-E) - \frac{\Gamma}{2}} \Big|_0^{\infty} \\ &= \phi(\mathbf{r}) \frac{-1}{i(\omega-E) - \frac{\Gamma}{2}} = \phi(\mathbf{r}) \frac{\frac{\Gamma}{2} + i(\omega-E)}{(\omega-E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \end{aligned}$$

Probabilità di trovare una particella con energia compresa tra  $\omega$  e  $\omega + d\omega$

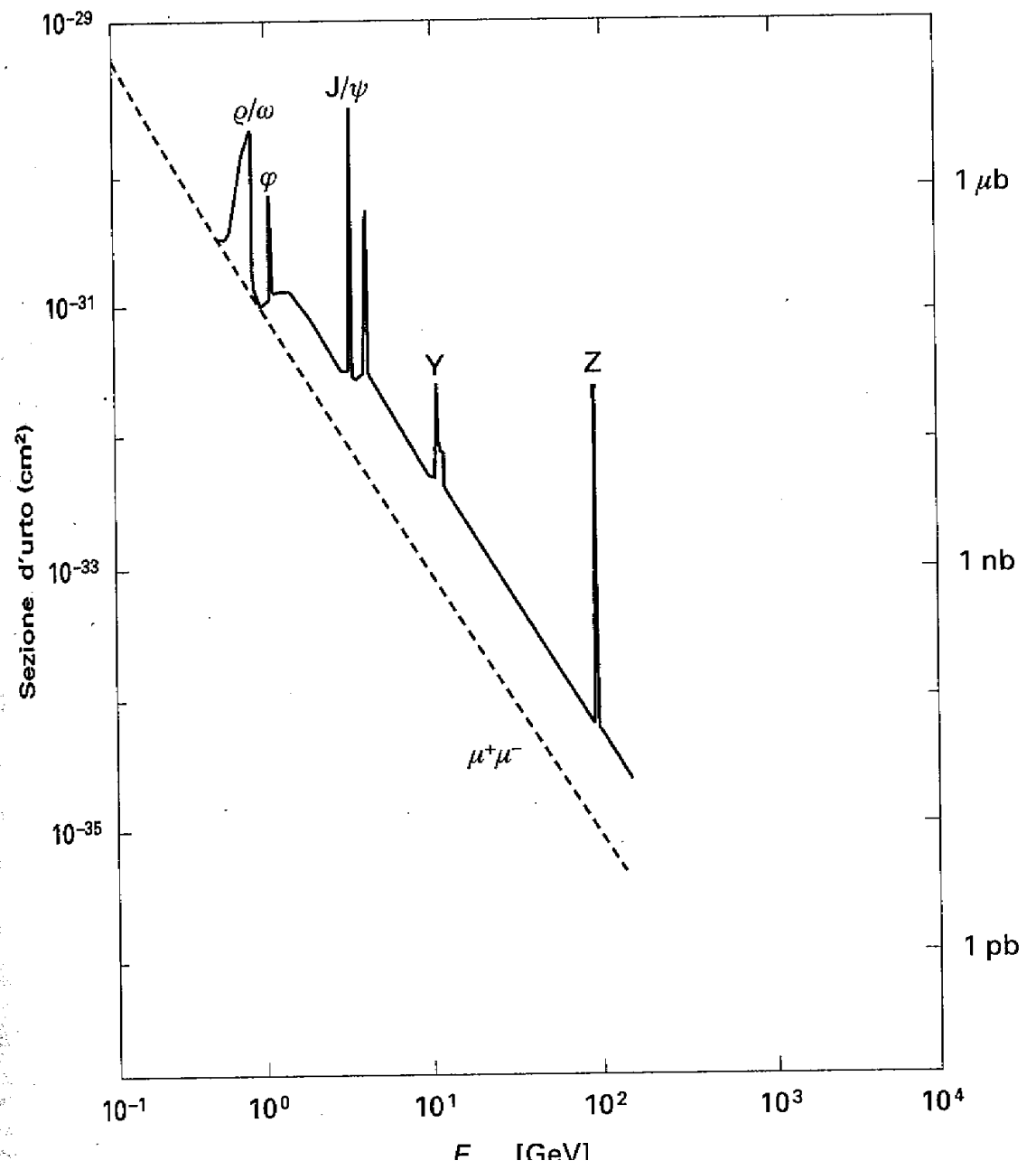
$$P(\omega) = |\psi(\mathbf{r}, \omega)|^2 = |\phi(\mathbf{r})|^2 \frac{(\omega-E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}{[(\omega-E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]^2} = |\phi(\mathbf{r})|^2 \frac{1}{(\omega-E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Sezione d'urto

