Lezione 18

Reazioni e^{-} e^{+}

Antiparticelle.
Proprietà che non cambiano
massa, spin, vita media

Proprietà identiche in valore assoluto, ma con segno opposto
carica elettrica, momento magnetico, 3^a componente isospin, n^o leptonico, n^o barionico, stranezza, charm, beauty.

Particella e antiparticella si annichilano e tutta la loro energia è a disposizione per la formazione di nuove particelle.

Definizione di massa invariante

$$M^2 = \left(\sum_i p_i\right)^2$$

Per la collisione di due particelle

$$M^2 = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\epsilon_1\epsilon_2 - 2|\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2| \cos\theta = s$$

Collisione su bersaglio fisso.

$\mathbf{p}_2 = 0$ $\epsilon_2 = m_2$

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\epsilon_1 m_2$$

per $m_1 = m_2$ se l'energia a disposizione è $E = \epsilon_1$.

Per l'elettrone $E \gg m$

quindi i termini con m sono trascurabili.

$$M^2 \simeq 2Em \qquad M \simeq \sqrt{2Em}$$

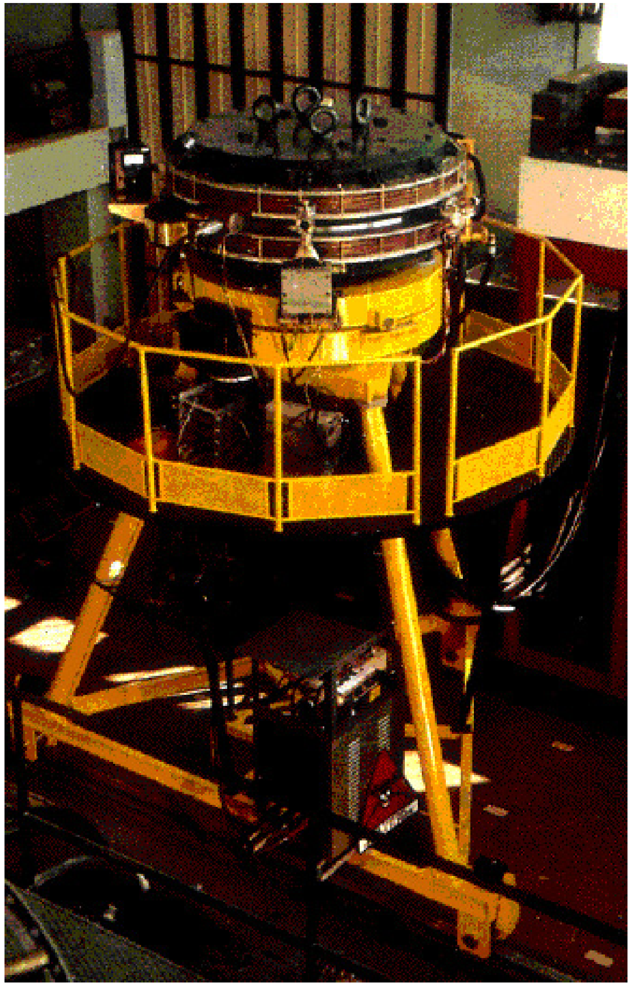
Collisione frontale.

Nel CM $E = \epsilon_1 = \epsilon_2 \gg m$ e $\cos\theta = \cos\pi = -1$

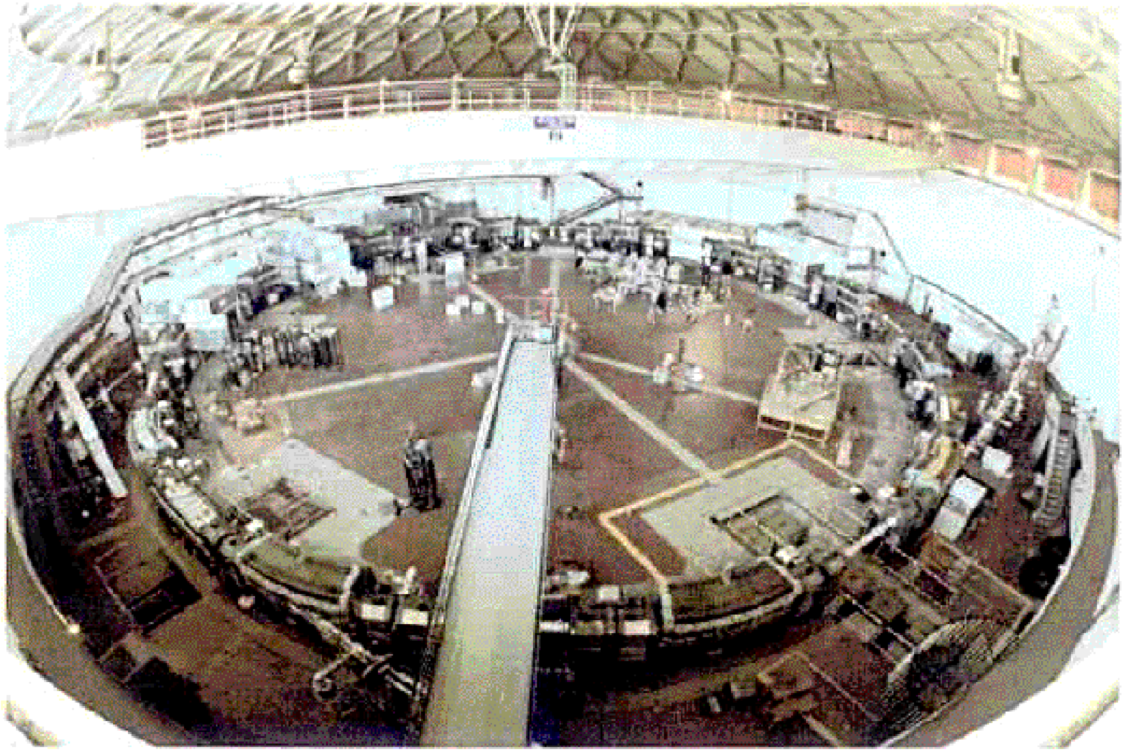
$$M^2 = 2E^2 - 2|\mathbf{p}|^2(-1) = 2E^2 + 2|\mathbf{p}|^2 = 4E^2$$