$$\sigma \sim \frac{\Gamma^2}{(\omega-E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Breit - Wigner





$\rho^0(770)$

$M = 770 \text{ MeV}, J^{\Pi} = 1^{-}, \Gamma = 150 \text{ MeV}$

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6.6 \cdot 10^{-22} \text{ MeV s}}{1.5 \cdot 10^2 \text{ MeV}} \simeq 4 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

$$\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \simeq 100\%$$

$\omega^0(782)$

$M = 782 \text{ MeV}, J^{\Pi} = 1^{-}, \Gamma = 8 \text{ MeV}, \tau = 10^{-22} \text{ s}$

$$\begin{array}{ll} \omega & \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 & 88.0 \% \\ \omega & \rightarrow \pi^0 + \gamma & 8.5 \% \\ \omega & \rightarrow \pi^+ + \pi^- & 2.2 \% \end{array}$$

## $\phi^0(1020)$

$M = 1020 \text{ MeV}$ ,  $J^{\Pi} = 1^{-}$ ,  $\Gamma = 4 \text{ MeV}$   $\tau = 1.5 \cdot 10^{-22} \text{ s}$

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow K^+ + K^- && 49 \% \\ \phi &\rightarrow K^0 + \bar{K}^0 && 34 \% \\ \phi &\rightarrow \rho^+ + \pi^- && 13 \%\end{aligned}$$

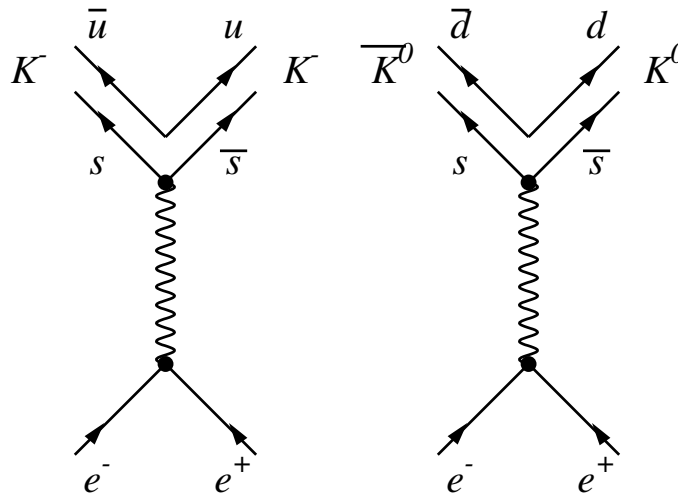
$K$ ,  $M=493 \text{ MeV}$ , sono i mesoni strani più leggeri.

$$|K^+ \rangle \equiv |u\bar{s} \rangle \quad |K^- \rangle \equiv |\bar{u}s \rangle \quad |K^0 \rangle \equiv |d\bar{s} \rangle \quad |\bar{K}^0 \rangle \equiv |\bar{d}s \rangle$$