$$M = 2E$$

ADA (Anello di Accumulazione) 1961-1964

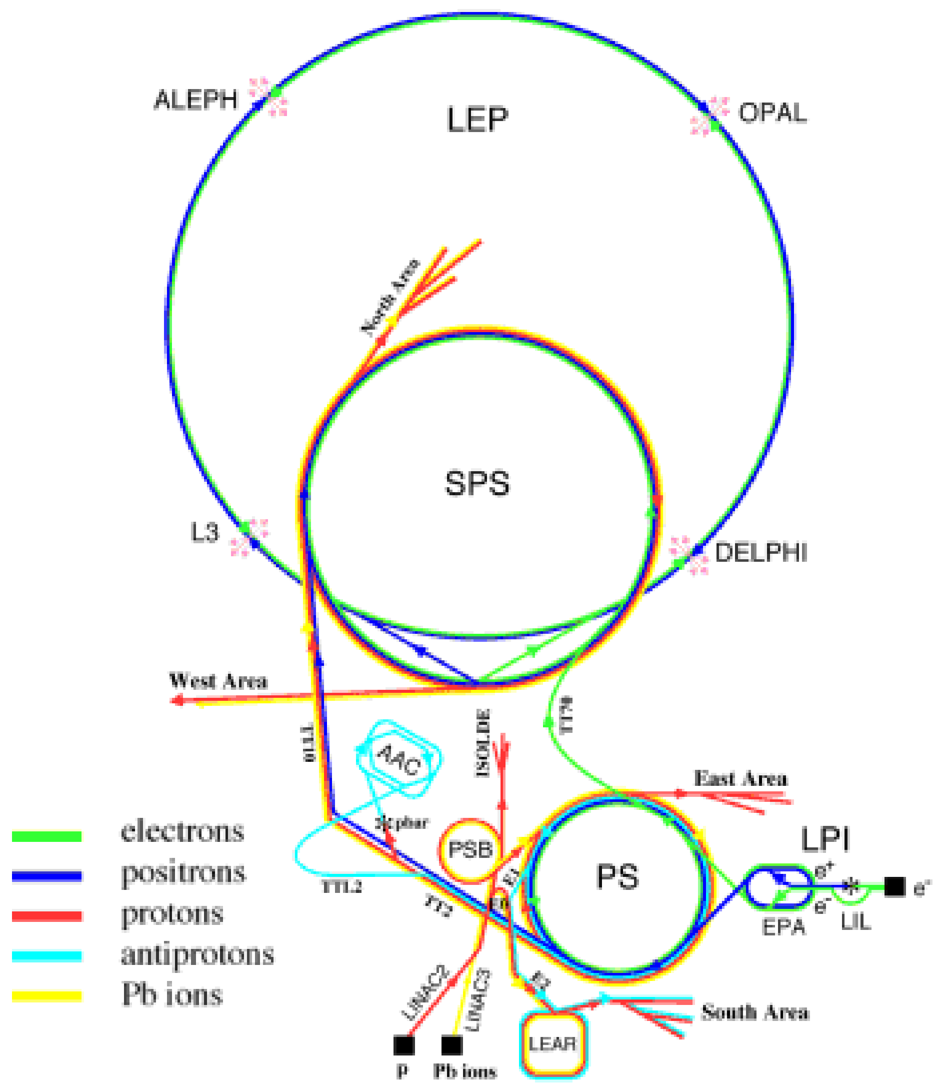


Adone 1969-1993

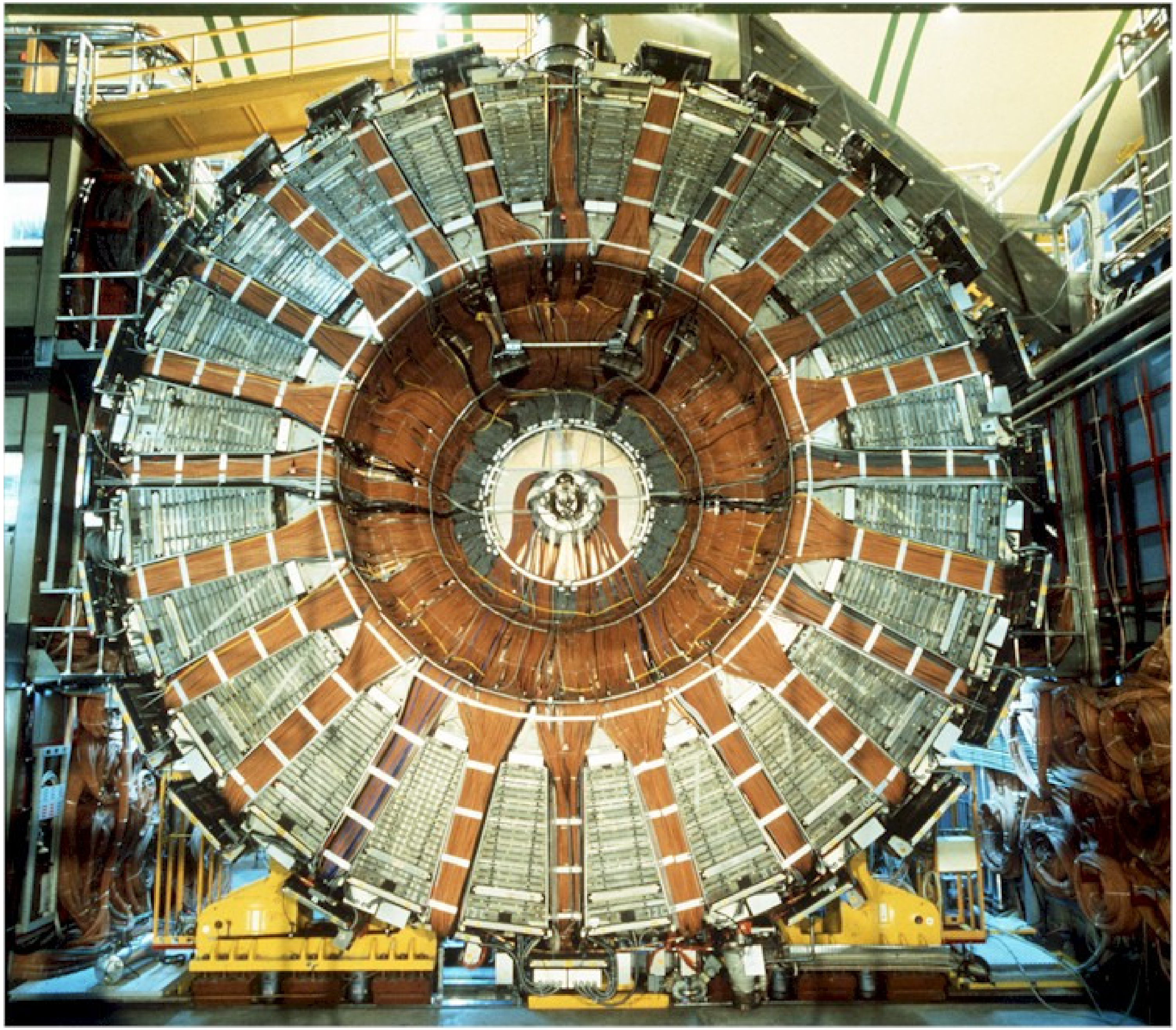


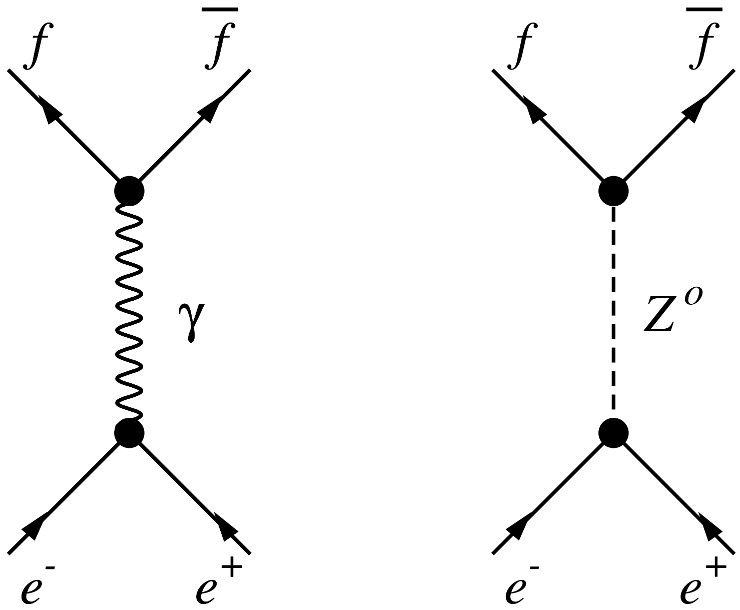
$E \simeq 1.5$ GeV, 105 m

CERN



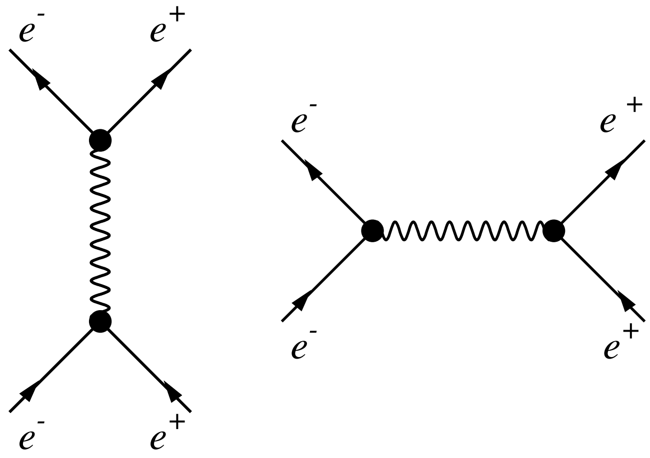
E $\simeq$ 100 GeV, LEP 27 km