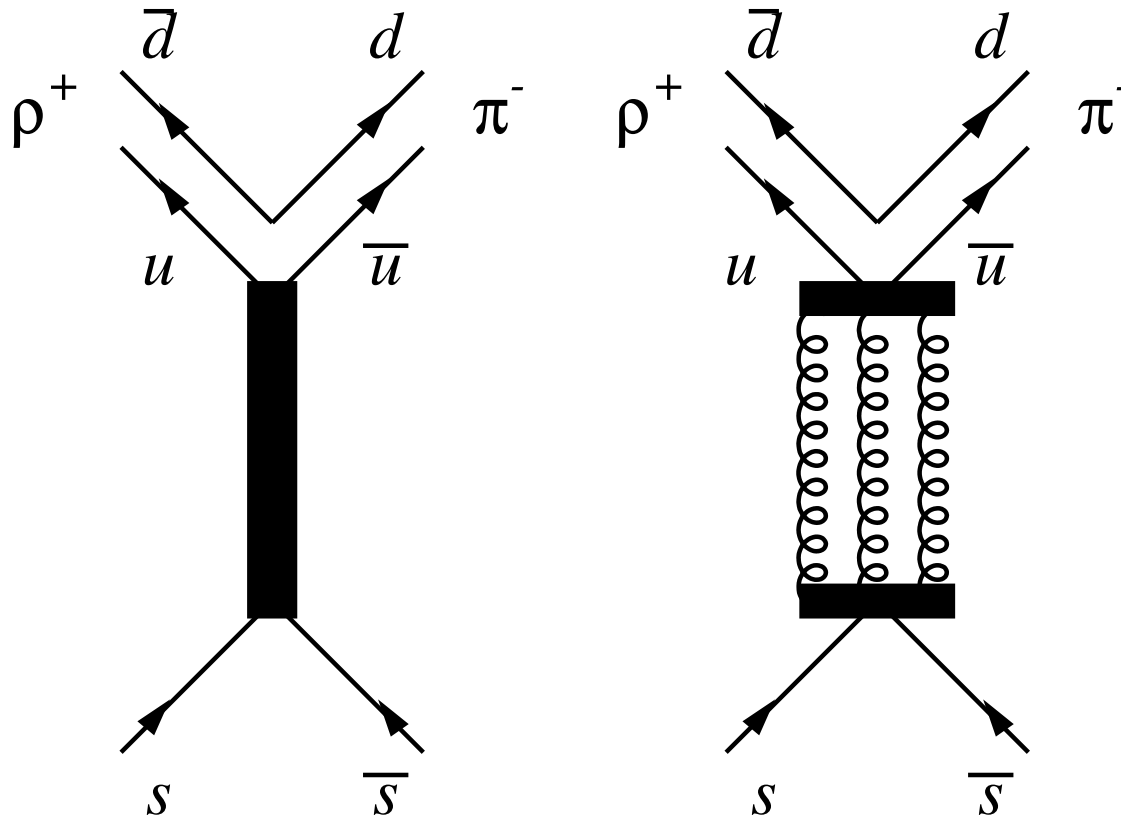
Stabili per l'interazione forte, decadono solo debolmente.

$$M_{\phi} \simeq 2M_K$$

Piccolo spazio delle fasi



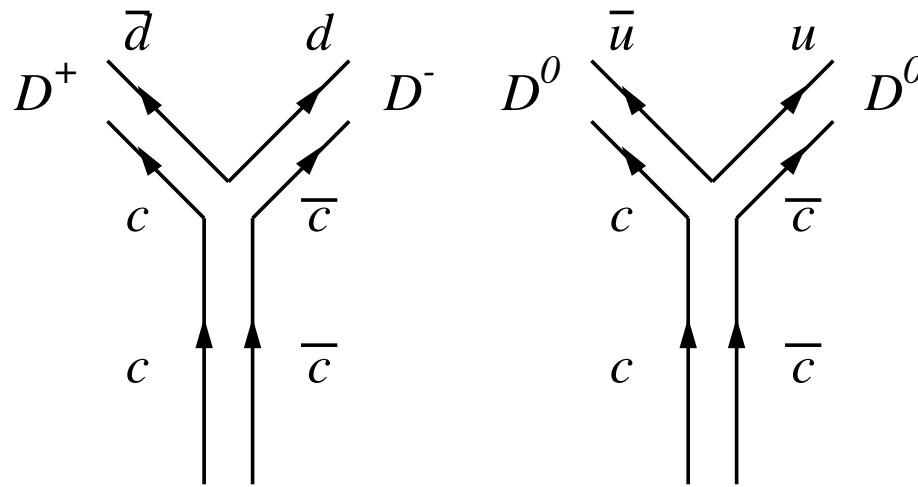
# Regola di Okubo-Zweig



## $J/\psi(3097)$

$M = 3097$  MeV,  $J^{\Pi} = 1^{-}$ ,  $\Gamma = 88$  keV,  $\tau \simeq 10^{-20}$  s

Contenuto  $c\bar{c}$ .



$D^{\pm}(1869)$  MeV,  $D^0(1864)$  MeV  $D^0(\bar{c}u - \bar{u}c)/\sqrt{2}$

Decadimenti proibiti  $2M_D > M_{J/\psi}$

$\Upsilon$

$M \simeq 10 \text{ GeV}$ ,  $J^{\Pi} = 1^{-}$ ,  $\Gamma = 52 \text{ keV}$ ,

Contenuto  $b\bar{b}$ .

Quark  $t$  identificato a FNAL Tevatron  $p\bar{p}$ . Massa  $\simeq 180 \text{ GeV}$ .

LEP aveva energia max 200 GeV, non poteva produrre  $t\bar{t}$ .

A 91.2 GeV si produce  $Z^0$  che decade in leptoni e quark. LEP  $10^6$  in un anno.

Adronizzazione

Lontani dalle risonanze

Le sezioni d'urto

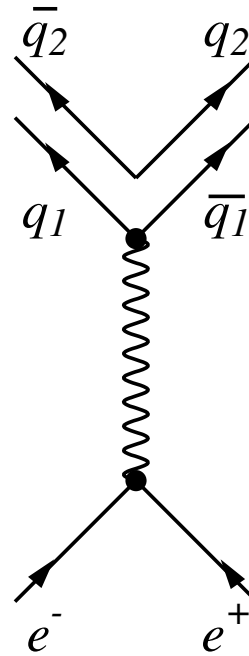
$$e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q}$$

$$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$$

sono identiche.

Cambia la carica  $e \rightarrow Z_f e$

$$\text{Sez. d'urto} \simeq Z_f^2 e^2$$



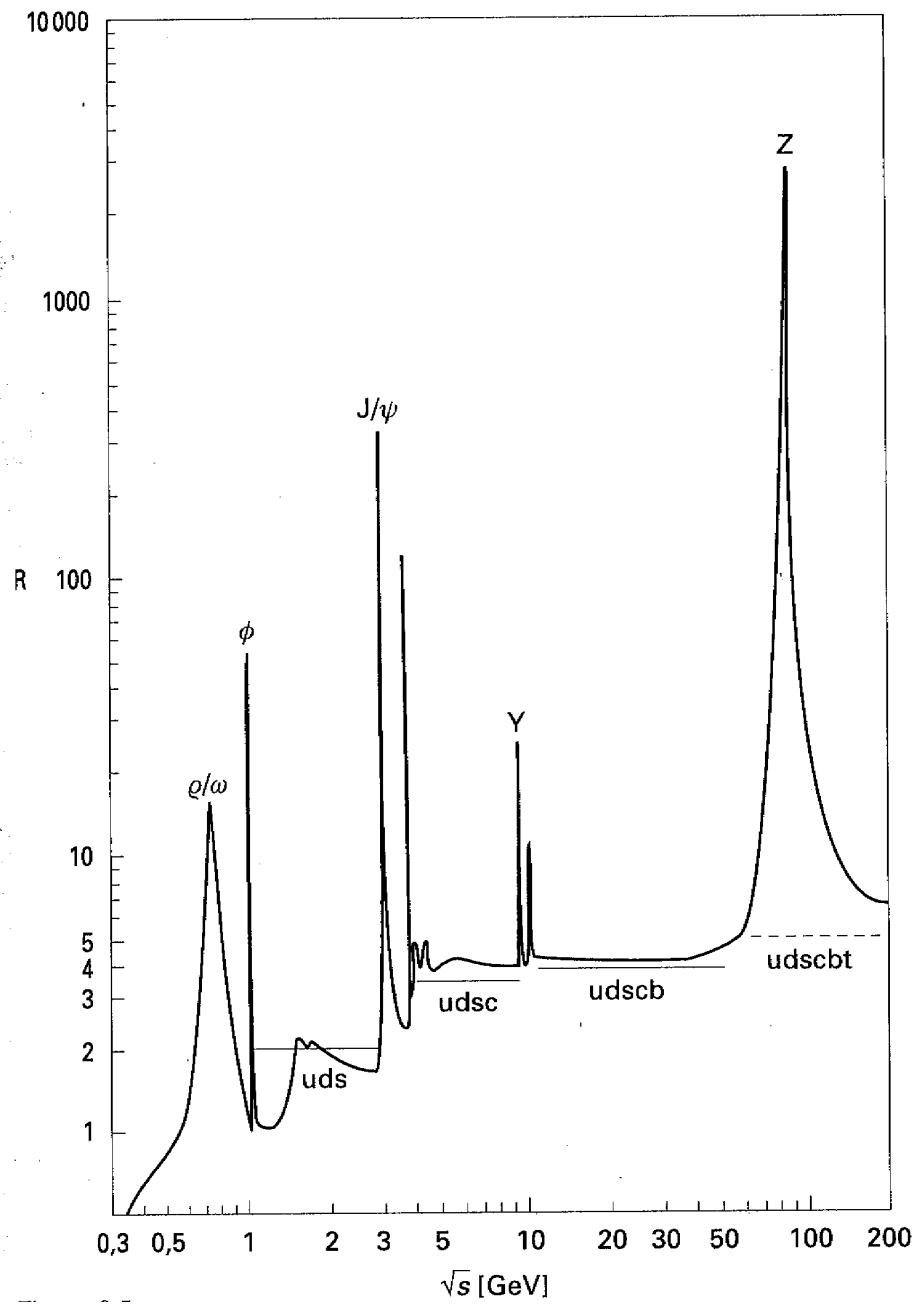
$$\text{Quindi } \sigma(e^- + e^+ \rightarrow q_f + \bar{q}_f) = \sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+) Z_f^2 \mathbf{3}$$