f
$\overline{f}$
γ
e^-
e^+
f
$\overline{f}$
Z^o
e^-
e^+

Difficoltà per $e^- + e^+ \to e^- + e^+$



$$e^- + e^+ \to \mu^- + \mu^+$$

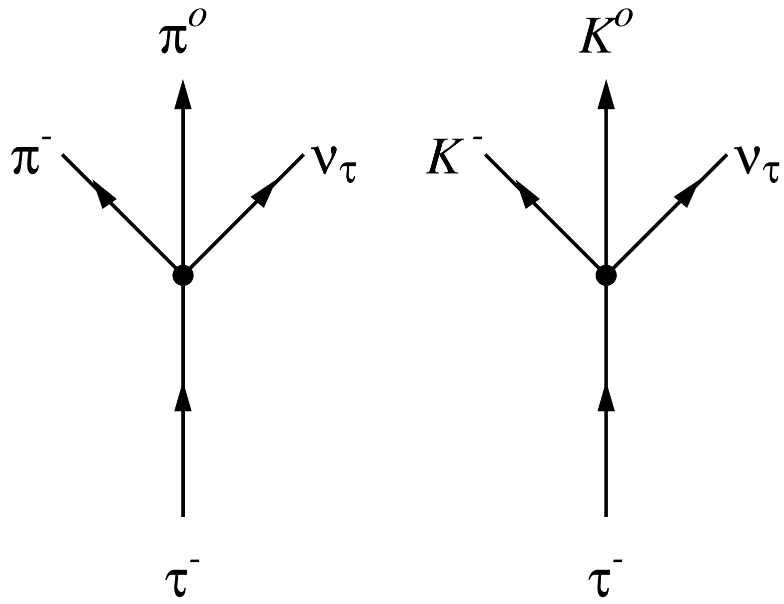
$$m_\mu \to 105.65916 \ MeV$$

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \qquad \tau = 2.197 \ \ 10^{-6} s$$