$\mathbf{3}$  è il numero di colori

$$\begin{aligned}
R &= \frac{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \text{adroni})}{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+)} = \frac{\sum_f \sigma(e^- + e^+ \rightarrow q_f + \bar{q}_f)}{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+)} \\
&= 3 \sum_f Z_f^2 = 3 \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)_u^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)_d^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)_s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)_c^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)_b^2 + \left(\frac{2}{3}\right)_t^2 \right\} \\
&= \frac{6}{3}(\text{uds}) \\
&= \frac{10}{3}(\text{udsc}) \\
&= \frac{11}{3}(\text{udscb})
\end{aligned}$$

Misura delle cariche dei quark e i 3 colori.





# Domande

[P2-4] Dal punto di vista energetico, qual' è il vantaggio degli anelli di accumulazione rispetto agli acceleratori con bersaglio fisso, nella produzione di particelle?

[P2-5] Spiega perchè il mesone  $\pi^0$  non può essere prodotto in collisioni  $e^+e^-$ .

[P3-6] In un processo di produzione generato da una collisione  $e^+e^-$ , quali sono i numeri quantici delle risonanze che possono essere prodotte?

[P3-7] Per valori dell'energia disponibile nel centro di massa  $\sqrt{s} \gg m_\tau$  le sezioni d'urto dei processi  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  e  $e^+ + e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^-$  sono identiche. Cosa si può dedurre da questa osservazione?

[P4-7] I valori delle masse dei mesoni  $\rho^0$  e  $\omega$  sono molto simili ( $m_{\rho^0} = 770$  MeV  $m_\omega = 782$  MeV). La differenza tra questi valori è inferiore all'ampiezza delle rispettive risonanze, che possono essere eccitate in processi di annichilazione  $e^+ e^-$ . Come è possibile sapere quale dei due mesoni è stato prodotto? Quale delle due risonanze ha maggiore ampiezza? Perchè?

[P4-8] La risonanza  $J/\psi$  si presenta ad un'energia di 3097 MeV con un'ampiezza di soli 93.5 keV. Per quale motivo l'ampiezza della risonanza è così piccola confrontata con la massa del mesone?

[P4-10] Indica i possibili modi di decadimento indotti dalle interazioni forte, debole ed elettromagnetica di una risonanza prodotta da annichilazione  $e^+ e^-$ .