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{10^{-22} \, 6.6 \ MeV \ s}{2 \ 10^{-6} \ s} = 3.3 \ 10^{-16} \ MeV = 3.3 \ 10^{-10} \ eV$$

$$e^- + e^+ \to \tau^- + \tau^+$$

$$m_\tau \to 1777\ MeV \qquad \tau = 2.197\ \ 10^{-13} s \qquad \Gamma = 2\ 10^{-3}\ eV$$



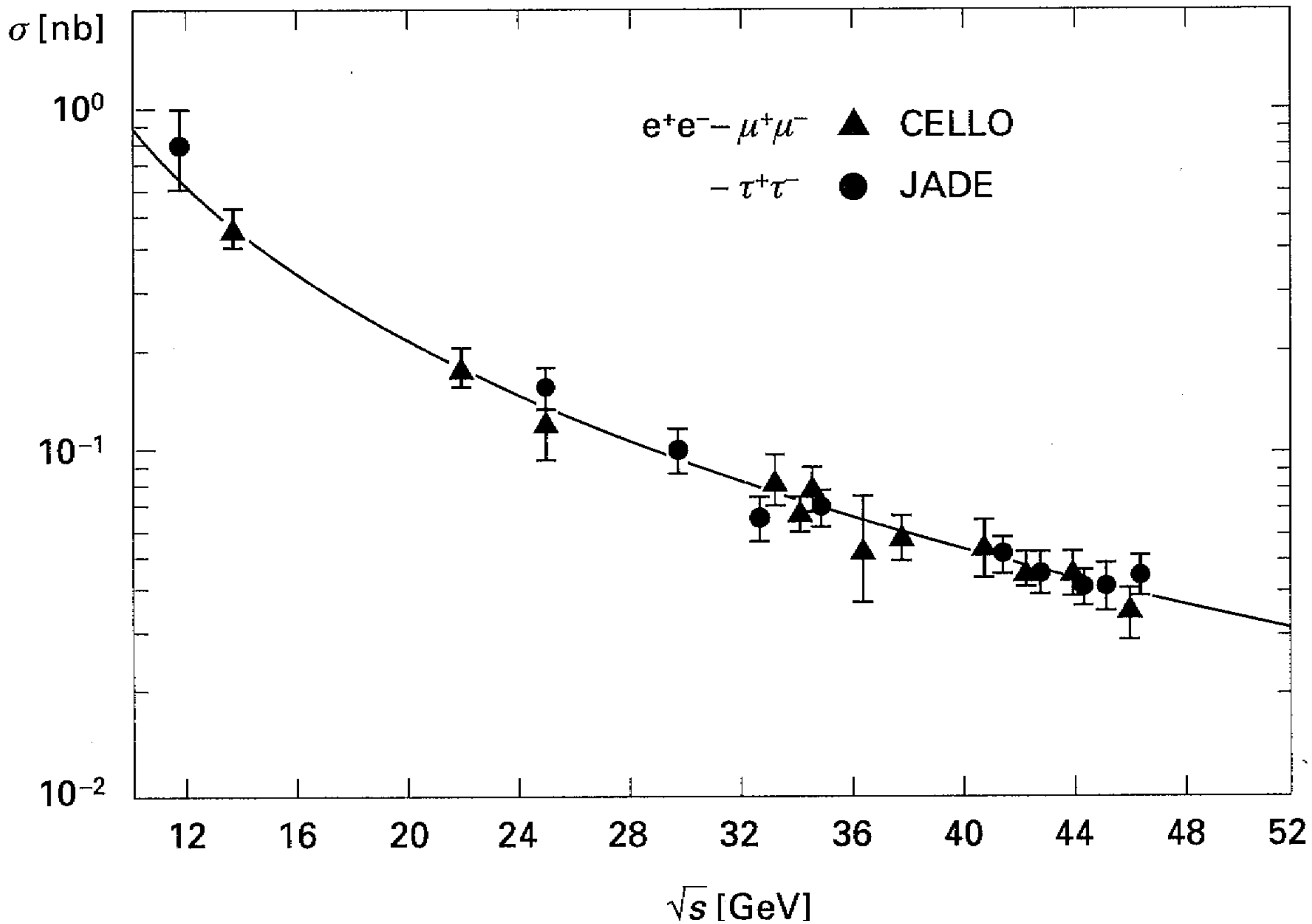
Sezione d'urto $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ bersaglio puntiforme.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2(\hbar)^2}{4s}\left(1+\cos^2\theta\right)$$

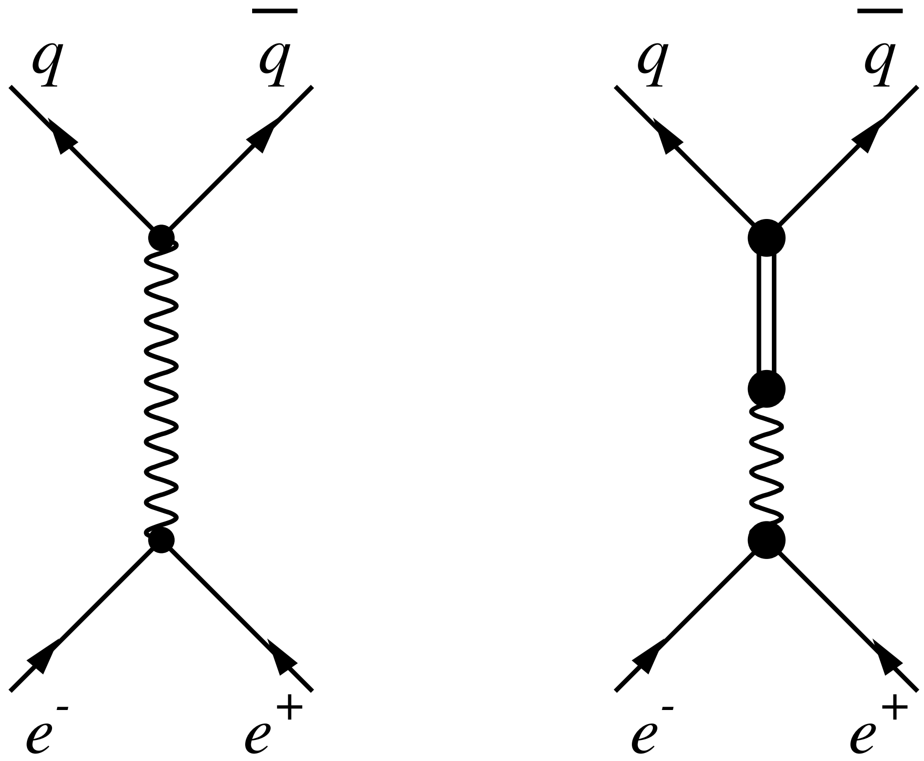
$$\int d\Omega\left(1+\cos^2\theta\right) = 2\pi\int_{-1}^{1} dx\left(1+x^2\right) = 2\pi\left[x+\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1} = \frac{16}{3}\pi$$

$$\sigma = \frac{4}{3}\pi\alpha^2(\hbar)^2\frac{1}{s}$$

Per $\sqrt{s} \gg m_\tau$ le sezioni d'urto delle due reazioni sono uguali.


σ [nb]
10^0
10^{-1}
10^{-2}
$e^+e^- - \mu^+\mu^-$
$- \tau^+\tau^-$
CELLO
JADE
12
16
20
24
28
32
36
40
44
48
52
$\sqrt{s}$ [GeV]

RISONANZE



Particella con energia definita

$$\psi(\mathbf{r},t) = \phi(\mathbf{r})e^{-i\,E\,t}$$

Densità costante nel tempo

$$|\psi(\mathbf{r},t)|^2 = |\phi(\mathbf{r})e^{-i\,E\,t}|^2 = |\phi(\mathbf{r})|^2$$

Per le particelle che decadono aggiungiamo un termine di decadimento esponenziale.

$$P(t) = |\psi(t)|^2 = |\psi(t=0)|^2 e^{-\Gamma\,t}$$

La funzione d'onda è quindi

$$\psi(\mathbf{r},t) = \phi(\mathbf{r})e^{-i\,E\,t}e^{-\frac{\Gamma}{2}\,t}$$

Lo stato non è più stazionario, quindi con un valore preciso dell'energia.

Per calcolare la probabilità di trovare una particella con energia ω bisogna scrivere la funzione d'onda in rappresentazione dell'energia.

$$\psi(\mathbf{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\,\omega\,t}\psi(\mathbf{r},t)\,dt = \int_{0}^{\infty} e^{i\,\omega\,t}\phi(\mathbf{r})e^{-i\,E\,t}e^{-\frac{\Gamma}{2}\,t}\,dt$$

per $t < 0$ la particella non esiste

$$\begin{aligned}
\psi(\mathbf{r},\omega) &= \phi(\mathbf{r})\int_0^{\infty} e^{[i(\omega-E)-\frac{\Gamma}{2}]t}\,dt = \phi(\mathbf{r})\frac{e^{[i(\omega-E)-\frac{\Gamma}{2}]t}}{i(\omega-E)-\frac{\Gamma}{2}}\Big|_0^{\infty} \\
&= \phi(\mathbf{r})\frac{-1}{i(\omega-E)-\frac{\Gamma}{2}} = \phi(\mathbf{r})\frac{\frac{\Gamma}{2}+i(\omega-E)}{(\omega-E)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}
\end{aligned}$$

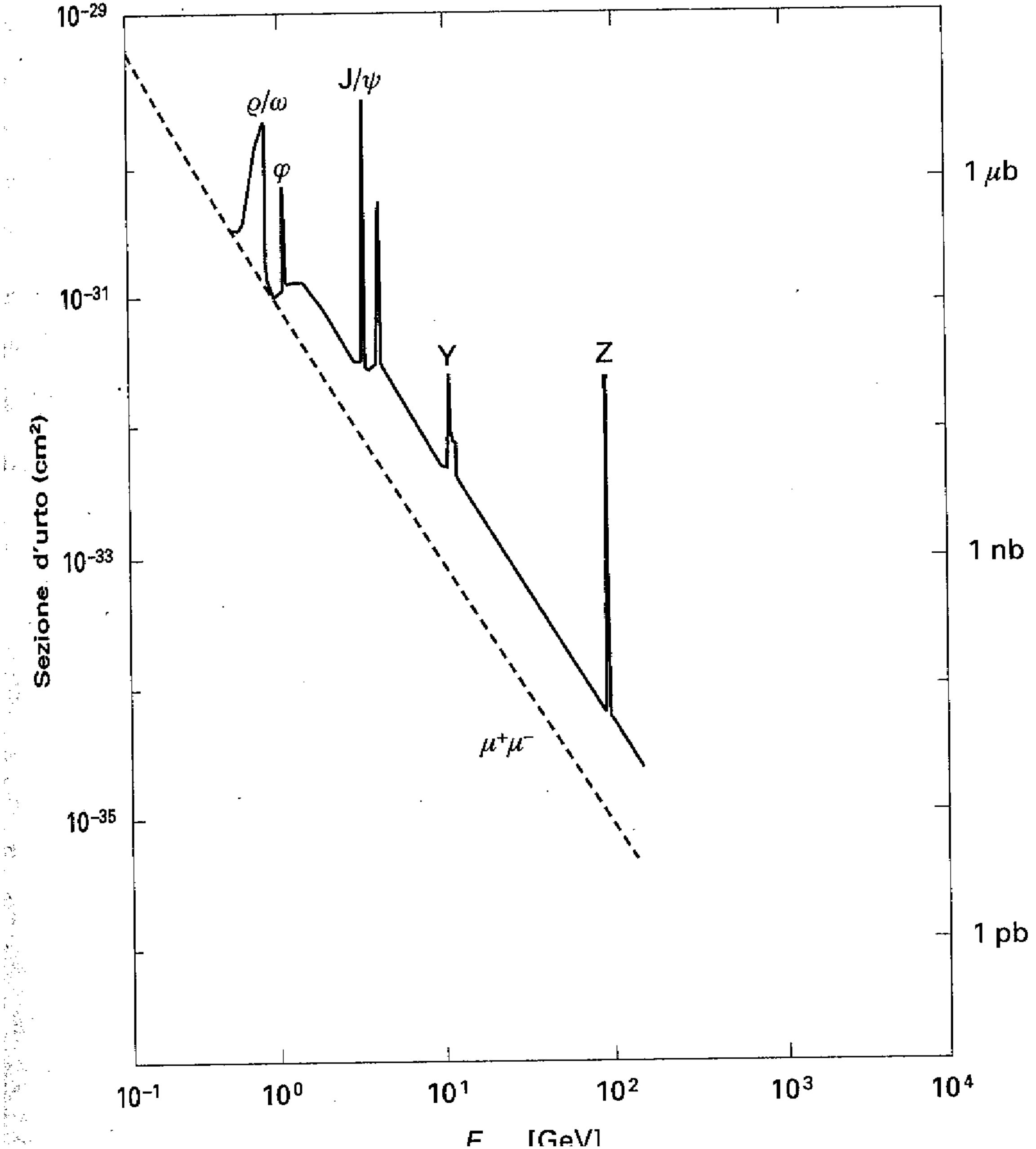
Probabilità di trovare una particella con energia compresa tra ω e $\omega + d\omega$

$$P(\omega) = |\psi(\mathbf{r},\omega)|^2 = |\phi(\mathbf{r})|^2\frac{(\omega-E)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}{[(\omega-E)^2+\frac{\Gamma^2}{4}]^2} = |\phi(\mathbf{r})|^2\frac{1}{(\omega-E)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}$$

Sezione d'urto

$$\sigma \sim \frac{\Gamma^2}{(\omega-E)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}$$

Breit - Wigner



10^{-29}
10^{-31}
10^{-33}
10^{-35}
Sezione d'urto (cm²)
ϱ/ω
φ
J/ψ
Y
Z
$\mu^+\mu^-$
1 μb
1 nb
1 pb
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
E [GeV]

$\rho^0(770)$

$M = 770$ MeV, $J^\Pi = 1^-$, $\Gamma = 150$ MeV

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6.6\ 10^{-22}\text{MeV s}}{1.5\ 10^{2}\text{MeV}} \simeq 4\ 10^{-24}\text{s}$$

$$\rho^0 \to \pi^+ + \pi^- \simeq 100\%$$

$\omega^0(782)$

$M = 782$ MeV, $J^\Pi = 1^-$, $\Gamma = 8$ MeV, $\tau = 10^{-22}$s

$$\begin{array}{lcll} \omega & \to & \pi^+ + \pi^- + \pi^0 & 88.0\ \% \\ \omega & \to & \pi^0 + \gamma & 8.5\ \% \\ \omega & \to & \pi^+ + \pi^- & 2.2\ \% \end{array}$$

$\phi^0(1020)$

$M = 1020$ MeV, $J^\Pi = 1^-$, $\Gamma = 4$ MeV $\tau = 1.5\ 10^{-22}$s

$$
\begin{array}{lcll}
\phi & \rightarrow & K^+ + K^- & 49\ \% \\
\phi & \rightarrow & K^0 + \overline{K}^0 & 34\ \% \\
\phi & \rightarrow & \rho^+ + \pi^- & 13\ \%
\end{array}
$$

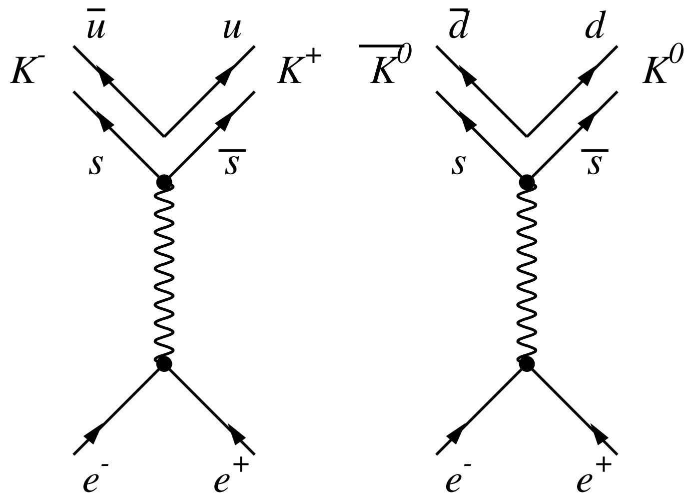
K, M=493 MeV, sono i mesoni strani più leggeri.

$$|K^+ >\equiv |u\overline{s} > \qquad |K^- >\equiv |\overline{u}s > \qquad |K^0 >\equiv |d\overline{s} > \qquad |\overline{K}^0 >\equiv |\overline{d}s >$$

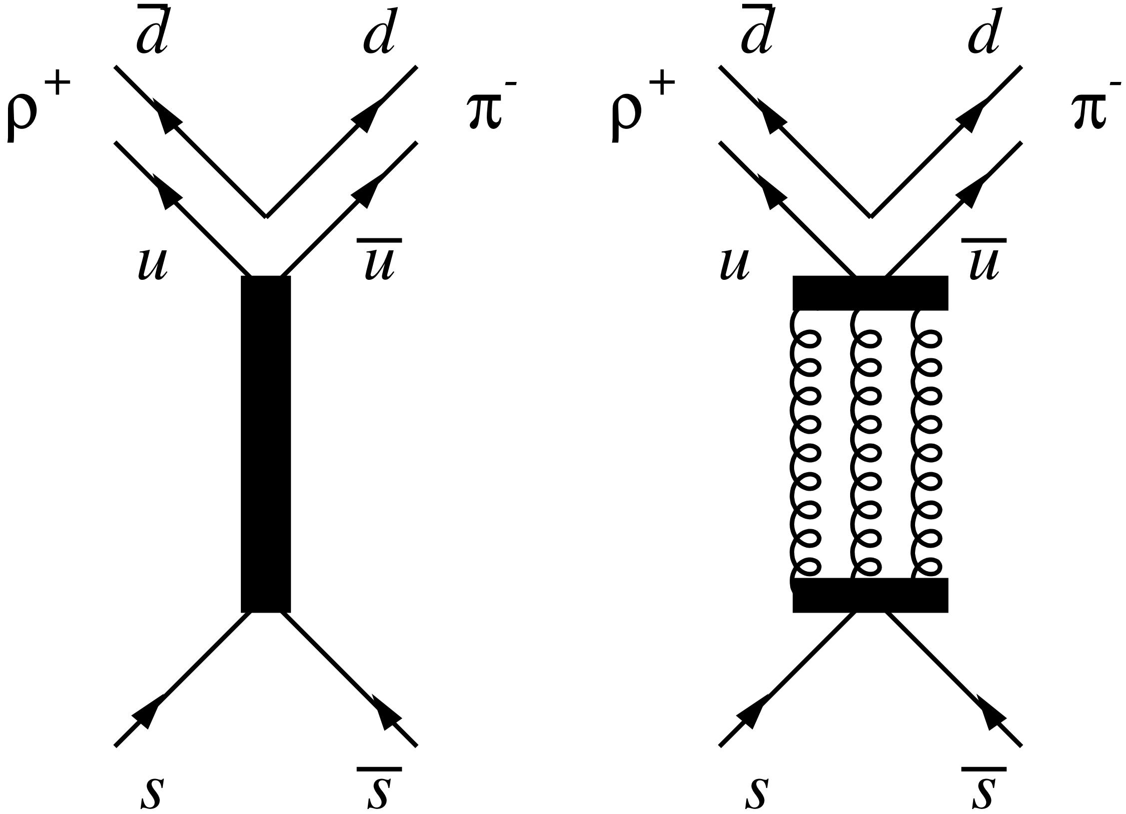
Stabili per l'interazione forte, decadono solo debolmente.

$$M_\phi \simeq 2M_K$$

Piccolo spazio delle fasi



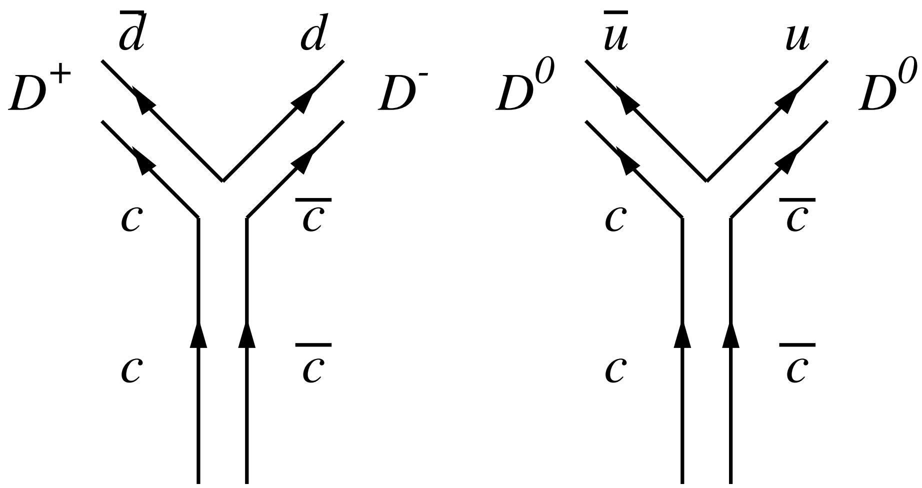
Regola di Okubo-Zweig



$J/\Psi(3097)$

$M = 3097$ MeV, $J^{\Pi} = 1^{-}$, $\Gamma = 88$ keV, $\tau \simeq 10^{-20} s$

Contenuto $c\bar{c}$.



$D^{\pm}(1869)$ MeV, $D^0(1864)$ MeV $D^0(\bar{c}u - \bar{u}c)/\sqrt{2}$

Decadimenti proibiti $2M_D > M_{J/\Psi}$

Υ

$M \simeq 10$ GeV, $J^{\Pi} = 1^{-}$, $\Gamma = 52$ keV,
Contenuto $b\bar{b}$.

Quark t identificato a FNAL Tevatron $p\bar{p}$. Massa $\simeq 180$ GeV.

LEP aveva energia max 200 GeV, non poteva produrre $t\bar{t}$.

A 91.2 GeV si produce Z^0 che decade in leptoni e quark. LEP 10^6 in un anno.

Adronizzazione

Lontani dalle risonanze

Le sezioni d'urto

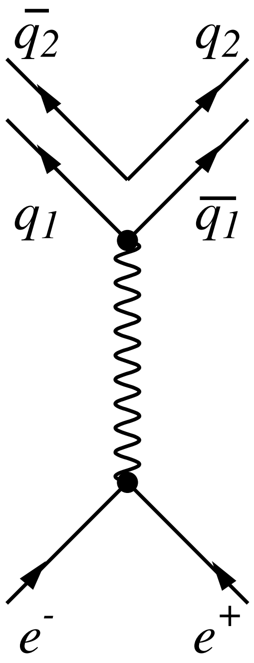
$e^- + e^+ \rightarrow q + \overline{q}$

$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$

sono identiche.

Cambia la carica $e \rightarrow Z_f e$

Sez. d'urto $\simeq Z_f^2 e^2$

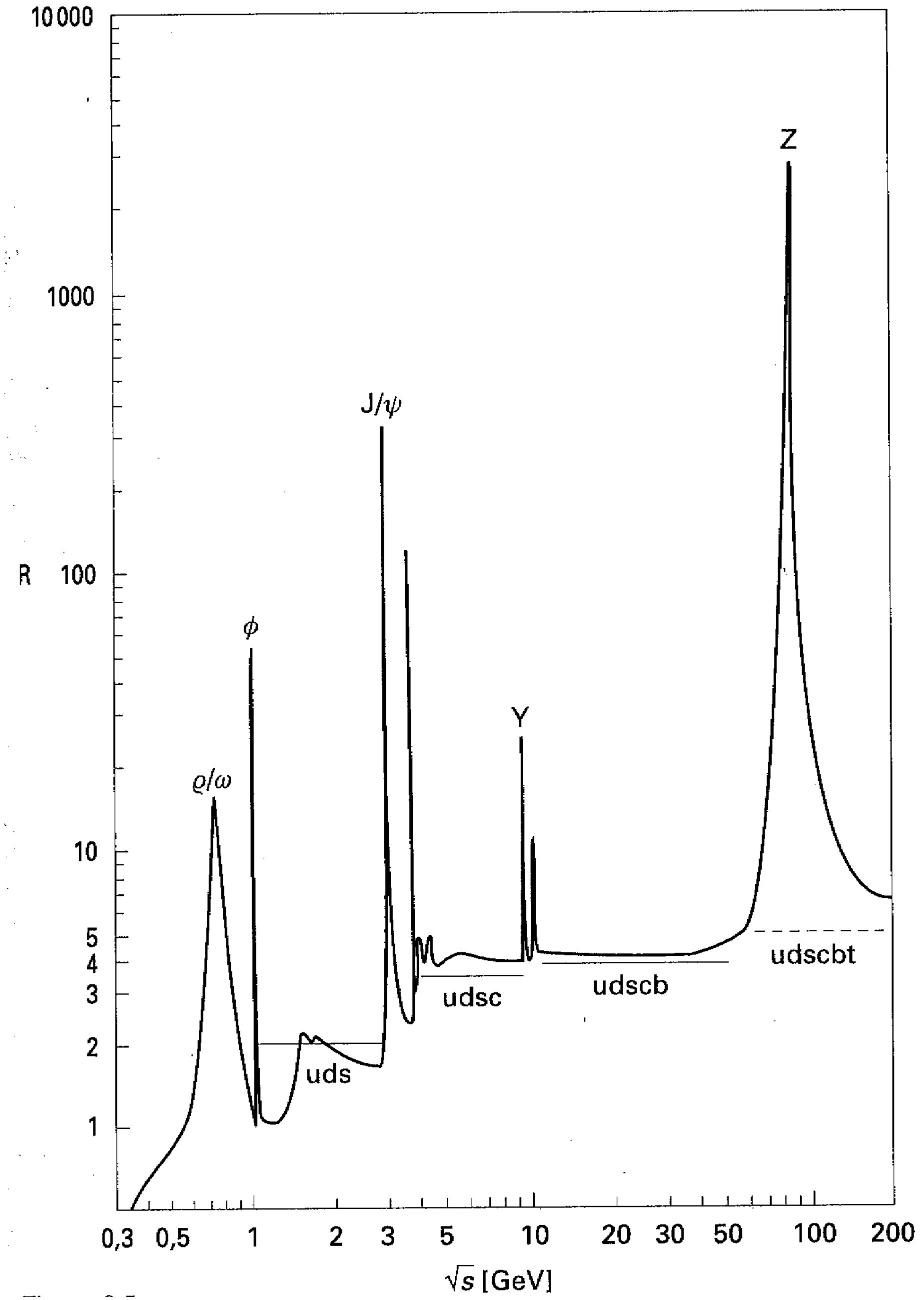


Quindi $\sigma(e^- + e^+ \rightarrow q_f + \overline{q_f}) = \sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+)\ Z_f^2\ 3$

3 è il numero di colori

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{\sigma(e^- + e^+ \to adroni)}{\sigma(e^- + e^+ \to \mu^- + \mu^+)} = \frac{\sum_f \sigma(e^- + e^+ \to q_f + \overline{q_f})}{\sigma(e^- + e^+ \to \mu^- + \mu^+)} \\
&= 3\sum_f Z_f^2 = 3\left\{\left(\frac{2}{3}\right)_u^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)_d^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)_s^2 + \left(\frac{2}{3}\right)_c^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)_b^2 + \left(\frac{2}{3}\right)_t^2\right\} \\
&= \frac{6}{3}(uds) \\
&= \frac{10}{3}(udsc) \\
&= \frac{11}{3}(udscb)
\end{aligned}
$$

Misura delle cariche dei quark e i 3 colori.


10 000
1000
R
100
10
5
4
3
2
1
Z
J/ψ
φ
Y
ϱ/ω
uds
udsc
udscb
udscbt
0,3
0,5
1
2
3
5
10
20
30
50
100
200
√s [GeV]

Domande

[P2-4] [P2-5] [P3-6] [P3-7] [P4-7] [P4-8] [P4-10]